

# 칼만 필터를 이용한 유연성 매니퓰레이터의 최적 제어

正會員 南 浩 法\* 正會員 朴 鍾 國\*\*

## Optimal Control of a Flexible Manipulator Using Kalman Filter

Ho Bub NAM\* Chong Kug PARK\*\* *Regular Members*

**要 約** 단일 링크 유연성 로봇트 팔의 제어를 위해서 가정 모드 방법으로 유도된 동 특성 모델링에 QUADRATIC-최적 제어 이론을 적용하였다. 이 제어 기법에 대한 제어 루우프 구성에는 모든 상태값의 피드백을 필요로 하지만 유연성 팔에 있어서 모드형태의 시 종속 변화율은 직접 출력으로부터 피드백 될 수 없기 때문에 최적 제어를 실현하기 위해서는 상태 추정기의 도입이 필요하게 된다. 특히 시스템에 외란이나 측정에 노이즈가 발생할 때는 확률 추정 방법을 적용해서 상태를 추정해야 하는데 이를 위해서 칼만 필터를 사용하였다. 상태 추정기를 이용한 유연성 매니퓰레이터 팔의 시스템 모델을 모든 상태 값이 직접 측정될 수 있다고 가정한 유연성 시스템 모델과 시뮬레이션을 통해서 비교하였다.

**ABSTRACT** For a one link flexible arm control, quadratic optimal control is applied to the dynamic modelling which is derived from an assumed mode method. For the quadratic optimal control technique, the full state feedback must be obtained for closing the control loop, but because some of the states in the flexible system(e.g. the rate of change of the time dependent variables of the mode shapes) can not be directly measured, state estimator is necessary to achieve the practical implementation of the optimal controller. When disturbances and measurement noise occur, stochastic approach must be applied to estimating the states of the system, Kalman Filter is used as a state estimator. Through the simulation, the flexible system with state estimator is compared with the flexible system assuming that all the states can be measured.

### I. 서 론

최근의 로봇트 시스템 개발에 있어서 중요한

연구 과제 중의 하나는 매니퓰레이터 구동의 정확성과 페이로드(부하용량)의 크기를 기준값 이상으로 유지시키면서 가능한 한 매니퓰레이터의 생산가를 낮추는 것이다. 이러한 가격 감소를 위한 중요한 요인으로는 조인트, 구동장치, 링크, 받침대 등의 구조물에 경량의 값싼 재료를 사용하는 것인데 이는 생산가를 낮출 뿐만 아니라 또한 더 큰 운동 속도와 에너지 이용의 효율성 및 구동

\*國際大學 電算學科  
Dept. of Computer Science, Kook Jae University  
\*\*慶熙大學校 電氣工學科  
Dept. of Electrical Engineering, Kyunghee University,  
Seoul, 131-701, Korea.  
論文番號 : 89-15(接受1989. 3. 22)

의 안정성과 효과적인 이동성 등을 얻을 수 있다. 그러나 이에 따르는 재료의 유연성은 필연적으로 시스템의 동 특성을 더욱 복잡하게 해주며, 실제적으로 매니퓰레이터 구동시 나타나는 기계적 진동은 심각한 문제를 제시한다. 그러므로 경량의 재료를 이용한 유연성 로봇 매니퓰레이터의 설계는 순응성과 유연성의 증가에도 불구하고 구동의 정확도를 어느 값 이상으로 유지시키기 위해서 보다 정교한 제어를 요구하게 된다. 본 논문에서는 이러한 제어를 구성하기 위해서 동 특성 역학적 모델을 순환 Lagrange 가정 모드 방법을 이용하여 구성하고, 팔이 미리 정해진 목표 상태에 만족스러운 특성으로 도달하도록 최적 레귤레이터를 설계하기 위하여 운동 방정식을 선형화 하였다. 최적 제어기는 제어 루우프를 구성하기 위해서 모든 상태 값이 시스템 출력으로부터 피드 백 되어야 하지만, 유연성 팔에 있어서 모드 형태의 시 종속 변화율 값은 측정되지 않기 때문에 상태 추정기가 필요하게 된다.

특히 시스템에 외란이나 측정에 잡음이 발생할 때는 확률 추정 방법으로 상태를 추정하여야 하는데 이러한 추정기로서 칼만 필터를 이용하였다.

시뮬레이션은 실험용 링크를 써서 행하고 모든 상태가 직접 측정될 수 있다고 가정한 시스템과 확률 상태 추정기를 가진 시스템을 비교하였다.

