

◎ 論 文

복합 하중에 대한 손상 원통의 잔류강도⁺

조 상 래* · 광 동 일**

(1989년 10월 24일 접수)

Residual Strength of Damaged Tubulars under Combined Axial Compression, Hydrostatic Pressure and End Bending Moment

Sang-Rai Cho* and Dong-Il Kwak**

Key Words : Damaged Tubular(손상 원통), Residual Strength(잔류강도), Combined Loads(복합 하중), Design Formula(설계공식)

Abstract

In this paper a design formula has been proposed to predict the residual strength of damaged tubulars subjected to combined axial compression, hydrostatic pressure and end bending loadings. A theoretical analysis method was employed to calculate the residual strengths, in which the geometric configuration of damaged tubulars is realistically described using empirically derived equations. The predictions using this method have been compared with relevant experimental results to demonstrate their validity and accuracy. A rigorous parametric study has been conducted using the method, and then a design formula has been derived based upon the parametric study results.

1. 서 론

해양 구조물의 주요 강도 부재로 사용되는 원통은 작용 압축력의 편심 또는 이웃 부재로부터 전달되어오는 굽힘 모멘트로 인해 축 압축력과 굽힘 모멘트가 동시에 작용되는 경우, 더 나아가 이런 부재가 수면 하부에 있는 경우는 수압이 더 추가된 복합하중 상태에 놓이게 된다. 보급선과의 충돌, 수송 및 설치 과정에서의 예기치 않은 사고 등으로

인해 이런 부재에 손상이 발생되면 구조물의 강도에 대한 손상의 영향을 추정하여 손상부의 수리 여부를 신속히 판단하여야 할 필요가 있다. 또한 보다 합리적인 구조 설계를 위해 초기 설계 단계에서 충돌을 고려한 건조비와 수리비에 대한 경제성 검토도 필요하다. 이런 경우를 위해서라면 복잡한 해석 과정을 통해 필요한 경우마다 결과를 계산하는 방법보다는 예상되는 경우에 대한 계산들을 미리 수행하여 이 결과로부터 손쉽게 사용할 수 있는 간편한 설계식을 유도하여 사용하는 것이

+ 1989년도 한국해양공학회 춘계학술대회 발표(1989년 6월)

* 정회원, 울산대학교 조선 및 해양공학과

** 정회원, 대구공업전문대학 토목과

훨씬 효과적일 것이다.

지난 10여년 동안 축압축력을 받는 손상 원통의 거동에 관해서는 많은 실험적인 연구도 수행되었고 이론적인 해석 방법도 제안되었다. 하지만 축압축력 외의 하중이나 복합하중 하의 거동에 대해서는 거의 다루어지지 않았다. 최근에 Ueda와 Rashed¹⁾가 순수 굽힘 모멘트가 가해지는 경우에 대해 다루었고, 조²⁾는 축압축력과 수압이 적용할 때의 손상 원통의 잔류강도를 해석하는 방법을 제안하였고 이를 사용하여 관련된 설계식도 유도하였다.

축 압축력을 받는 손상된 원통의 잔류강도를 추정하는 방법은 크게 Taby 등³⁾이 제안한 것과 Smith 등⁴⁾이 제안한 방법이 있다. 하지만 축 압축 하중 실험 결과로부터 유도된 계수가 해석 과정에서 사용된다는 점, 또한 부재 내에 실제 발생하는 응력이 아닌 가상 응력을 다루고 있다는 점들 때문에 복합 하중의 경우는 이 방법들의 사용은 적합하지 않다고 판단된다. 조²⁾는 손상된 원통을 변화 단면을 갖는 보-기둥 문제로 보고, 손상으로 인해 발생한 잔류 응력과 변형된 형상을 보다 사실적으로 고려하여 부재에 실제 발생하는 응력을 계산하여 축 압축력과 수압이 동시에 작용하는 경우를 해석하였다. 관련된 실험 결과들과 이 방법을 사용한 추정치들과의 비교를 통해 이 해석 방법의 정확도와 신뢰도가 검증되었다.