## II. 유연성 매니퓰레이터 팔의 동 특성 모델링

유연성 매니퓰레이터 팔에 대한 운동 방정식은 Lagrange 방정식과 가정 모드 방법을 사용하여 비 선형 방정식으로 유도되며 이 방정식의 해는 허용 함수에 시간 종속 일반 좌표를 곱한 것의 선형 조합으로 표현된다. 그러면 링크의 유연성 운동은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$u(\eta, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\eta) q_i(t) \quad (2.1)$$

여기서  $\phi_1(\eta)$ 는 기하학적 경계 조건을 만족하는 허용 함수이고,  $g_1$ 는 일반화된 좌표계,  $\eta$ 는 변형되지 않은 링크 위의 어느 한 점이다.(그림 2.1)

더우기 유연성 링크의 고차모드의 진폭이 1차 모드에 비하여 매우 적다면  $n=2$ 는 유연성 운동을 나타내기에는 충분히 정확하다.<sup>(2)</sup>

$$u(\eta, t) = \phi_1(\eta) q_1(t) + \phi_2(\eta) q_2(t) \quad (2.2)$$

단일 링크 유연성 팔에 대한 운동방정식을 유도하면 [2]에서와 같이

$$M\ddot{z} = Kz + \tau \quad (2.3)$$

여기서  $z$ 는 일반 좌표계( $\theta, q_1, q_2$ )의 벡터,  $M$ 은 관성행렬,  $K$ 는 비선형항을 포함하는 벡터,  $\tau$ 는 입력 토크이다.

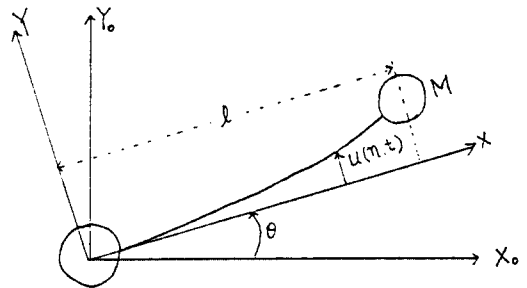


그림 2.1 단일 링크 유연성 팔

상태 벡터를

$$\dot{x}^T = (\dot{z}^T; \dot{z}^T) \quad (2.4)$$

로 정의하고 그림 2.1의 역학적 모델을 상태 변수로 표시하면

$$\dot{x}(t) = \underline{A}(x)\underline{x}(t) + \underline{B}(x)\underline{u}(t) \quad (2.5)$$

여기서

$$\underline{A}(x) = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & \mathbf{I} \\ \hline \underline{M}^{-1}\underline{K} & 0 \end{array} \right], \quad \underline{B}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{M}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

제어의 목적은 팔이 미리 정해진 목표 상태에 도달하도록 하는 것이기 때문에 최적 레귤레이터를 설계하기 위하여 비선형 방정식(2.5)로부터 상태 변수의 모든 고차항을 제거하여 선형화된 상태 방정식을 구한다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \quad (2.6)$$

여기서

$$\underline{A} = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & \mathbf{I} \\ \hline \underline{M}^{-1}\underline{K} & 0 \end{array} \right], \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{M}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} \underline{J}_0 + \underline{M}l^2 + \underline{I}_0 & \underline{M}l\phi_{1E} + w_1 \\ w_1 + \underline{M}l\phi_{1E} & m + \underline{M}\phi_{1E}^2 + \underline{J}_P\phi_{1E}'^2 \\ w_2 + \underline{M}l\phi_{2E} & \underline{M}\phi_{2E}\phi_{2E}' + \underline{J}_P\phi_{1E}'\phi_{2E}' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_2 + \underline{M}l\phi_{2E} \\ \underline{M}\phi_{1E}\phi_{2E}' + \underline{J}_P\phi_{1E}'\phi_{2E}' \\ \underline{M}\phi_{2E}'^2 + \underline{J}_P\phi_{2E}'^2 + m \end{bmatrix}$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 \end{bmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ q_1 \\ q_2 \\ \dot{\theta} \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$m$ : 빔의 질량,  $M$ : 부하 질량,  $J_P$ : 부하 질량의 관성  
 $J_0$ : 조인트에 관한 빔의 관성,  $I_0$ : 조인트에서의 회전 관성

$$\phi_{1E} = \phi_1(\eta) \frac{I}{\eta-l}, \quad \phi_{2E} = \phi_2(\eta) \frac{I}{\eta-l}$$

$$w_1 = \int_m \phi_1(\eta) \eta dm = \rho Al^2 \int_0^1 \phi_1(\xi) \xi d\xi,$$

$$w_2 = \int_m \phi_2(\eta) \eta dm = \rho Al^2 \int_0^1 \phi_2(\xi) \xi d\xi$$

$$k_1 = (EI/l^3) \int_0^1 [\phi_1''(\xi)]^2 d\xi,$$

$$k_2 = (EI/l^3) \int_0^1 [\phi_2''(\xi)]^2 d\xi, \quad \xi = x/l$$

### III. 제어기 설계

Quadratic 최적 제어 기법을 적용하기 위해서는 모든 상태 값의 피이드 백이 필요하다. 그러나 제안된 시스템 구성은 단지 조인트의 위치( $\theta$ ), 조인트의 속도( $\dot{\theta}$ ), 모든 형태의 시간 종속 변수( $q_1, q_2$ )만 출력으로부터 직접 측정할 수 있고 시간 종속 함수의 변화율( $\dot{q}_1, \dot{q}_2$ )은 직접 측정할 수 없다.