본 논문에서는 참고 문헌 2에서 제안한 방법을 사용하여 참고 문헌 5에 주어진 손상되지 않은 원통에 편심 압축력이 작용되는 경우의 실험 결과와 이론적인 추정치를 비교하여 양단에 굽힘 모멘트를 포함한 경우에 대한 검증을 하였다. 주요 인자들을 변화시킨 여러 경우에 대해 계산을 수행하고 이 결과를 바탕으로 간편한 설계식을 유도하였다. 이 설계식은 파괴가 일어날 때의 축압축력과 양단의 굽힘 모멘트를 축 압축력과 굽힘 모멘트가 단독으로 작용할 때의 파괴 강도로 나누어준 값의 합으로 표현하였다. 여기에서 양단의 굽힘 모멘트에는 증폭계수 $[1/(1 - P/P_E)]$ 를 곱하여 파괴가 일어날 때의 부재 내에 생기는 최대값이 되도록 하였고 축 압축력에 관한 항은 합이 단위값(1.0)에 가깝게 되도록 적당한 지수값을 취하였다. 이 지수는 주요 인자들의 함수로 표현하여 경우에 따라 다른 지수 값을 가질 수 있도록 하였다.

2. 손상부 형상의 수식 표현

Taby 등³⁾과 Smith 등⁴⁾이 제안한 손상 원통의 해석 방법에서는 손상 단면을 납작해진 부분과 전혀 변형되지 않은 부분으로 가정하였다. 이 가정은 국부 손상이 깊은 경우에는 손상 원통의 잔류 강도를 과대 평가하게 한다. 해양 구조물의 충돌로 인한 손상을 보다 실제적으로 구현하기 위해 원통에 대한 횡충격 실험을 수행하였고⁵⁾, 실험 후 손상된 원통의 형상을 측정된 결과로부터 다음의 식들을 유도하였다.

2.1 손상 단면의 형상

손상된 단면을 납작해진 부분과 그 반대 쪽의 반경이 늘어난 부분, 그리고 이들을 잇는 두 개의 반경이 줄어든 부분으로 이루어진다고 가정하면 다음의 식(1)~(4)를 얻게 된다(Fig. 1참조).

$$\frac{\pi}{2} D_o = R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \frac{1}{2} S_f \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{2} S_f = R_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + (R_1 - R_2) \sin\theta_1 \dots(2)$$

$$D_{dmin} = R_1 - R_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - (R_1 - R_2) \cos\theta_1 \dots\dots\dots(3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} D_{dmax} &= R_1 && ; \pi/2 \leq \theta_1 < \pi \\ &= R_2 + (R_1 - R_2) \sin\theta_1 && ; 0 < \theta_1 < \pi/2 \end{aligned} \quad (4)$$

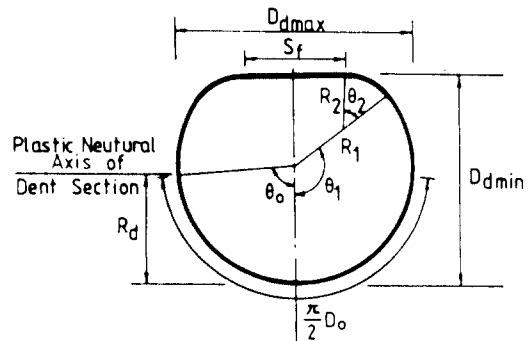


Fig. 1 Cross-Sectional Geometry of Damaged Tubular

손상부의 최대 직경 D_{dmax} 및 납작해진 부분의 폭 S_f 와 최소 직경 D_{dmin} 의 관계는 각각 다음의 식 (5)와 (6)으로부터 구할 수 있다. 식 (5)와 실험 결과를 비교하여 Fig. 2에 나타내었다.

$$\frac{D_{dmax}}{D_o} = 1 + 2.45 \left(\frac{1}{D_{dmin}/D_o} - 1 \right) \exp\{-2.4(D_{dmin}/D_o)\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{S_f}{D_o} = 1.64 \left(1 - \frac{D_{dmin}^{0.56}}{D_o} \right) \exp(0.33 D_{dmin}/D_o) \dots\dots\dots (6)$$