본 논문에서는 첫 단계로 제어루우프 구성에 필요한 모든 상태 변수 값이 출력으로부터 피이드 백 된다는 가정하에 최적 레귤레이터를 설계하고 다음 단계로는 일부 측정된 상태 변수로부터 모든 상태를 추정하기 위하여 최적 상태 추정기를 설계한다.

#### 1. 최적 레귤레이터

주어진 선형 시 불변 시스템의 상태 방정식을 다시 쓰면

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \quad (3.1)$$

여기서  $\underline{x}(t)$ 는 상태 벡터,  $\underline{A}$ 는  $n \times n$  시스템 행렬,  $\underline{B}$ 는  $n \times r$  이득 행렬,  $\underline{u}(t)$ 는 제어 벡터,  $n$ 는 상태의 차수,  $r$ 은 제어 입력의 수이다. 초기값은  $\underline{x}(t_0)$ 로 주어진다. 선형 최적 레귤레이터 문제에 있어서는 자승 평균 입력이 최대 허용치를

넘지 않는 범위내에서 자승 평균 추적 오차를 최소로 하는 것이 설계의 기본 목표이며 또한 최종 상태 제어 목표는 과도한 제어 에너지 지출 없이 그 상태  $\underline{x}(t_f)$ 를 0 가까이로 근사화 시키는 것이다.

따라서 평가함수는 아래와 같이 표시된다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\underline{x}(t)^T \underline{Q} \underline{x}(t) + u^2(t) \underline{R}) dt \quad (3.2)$$

여기서  $\underline{Q}$ ,  $\underline{R}$ 은  $t_0 \leq t \leq t_f$ 에서 양수로 정해지는 대칭 가중 행렬이다. 페루우프시스템이 최소  $a$ 의 안정도를 갖는 레귤레이터를 설계하기 위하여 상태 벡터와 제어 입력에  $e^{at}$ 를 곱하여 수정한다.

$$\hat{\underline{x}}(t) = e^{at} \underline{x}(t) \quad (3.3)$$

$$\hat{u}(t) = e^{at} u(t) \quad (3.4)$$

그러면 시스템의 상태 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = (\underline{A} + a \underline{I}) \hat{\underline{x}}(t) + \underline{B} \hat{u}(t) \quad (3.5)$$

여기서  $\hat{\underline{x}}(t_0) = \underline{x}(t_0)$

따라서 수정된 시스템의 평가 함수는

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\hat{\underline{x}}^T \underline{Q} \hat{\underline{x}} + \hat{u}^2 \underline{R}) dt \quad (3.6)$$

여기서  $\underline{Q} > 0$ ,  $\underline{R} > 0$

이고 이때 제어 입력  $\hat{u}(t)$ 는 상태  $\hat{\underline{x}}(t)$ 의 선형 함수로 표시된다.

$$\hat{u}(t) = \underline{K} \hat{\underline{x}}(t) \quad (3.7)$$

정상 상태의 해 및 시 불변 시스템에 대하여는

$$\underline{K} = -\underline{R}^{-1} \underline{B}^T \underline{G} \quad (3.8)$$

여기서  $\underline{G}$ 는 다음 Riccati 방정식의 정상 상태의 해이다.

$$\underline{G}(\underline{A} + a \underline{I}) + (\underline{A} + a \underline{I})^T \underline{G} - \underline{G} \underline{B} \underline{R}^{-1} \underline{B}^T \underline{G} + \underline{Q} = 0 \quad (3.9)$$

식 (3.3), (3.4), (3.7)로 부터

$$u(t) = e^{-at} \hat{u}(t) = e^{-at} \underline{K} (e^{at} \underline{x}(t)) = \underline{K} \underline{x}(t) \quad (3.10)$$

따라서 수정된 레귤레이터의 최적 피이드 백이득은 원 문제의 제어 법칙으로부터 얻을 수 있고 또한 원 문제의 페루우프 시스템은 최소한  $a$ 의 안정도를 갖는다. 페루우프 Quadratic 최적 제어를 설계하기 위하여는 대각 행렬  $\underline{Q}$ ,  $\underline{R}$ 을 택하여야 하는데  $\underline{Q}$ ,  $\underline{R}$ 의 각 대각선 요소는 각기 대응하는 상태 변수와 제어 변수의 Cost와 같다. Cost가 높으면 높을수록 평가 함수를 최소로 하는데 필요한 평형점으로부터의 대응하는 상태 편이와 대응하는 제어 변수는 더욱 더 적게된다.