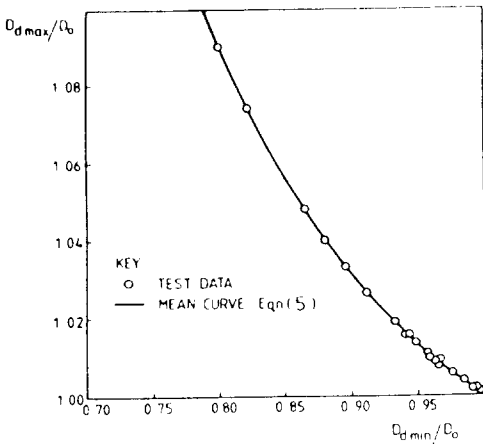


Fig. 2 Relationship between D_{dmax} and D_{dmin}

손상 원통의 외경 D_o 와 국부 손상계수 $\delta_d (= 1 - D_{dmin}/D_o)$ 가 주어지면 손상부의 최소 직경 D_{dmin} 을 구할 수 있고, 이 값을 식 (5)와 (6)에 대입하면 손상부의 최대 직경 D_{dmax} 과 납작해진 부분의 폭 S_f 를 얻을 수 있다. 이 값들을 식 (1) ~ (4)에 대입하여 풀면 손상 단면의 형상을 결정할 수 있다.

2.2 국부 손상 깊이의 길이 방향 변화

참고 문헌 6에 주어진 자료로부터 유도된 국부 손상 깊이의 길이 방향으로 변화를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$\delta_{dx} = \delta_d \exp(-b x/D) \dots\dots\dots (7)$$

여기에서 $b = 1.4 + 3.5 \exp(-18\delta_d)$,

δ_{dx} : 손상 중심으로 부터 길이 방향으로 x 만큼 떨어진 곳에서의 국부손상 계수

위의 식 (7)을 두 개의 모형에 대한 측정 결과와 비교한 것이 Fig. 3에 주어져 있다.

$$\delta_{dx} = \delta_d \exp(-1.3 x/D) \dots\dots\dots (8)$$

국부 손상의 깊이가 $0.01D$ 가 되는 곳까지를 국부 손상부의 길이로 본다면 식 (7)로부터 국부 손상부 길이의 절반, 즉 손상의 중심으로부터 손상부의 한쪽 끝까지의 길이 ℓ_d 를 계산할 수 있는 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\ell_d = \frac{4.6D}{1.4 + 3.5 \exp(-1.8 \delta_d)} \dots\dots\dots (9)$$

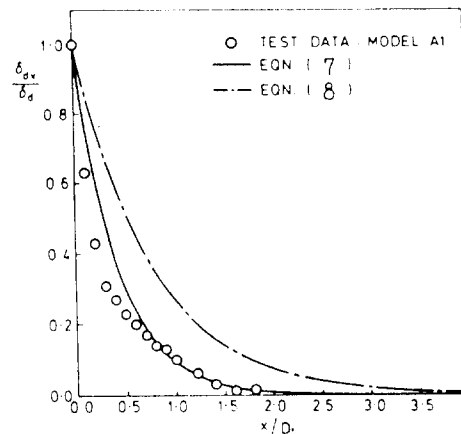
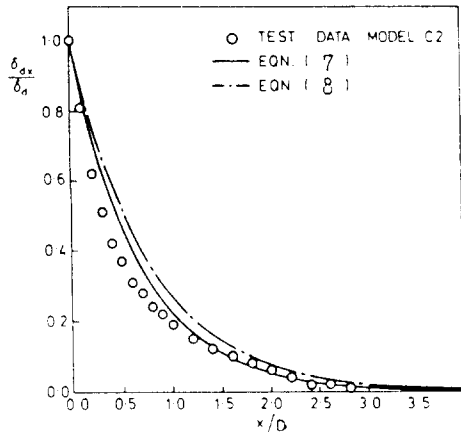


Fig. 3 Comparison of approximate equations with test data for the longitudinal variation of dent depth

3. 해석 방법

본 논문에서 채택한 해석 방법은 크게 다음과 같이 두 단계로 나눌 수 있다. :

- 1) 먼저 손상된 원통 단면에 대한 모멘트-축 압축력-수압-곡률(M-Pext-Qh-Φ) 관계를 Tangent Stiffness Method⁸⁾를 사용하여 구하고 이 관계를 근사식으로 나타낸 다음 :
- 2) 이 근사식과 Newmark's Integration Method⁹⁾를 사용하여 손상된 원통의 잔류 강도를 구한다.