## 2. 상태 추정기

### 2.1 풀 상태 관측기(Full State Observer)

시스템의 출력으로부터 직접 측정된 상태 변수에서 모든 상태 벡터 값을 추정하기 위하여 풀 상태 관측기를 도입한다.

시스템 방정식은

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} u(t) \quad (3.11)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t)$$

여기서  $\underline{C}$ 는  $l * n$  측정 행렬이며  $l < n$ 이다.

식 (3.11)의 시스템에 연결되는 풀 상태 관측기는 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{A} \hat{\underline{x}}(t) + \underline{B} u(t) + \underline{L}(t) [\underline{y}(t) - \underline{C} \hat{\underline{x}}(t)] \quad (3.12)$$

여기서  $\underline{L}(t)$  : 관측기의 이득행렬 추정오차는

$$\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t) \quad (3.13)$$

식(3.11)과 (3.12)에서

$$\dot{\underline{e}}(t) = [\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}] \underline{e}(t) \quad (3.14)$$

초기값  $\underline{e}(t_0) = 0$ , 즉  $\hat{\underline{x}}(t_0) = \underline{x}(t_0)$  이면  $t > t_0$  인 모든  $u(t)$ 에 대하여

$$\underline{x}(t) = \hat{\underline{x}}(t) \text{이다.}$$

또한 추정 오차  $\underline{e}(t)$ 는 관측기가 점근적으로 안정하다면 즉,  $[\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}]$ 의 특성 값이 음의 실수값을 가지면 모든  $\underline{e}(t_0)$ 에 대하여  $t \rightarrow \infty$ 일때  $\underline{e}(t) \rightarrow 0$ 인 특성을 갖는다. 이것은 추정 오차의 점근적인 동작과 관측기의 안정도는 행렬  $\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}$ 에 따라 결정됨을 의미한다. 따라서  $t > t_0$ 에서 이득 행렬  $\underline{L}(t)$ 는 추정 오차 방정식<sup>(3.14)</sup>이 점근적으로 안정하도록 임의로 선택될 수 있다. 시불변인 경우 행렬  $\underline{A} - \underline{L}\underline{C}$ 의 특성값이 관측기의 안정도를 결정하는데  $\underline{L}$ 을 크게 선택하면 추정 오차는 0으로 빠르게 수렴하지만 출력에 측정잡음이 있을때는 이것에 매우 민감하게 영향을 받는다.<sup>(3.12)</sup>

### 2.2 Stochastic 상태 추정기

시스템에 외란이나 측정에 잡음이 발생할 때는 최적한 관측기를 설계해야 하며 확률 추정 기법을 이용한다. 선형 확률 추정 시스템 방정식은

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}u(t) + \underline{w}_1(t) \\ \underline{y}(t) &= \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{w}_2(t) \end{aligned} \quad (3.15)$$

여기서  $\underline{w}_1(t)$ 는 상태 여기 잡음,  $\underline{w}_2(t)$ 는 측정 잡음으로서 평균이 0이고 분산이 각각  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_2$ 인 백색 잡음이며 서로 상관 관계가 없다. 또한 초기 상태  $\underline{x}(t_0)$ 도  $\underline{w}_1(t)$ ,  $\underline{w}_2(t)$ 와 상관 관계가 없으며 평균치를  $\underline{\bar{x}}_0$ , 분산 행렬을  $\underline{Q}_0$ 라고 하면 다음과 같이 표시된다.

$$E\{\underline{x}(t_0)\} = \underline{\bar{x}}_0, \quad E\{[\underline{x}(t_0) - \underline{\bar{x}}_0][\underline{x}(t_0) - \underline{\bar{x}}_0]^T\} = \underline{Q}_0 \quad (3.16)$$

시스템 (3.15)에 다음과 같은 풀 상태 관측기를

연결한다.

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{A}\hat{\underline{x}}(t) + \underline{B}u(t) + \underline{L}(t)[\underline{y}(t) - \underline{C}\hat{\underline{x}}(t)] \quad (3.17)$$

그러면  $t_0 < \tau < t$ 에서 추정오차의 평균 자승값  $E\{\underline{e}^T(t)\underline{W}(t)\underline{e}(t)\}$ 를 최소로 하는 행렬 함수  $\underline{L}(t)$ 와 초기상태  $\hat{\underline{x}}(t_0)$ 를 구하는 것이 최적 관측기 문제이다. 비 특이 문제이면  $t > t_0$ 에서  $V_2(t) > 0$ 이다.