3.1 손상된 원통 단면의 모멘트-축 압축력-수압-곡률 관계

손상된 단면에 대한 응력과 변형도 또는 작용된 하중과 변위의 관계는 잔류 강도를 계산하는 과정에서 필요할 때마다 구할 수도 있겠으나, 미리 그 관계를 구하고 이를 근사식으로 표현해 놓으면 잔류 강도의 계산 과정이 훨씬 짧아진다. 따라서 여러 경우에 대한 계산 결과가 그 바탕이 되는 설계식의 유도를 위해 사용하기에 적합하리라 판단된다.

◦ 잔류 응력 : 손상된 원통 단면의 경우는 구조 재료의 소성 외에도 제작 과정 중에 발생한 잔류 응력과 손상에 의해 추가된 잔류 응력 등으로 인해 모멘트 등과 곡률의 관계가 간단한 식으로 표현되어질 수는 없다. 여러 종류의 잔류 응력중 본 논문에서는 계산의 편의상 국부 손상으로 인해 발생한 원주 방향의 잔류 응력만을 고려하였다.²⁾ 이 원주 방향의 잔류 응력의 계산에 채택된 가정은 국부 손상으로 굽힘 변형이 일어나는 동안 중심선의 길이는 변화가 없고, 하중이 제거되는 과정에서의 탄성 회복은 무시할 수 있다는 것이다.

◦ 수압의 영향 : 전원이 아닌 얇은 원통에 수압이 작용되면 원주 방향의 압축 응력 외에도 굽힘으로 인한 응력이 추가로 발생된다. 본 논문에서는 식(1)~(4)를 사용하여 임의 위치에서의 완전한 원으로 부터의 이탈 거리를 구하고, 여기에 원주 방향의 압축력과 증폭 계수 $[1/(1 - Q_{Hc}/Q_{Hcr})]$ 를 곱하여 그 위치에 발생하는 굽힘 모멘트를 구하였다.

◦ Tangent Stiffness Method : 재료의 성질이 처음에는 탄성이고, 응력의 값이 항복치에 도

달하면 완전한 소성인 비선형으로 가정하였기 때문에 단면에 작용되는 하중과 변위의 관계를 증분치들의 것으로 표현하여야 한다. 이를 위해 단면은 여러 개의 미소 요소로 나누었고, 한 미소 요소의 중앙에서의 von Mises 등가 응력이 항복치에 도달하면 항복이 일어난 것으로 판단하였다. 항복이 발생한 후 하중의 양의 증가분에 대한 기여는 없는 것으로 간주하였다. 하중의 증분치와 변위의 증분치의 관계를 매트릭스 형태로 표현하면 식 (10)과 같이 주어진다.

$$d \begin{Bmatrix} M_z \\ P_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} d \begin{Bmatrix} \Phi_z \\ \epsilon_{x0} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

여기에서

$$Q_{11} = \int_A E_{eff} y^2 dA \quad Q_{12} = Q_{21} = \int_A E_{eff} y dA$$

$$Q_{22} = \int_A E_{eff} dA$$

$$E_{eff} = \begin{cases} E & ; |\sigma_e| < \sigma_y \\ 0 & ; |\sigma_e| \geq \sigma_y \end{cases}$$

주어진 응력 상태에 관한 tangent stiffness matrix, [Q]가 계산되면 다음 단계에 증가된 응력에 대한 변형도의 증분치는 바로 전 단계의 응력과 변형도로부터 추정될 수 있다. 하지만 단면의 일부가 소성 영역에 들어가 그 관계가 비선형인 경우는 이전 자료로부터 추정된 값이 큰 오차를 줄 수 있으므로 반복 과정을 거쳐야만 한다. 본 논문에서는 이를 위해 참고 문헌 10에서 소개된 반복법을 사용하였다.

이상과 같은 과정을 밟아 기본 인자들을 다양하게 변화시킨 경우에 대해 계산을 수행한 후 이 결과를 다변수의 비선형 회귀법을 사용하여 근사식을 유도하였다.

3.2 잔류 강도 계산

밖한 바와 같이 손상된 원통의 잔류 강도는 Newmark's Integration Method를 사용하여 계산하였다. 이 방법을 사용하는 경우의 계산 과정은 다음과 같이 요약될 수 있다.

- 1) 손상된 원통을 길이 방향으로 여러 개의 요소로 분할하고 각 절점(요소들의 경계점)에서의 초기 처짐을 계산한다.
- 2) 증가될 하중에 대응하는 각 절점의 추가 처짐을 가정한다.

- 3) 양단에 작용된 편심 하중(Pext)으로 인한 각 절점에서의 굽힘 모멘트를 계산한다.
- 4) M -Pext- Φ 관계식으로 부터 모든 절점에서의 곡률(Φ)을 계산한다.
- 5) Newmark's Integration Method를 사용하여 각 절점에서의 처짐을 구한다.
- 6) 계산된 처짐과 과정 2)에서 가정한 값의 차이가 허용 오차 범위 내에 있으면 하중을 더 증가시키고, 만약 허용 오차 범위를 벗어나면 새로 계산된 처짐을 가정치로하여 허용 오차 범위 내에 들 때까지 과정 2)~5)를 반복한다.

◦ 단면의 형상 변화 : 손상된 단면에 대한 모멘트와 곡률 관계식은 하중이 작용 되더라도 단면 형상의 변화는 없다는 가정 하에 유도되었다. 하지만 국부 손상이 크고 원통의 두께가 얇은 경우는 최종 강도 이후는 물론이고 최종 강도에 도달하기 전이라도 국부 손상이 현저히 증가하게 되고, 잔류 강도 또한 이로 인해 저하된다. 본 논문에서는 이 영향을 고려하기 위해 참고 문헌 1에 주어진 실험 결과로부터 수정 계수를 유도하였고²⁾, 이를 사용하여 모멘트와 곡률의 관계를 수정함으로써 하중이 증가됨에 따른 단면 형상의 변화를 잔류 강도 해석에 고려하였다.

4. 해석 방법에 대한 검증

축 압축력만이 작용하는 경우와 축 압축력과 수압이 동시에 작용하는 경우는 본 논문에서 채택한 해석 방법에 대한 검증이 이미 수행되었다.²⁾ 본 논문에서 다루고 있는 손상 원통에 축 압축력, 수압 및 단 모멘트가 복합적으로 작용되는 경우에 대해서는 불행스럽게도 아직 발표된 실험 결과가 없다. 여기에서는 참고 문헌 5에 주어진 손상되지 않은 원통에 편심된 축압축력을 작용시킨 경우에 대한 실험 결과와 이 해석 방법을 사용한 경우의 추정치를 비교하였다. 이 결과는 Table 1에 주어졌다.

이표의 마지막 열에는 실험 결과와 이론에 의한 추정치의 비가 주어져 있다. 앞의 세 경우는 아주 잘 일치하고 있으나 마지막의 경우 (D2)는 이론치가 실험치의 약 64%로 과소 평가되었음을 알 수 있다. 그 이유를 밝히기 위해서는 더 연구를 해 볼 필요가 있다. 아마도 지름과 두께 비(D/t)가 이의 주요 이유로 생각되는데 D/t가 88.1인 경우는 쉘

Table 1 Correlation of the predicted strengths using the adopted method with the test results given in Ref. 5

Model	L	L/D	D/t	Yield Stress	Eccentricity of Axial Load	Collapse Load(σ_u/σ_y)		
						Exp.	Theory	Ratio(Ex/Th)
A2	2150	35.0	29.0	229	0.16D	0.49	0.44	1.11
B2	2150	27.6	45.5	199	0.13D	0.60	0.56	1.07
C2	2150	21.5	57.8	284	0.10D	0.58	0.58	1.00
D2	2150	24.2	88.1	466	0.17D	0.50	0.32	1.56