식(3.15)와 (3.17)에서

$$\dot{\underline{e}}(t) = [\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}] \underline{e}(t) + (\underline{I}, -\underline{L}(t)) \begin{bmatrix} \underline{w}_1(t) \\ \underline{w}_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\underline{e}(t_0) = \underline{e}_0$$

여기서

$$\underline{e}_0 = \underline{x}(t_0) - \hat{\underline{x}}(t_0) \quad (3.19)$$

$\underline{e}(t)$ 의 분산 행렬을  $\underline{\tilde{Q}}(t)$ , 평균을  $\underline{\bar{e}}(t)$ 라고하면

$$\begin{aligned} E\{\underline{e}(t)\} &= \underline{\bar{e}}(t) \\ E\{[\underline{e}(t) - \underline{\bar{e}}(t)][\underline{e}(t) - \underline{\bar{e}}(t)]^T\} &= \underline{\tilde{Q}}(t) \end{aligned} \quad (3.20)$$

그러면

$$E\{\underline{e}(t) \underline{e}^T(t)\} = \underline{\bar{e}}(t) \underline{\bar{e}}^T(t) + \underline{\tilde{Q}}(t) \quad (3.21)$$

따라서, 추정 오차의 최소 평균 자승값은

$$\begin{aligned} E\{\underline{e}^T(t) \underline{W}(t) \underline{e}(t)\} &= \underline{\bar{e}}^T(t) \underline{W}(t) \underline{\bar{e}}(t) \\ &+ \text{tr} [\underline{\tilde{Q}}(t) \underline{W}(t)] \end{aligned} \quad (3.22)$$

우변의 첫째 항은  $\underline{\bar{e}}(t) = 0$ 일때 최소이며 이것은  $\underline{\bar{e}}(t_0) = 0$ , 즉 관측기의 초기 조건을  $\hat{\underline{x}}(t_0) = \underline{x}_0$ 로 선택하므로써 얻을 수 있다.

두번째 항은  $\underline{\bar{e}}(t)$ 에 관계없이 독립적으로 최소화 될 수 있으며 분산 행렬  $\underline{\tilde{Q}}(t)$ 의 미분 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{Q}}(t) &= [\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}] \hat{Q}(t) + \tilde{Q}(t) [\underline{A} - \underline{L}(t)\underline{C}]^T \\ &\quad + \underline{V}_1(t) + \underline{L}(t)\underline{V}_2(t)\underline{L}^T(t) \quad (3.23) \\ \hat{Q}(t_0) &= \underline{Q}_0 \end{aligned}$$

이 미분 방정식의 해  $\tilde{Q}(t)$ 의 최소값은

$$\underline{L}(t) = \underline{Q}(t) \underline{C}^T \underline{V}_2^{-1}(t) \quad (3.24)$$

로 선택하므로써 얻어지며<sup>(6)</sup> 최소값  $\underline{Q}(t)$ 는 다음의 Riccati 방정식의 해이다.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{Q}}(t) &= \underline{A}\underline{Q}(t) + \underline{Q}(t)\underline{A}^T + \underline{V}_1(t) \\ &\quad - \underline{Q}(t)\underline{C}^T \underline{V}_2^{-1}(t)\underline{C}\underline{Q}(t) \quad (3.25) \\ \underline{Q}(t_0) &= \underline{Q}_0 \end{aligned}$$

따라서 추정 오차의 분산 행렬과 평균 자승값은

$$E\{[\underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t)][\underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t)]^T\} = \underline{Q}(t) \quad (3.26)$$

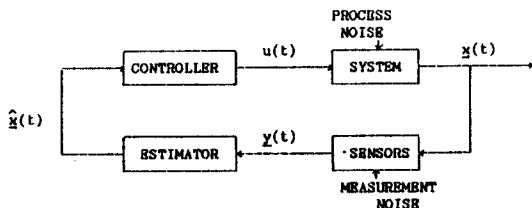
$$\begin{aligned} E\{[\underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t)] \underline{W}(t) [\underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t)]^T\} \\ = \text{tr}[\underline{Q}(t) \underline{W}(t)] \quad (3.27) \end{aligned}$$

시 불변 시스템의 정상상태에 대하여 최적 상태 추정기 이득행렬은

$$\underline{L} = \underline{Q}_f \underline{C}^T \underline{V}_2^{-1} \quad (3.28)$$

이고 여기서  $\underline{Q}_f$ 는 아래와 같은 Riccati 방정식의 정상상태의 해이다.

$$0 = \underline{A}\underline{Q}_f + \underline{Q}_f \underline{A}^T + \underline{V}_1 - \underline{Q}_f \underline{C}^T \underline{V}_2^{-1} \underline{C}\underline{Q}_f \quad (3.29)$$