변형에 대한 특별한 고려가 그 해석 과정에 반드시 포함되어야 할 경우로 생각된다. 하지만 이 값은 통상 해양구조물의 보강되지 않은 원통에 적용되는 $D/t < 60$ 을 벗어나고 오차 또한 안전한 쪽에 있으므로 본 논문에서 채택한 해석 방법을 설계식의 유도를 위한 기초 자료의 계산에 사용하기로 결정하였다.

5. 설계식의 유도

5.1 Parametric Study

설계식을 유도하기에 앞서 각 주요 변수들을 변화시킨 경우에 대한 잔류 응력의 계산을 수행하였다. 이 계산에 채택된 각 변수의 값은 다음과 같다.

$$Q_{Hi}/Q_{Hcr} = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$$

$$D/t = 20.0, 40.0, 60.0$$

$$\lambda = 0.75, 1.00, 1.25$$

$$\delta_d = 0.05, 0.10, 0.15$$

$$\delta_u = 0.005, 0.010, 0.020$$

$$E_{cc}/D = 0.0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1, 2.4, 2.7$$

각 경우의 조합인 4050가지의 경우에 대한 잔류 강도의 계산을 수행하였다. Fig. 4에는 파괴가 일어난 상태에서의 축 압축력(Pext)과 단 굽힘 모멘트(Me)를 각각 단독으로 작용할 때의 강도, 즉 축 압축력에 대한 손상 원통의 최후 강도(Pu), 단 모멘트 만이 작용할 때의 최후 강도(Mu)로 각각 나누어준 값을 보여 주고 있다. 각 변수의 변화가 이 두 값에 미치는 영향을 살펴보면, 수압, 초기 굽힘 변형 및 수정 세장비의 변화의 영향은 거의 무시할 수 있고 지름-두께의 비와 국부 손상의 변화는 그 영향이 현저함을 알 수 있다.