#### IV. 시뮬레이션

시뮬레이션은 그림 4.1에 주어진 실험용 유연성 매니퓰레이터 팔에 대하여 행하였다. 초기에 90°의 변위를 갖는 조인트 각을 2초 이내에 목표상태인 0°에 도달하도록 한다. 시스템의 최소 안정도를 미리 정하기 위한 a의 값은 5로 선택하였고 최적 레귤레이터 평가 함수의 가중 행렬 값은  $R=5$  및  $\underline{Q}=\text{diag}(100, 100, 100, 1, 10)$ 로 취하였다. 시스템에서 발생하는 여기 잡음의 분산 행렬  $\underline{V}_1$ 과 측정 잡음의 분산 행렬  $\underline{V}_2$ 는 아래 별표와 같이 가정하였으며 인가한 기준 입력은 팔의 움직이는 거리가 작고 조인트의 속도가 모터의 최대 속도를 넘지 않는다는 가정에서 그림 4.2와 같은 형태의  $\dot{\theta}$ 를 사용하였다. 그림 (4.3)은 모든 상태가 측정될 수 있다고 가정한 시스템의 시뮬레이션이고 그림 (4.4)는 칼만 필터를 상태 추정기로 사용한 시스템의 시뮬레이션이다. 샘플링 주기는 1 msec로 하였다.

별표 : 시스템 여기 잡음과 측정 잡음의 분산 행렬

$$\underline{V}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 26000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1100 \end{bmatrix}$$

$$\underline{V}_2 = \begin{bmatrix} 1.0\text{E}-6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0\text{E}-4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0\text{E}-4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0\text{E}-4 \end{bmatrix}$$

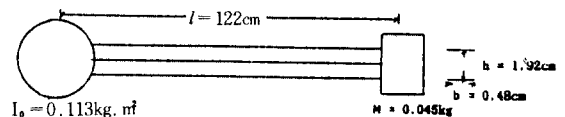


그림 (4.1) 단일 링크 유연성 매니퓰레이터(알루미늄 빔)

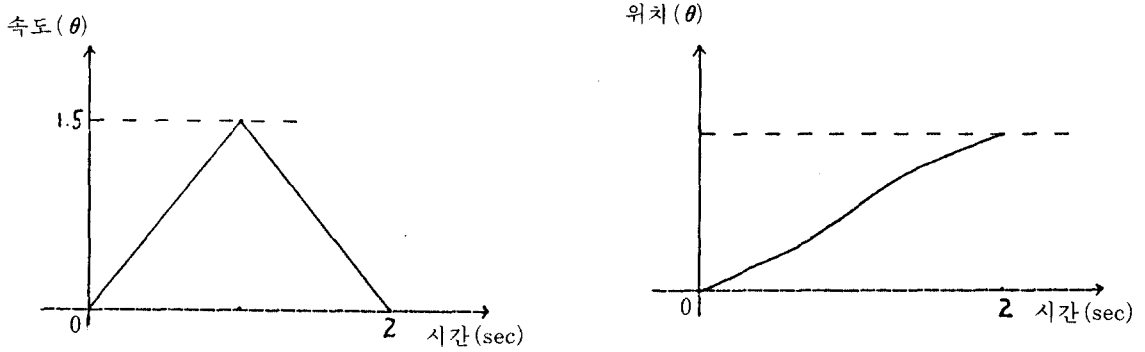
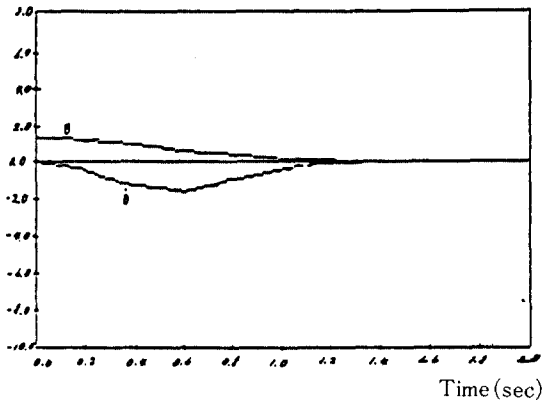
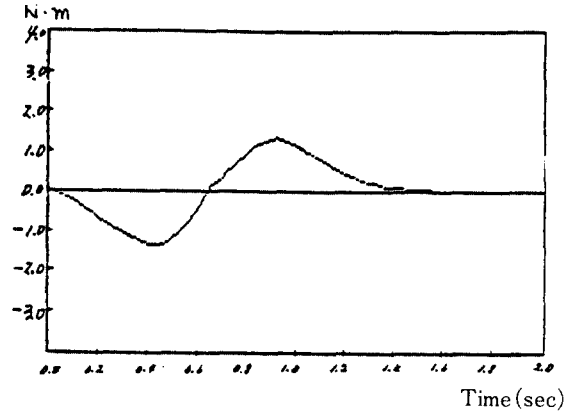