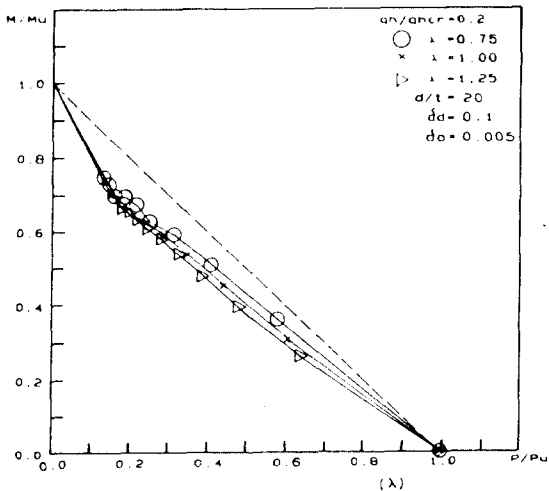
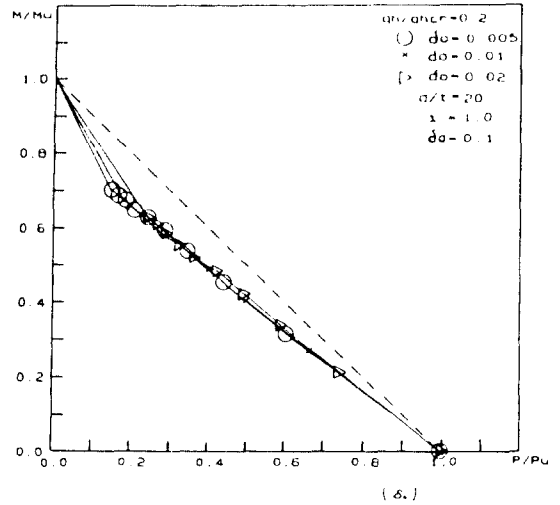
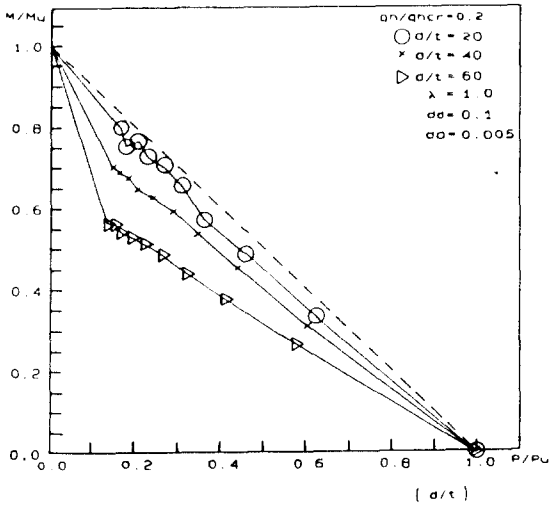
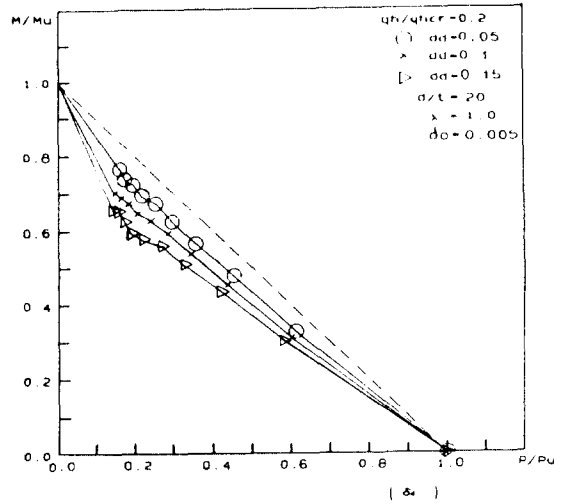
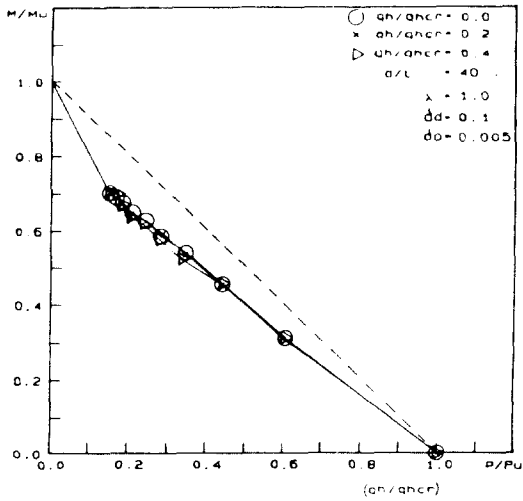


Fig. 4 Effects of basic parameters on the interaction between axial compression and end bending moment

5.2 설계식

축 압축력과 단 굽힘 모멘트가 동시에 작용하는 경우의 설계식은 식 (11)의 형태를 많이 택하고 있다.

$$(Me - Mu) \{1 / (1 - P / P_E)\} + (P / Pu)^\alpha = 1 \dots (11)$$

이 식은 단 모멘트(Me)에 증폭 계수 $[1 / (1 - P / P_E)]$ 를 곱하여 파괴가 일어날 때의 최대 굽힘 모멘트를 근사적으로 추정하고 있다. 직사각형 단면의 경우의 α 는 2가 되고, 손상되지 않은 얇은 원통의 경우는 1을 사용할 것을 권하고 있다.¹¹⁾ Fig.

4에서도 알 수 있듯이 손상 원통의 경우는 α 가 1보다 작은 값을 갖게된다. 앞에서 제안해 놓은 자료를 이용해 이 값을 추정할 수 있는 식을 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha = \text{EXP} \{-0.000022 (D/t)^3 \sigma_d (\text{Ecc}/D)^{0.5}\} \dots (12)$$

Pu와 Mu의 값은 참고 문헌 2에 주어진 식을 사용하여 근사적으로 구할 수 있다.