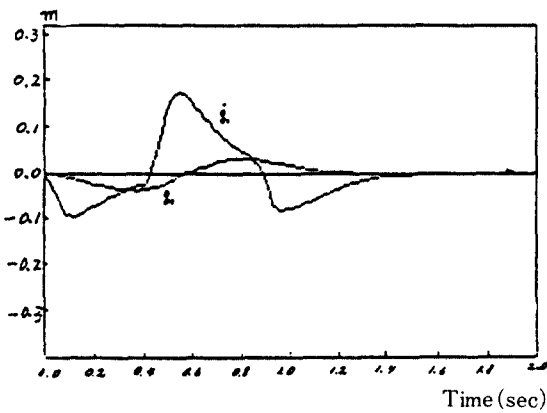
그림 (4.2) 기준 조인트 위치 입력



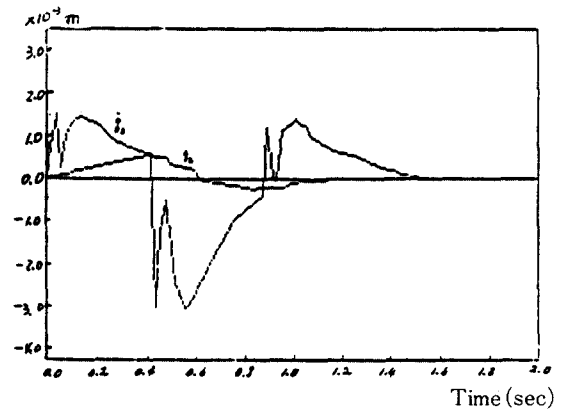
(a) 조인트의 위치 ( $\theta$ ) 및 속도 ( $\dot{\theta}$ )



(b) 제어 입력 ( $U(t)$ )

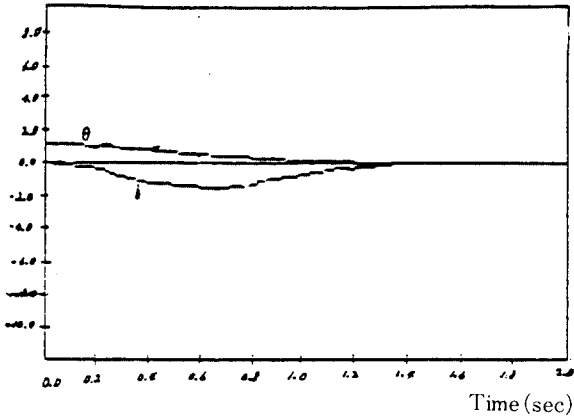


(c) 1 차 모드 변수 ( $q_1$ ) 및 변화율 ( $\dot{q}_1$ )

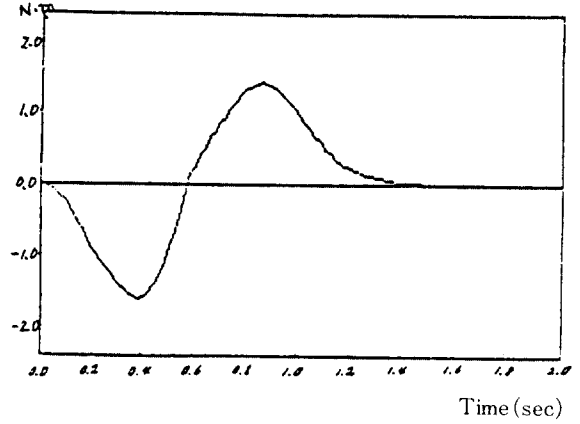


(d) 2 차 모드 변수 ( $q_2$ ) 및 변화율 ( $\dot{q}_2$ )

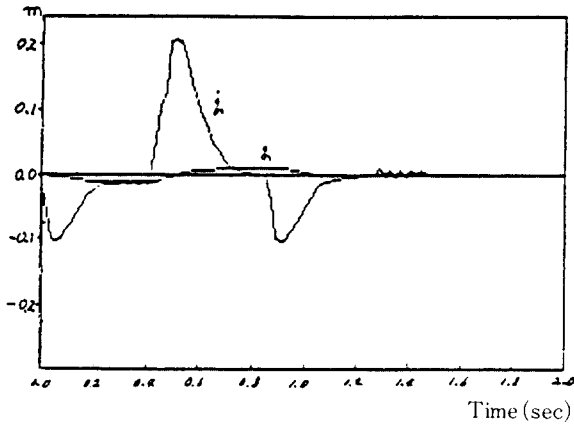
그림 (4.3) 모든 상태가 측정될 수 있다고 가정한 시스템의 시뮬레이션



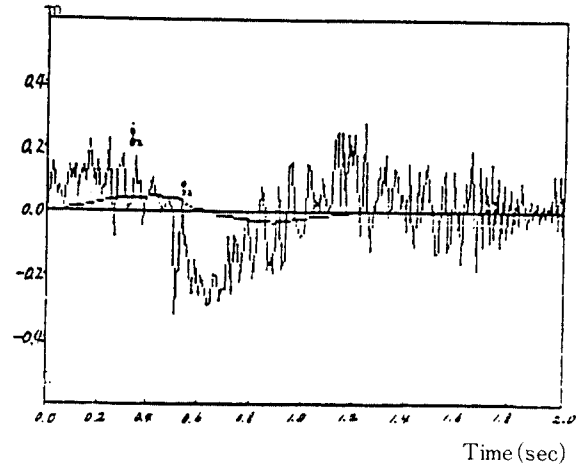
(a) 조인트의 위치( $\theta$ ) 및 속도( $\dot{\theta}$ )



(b) 제어 입력( $U(t)$ )



(c) 1차 모드 변수( $q_1$ ) 및 변화율( $\dot{q}_1$ )



(d) 2차 모드 변수( $q_2$ ) 및 변화율( $\dot{q}_2$ )

그림 (4.4) Kalman filter를 가진 시스템의 시뮬레이션

## V. 결 론

단일 링크 유연성 매니퓰레이터를 제어하기 위하여 최적 레귤레이터를 적용하였다. 최적 제어를 실현하기 위하여 시스템의 모델을 선형화 하였으며 시스템의 출력으로부터 직접 측정할 수 없는 시중속 모드 변수의 시간 변화율을 추정하기 위하여 측정 잡음을 고려한 확률 상태 추정기로서

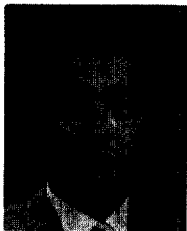
칼만 필터를 사용하였다. 시뮬레이션 결과, 칼만 필터를 이용한 시스템 최적 제어기의 수렴 속도 및 제어 입력 범위는 모든 상태가 직접 측정될 수 있다고 가정한 경우와 비슷하였다. 확률 상태 추정기는 시스템에 외란이나 측정에 잡음이 인가된 경우에도 만족스러운 출력값을 얻을 수 있고 이를 이용하는 최적 레귤레이터는 디지털 컴퓨터로 실현하는 것이 용이하기 때문에 단일 링크



유연성 매니퓰레이터의 제어에 이용될 수 있을 것이다. 그러나 링크가 여러개의 경우에 대하여는 적절하지 못하다. 앞으로의 연구과제는 다중 링크 유연성 매니퓰레이터의 모델링과 이에 적응제어 기법을 적용하는 것이다.

### 참고 문헌

1. W.J. Book, "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulators", Robotics Research, vol. 3, No. 3, Fall 1984.
2. G.G. Hastings and W.J. Book, "Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robot Manipulators", IEEE Conf. Robotics Automation, Sanfransisco, CA, April 1986.
3. 박 화세, 배 준경, 남 호법, 박 중국, "유연성을 갖는 매니퓰레이터의 Quadratic 최적 제어", '88 한국 자동제어 학술회의 논문집, vol. 1, pp. 86-91, 10, 1988.
4. Anderson, B.O.D., and Moore, J.B., "Linear System Optimization With Prescribed Degree of Stability", Proc. IEEE, vol. 116, No. 12, December 1969.
5. Anderson, B.O.D., moore, J.B., "Linear Optimal Control", Edited by Robert W. Newcomb, Prentice-Hall, 1971.
6. Kwakernaak, H., Sivan, R., "Linear Optimal Control", wiley-Interscience, 1972.
7. Laub, A.J., "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati Equations", IEEE, Transaction on Automatic Control, vol. AC-24, No. 6, December 1979.
8. Stewart, G.W., "HQR3 and EXCHNG : Fortran subroutines for Calculating and Ordering the Eigenvalues of a Real Upper Hessenberg Matrix", ACM Trans. Math. Softw. September 1976.
9. Gelb, A., "Applied optimal estimation", The M.I.T Press, 1974.
10. Balas, H., "Feedback Control of Flexible Systems, IEEE Transactions on Automatic Control", vol. AC-23, No. 4, August 1978.
11. Kundson, H.K., "An Iterative Procedure for Computing Time-Optimal Control", IEEE Trans. Auto. Control, AC-9, 1964.
12. Melsa, J. L., Jones, S. K., "Computer Programs for Computational Assistance in the Study of Linear Control Theory", Second edition, Mcgraw-Hill Company, 1970.



南浩法(Ho Bub NAM) 正會員  
1945年9月9日生  
1969年2月: 서울대학교 物理學科 卒業  
(理學士)  
1982年2月: 慶熙대학교 電子工學科 卒業  
(工學碩士)  
1985年2月: 慶熙대학교 電子工學科 博士課程 修了  
1988年3月~現在: 國際大學 電算學科 專任講師



朴鍾國(Chong Kug PARK) 正會員  
1945年2月7日生  
1979年8月: 延世대학교 電氣工學科(工學博士)  
1980年3月~現在: 慶熙대학교 電氣工學科 教授  
1987年9月~1988年8月: 美國 O. S. U. 電氣工學科 交換教授