6. 결 론

손상 원통에 축 압축력과 수압이 같이 작용하는 경우를 해석하기 위해 제안된 방법²⁾을 단 굽힘 모멘트가 추가된 복합 하중의 경우에 사용하여 여러 경우에 대한 잔류 강도 계산을 수행한 후 이 결과를 바탕으로 간편한 설계식을 유도하는 과정과 그 결과를 이 논문에서 보여주고 있다.

손상 단면의 형상은 식 (1)~(6)을 사용하여 수식화할 수 있고, 국부 손상 길이의 길이 방향 변화는 식 (7)로 표현할 수 있고, 국부 손상부의 길이는 식 (9)를 사용하여 계산할 수 있다.

축 압축력, 수압 및 단 굽힘 모멘트의 복합 하중하의 손상 원통의 거동도 참고 문헌 2에서 제안한 방법으로 수월히 해석할 수 있고, 설계식의 유도를 위한 parametric study에 적합함을 확인하였다. 단지 두께가 얇은 경우($D/t > 60$)는 이 방법이 과소한 추정치를 줄 수 있으므로 앞으로 더 연구가 필요한 부분으로 생각된다.

축 압축력, 수압 및 단 굽힘 모멘트를 받는 손상 원통의 잔류 강도는 식 (6) 및 식 (7)과 참고 문헌 2에 주어진 식들을 사용하여 간편히 구할 수 있다. 하지만 이 논문에서 제안한 설계식의 신뢰도를 높이기 위해 일반적인 복합 하중(축 압축력, 수압 및 단 굽힘 모멘트가 동시에 작용하는 경우) 하의 손상 원통의 거동에 관한 실험적 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 1) Unda, Y. and S.M.H. Rashed, "Behaviour of Damaged Tubular Structural Members", Jour. of Energy Resources Technology, ASME, Vol. 107, pp. 342~349, Sep. 1985
- 2) 조 상래, "Design Equation for Predicting the Residual Strength of Damaged Tubulars under Cobined Axial Compression and Hydrostatic Pressure", Jour. of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 26, No. 4, pp. 11~23, 1989(in English)
- 3) Taby, J., T. Moan, and S.M.H. Rashed, "Theoretical and Experimental Study of the Behaviour of Damaged Tubular Members in Offshore Structures", Norwegian Maritime Research, Vol. 9, No. 2, pp. 26~33, 1981
- 4) Smith, S.C., W.L. Somerville, and J.M. Swan, "Residual Strength and Stiffness of Damaged Steel Bracing Members", Proc. 13th Offshore Technology Conf., Houston, Paper OTC 3891, pp. 273~282, May, 1981
- 5) Smith, C.S., W. Kirkwood, and J.W. Swan, "Buckling Strength and Post-Collapse Behaviour of Tubular Bracing Members Including Damage Effects", Proc. 2nd Intl. Conf. on Behaviour of Offshore Structures (BOSS '79), BHRA, Fluid Engg, Cranfield, pp. 303~326, Aug. 1979
- 6) Frieze, P.A. and S.R. Cho, "Dynamic Impacts to Tubulars and Their Residual Strength", Proc. 4th Intl Symp. on Practical Design of Ships and Mobile Units (PRADS '89), Varna, pp. 50/1~50/7, Oct. 1989
- 7) Watson, A.R., S.R. Reid, W. Johnson and S.G. Thomas, "Large Deformation of Thin-Walled Circular Tubes under Transverse Loading-II", Int. Jour. of Mechanical Sciences, Vol. 18, pp. 387~397, 1976
- 8) Chen, W.F. and T. Atsuta, "Theory of Beam-Column : Volume 1-In-Plane Behaviour and Design", McGraw-Hill, New York, 1976
- 9) Newmark, N.M., "A Method of Computation for Structural Dynamics", Jour. of Engineering Mechanics Div. ASCE. Vol. 85, No. EM3, pp. 67~94, July, 1959
- 10) Santathadaporn, S. and W.F. Chen, "Tangent Stiffness Method for Biaxial Bending," Jour. of Struc. Div. ASCE, Vol. 98, No. ST1, pp. 153~163, Jan. 1972
- 11) Chen, W.F. and D.J. Han, "Tubular Members in Offshore Structures", Pitman, Boston, 1985