

地震을 考慮한 土留構造物の 信賴度 解析

Reliability of Earth Retaining Structure during Earthquake.

白 榮 植*
Paik, Young-Shik

沈 泰 燮**
Shim, Tae-Sup

金 一 憲***
Kim, Il-Heon

韓 相 賢****
Han, Sang-Hyun

Abstract

A method is investigated to analyze the reliability of the gravity retaining wall which is designed to allow a limiting translational movement induces by the earthquake loading.

Application of FOSM method to the Richards and Elms model yields a practical procedure for the analyses of the reliability and sensitivity of the retaining wall subjected to the earthquake.

After examination of the practice for the earthquake design of the retaining wall, the methods of the reliability analysis are considered. Finally, this study presents the step-by-step procedure for analyzing the reliability of the earth retaining structure for practical convenience.

要 旨

地震時 壁體의 慣性力을 考慮하여 所定의 微小變位를 許容하도록 設計된 擁壁의 信賴度를 解析하는 方法을 研究하였다.

FOSM 方法을 Richards and Elms 의 model 에 適用함으로써 實用的인 擁壁의 信賴度解析이 可能하였다.

本 研究에서는 우선 地震時의 擁壁設計方法을 考察하고, 그 다음에 信賴度 解析方法의 概要를 FOSM 을 中心으로 檢討하였다. 마지막으로 實際 許容變位를 認定하는 擁壁의 設計過程과 信賴度 및 銳敏度 解析過程을 段階順으로 詳細히 提示하여 實用에 便利하게 하였다.

1. 序 論

現在 慣用되고 있는 地震荷重을 考慮한 擁壁의 設計方法은 Mononobe-Okabe 土壓理論을 基

礎로 한 Seed-Whitman 方法(1970)이다. Mononobe-Okabe 土壓은 그 크기에 관하여서는 대체로 妥當性이 認定되고 있으나 그 作用點에 대해서는 많은 論難이 있어왔다. 이 方法의 또 하나의 重要한 欠點은 擁壁自體의 慣性力을 無視하

* 正會員, 慶熙大學校 工科大學 土木工學科 教授

** 正會員, 朝鮮大學校 工科大學 土木工學科 副教授

*** 正會員, 仁川大學校 工科大學 土木工學科 副教授

**** 正會員, 慶熙大學校 大學院 博士課程

고 있다는 점이다. 重力式 擁壁은 그 自重이 抵抗力의 大部分을 차지하므로 壁體의 慣性力變化는 重要な 要素가 된다.

Richards and Elms(1979)는 이 點에 着眼하여 壁體의 慣性力을 考慮하는 擁壁設計方法을 考案하고 慣性力을 無視하면 不安全側 設計가 됨을 밝혔다. 또한 이 方法은 水平地盤加速度(horizontal ground acceleration)가 큰 경우에는 壁體의 變位가 전혀 일어나지 않도록 하기 위해서는 대단히 큰 自重이 所要되어 非經濟的 設計가 됨도 밝혔다. 따라서 이들은 地震時 所定의 微小變位를 許容함으로써 보다 낮은 水準의 地震에 대하여 擁壁을 設計하는 合理的인 方案을 發表하였다.

擁壁의 安定性을 表現하는 現在의 基準은 安全率(factor of safety)이다. 安全率은 長期間에 걸쳐 廣範圍하게 使用된 概念이지만 이에 대한 不合理性과 欠點은 土質工學 技術者들 사이에서도 認識되어 가고 있다(Li and Lumb, 1987; Grivas, 1978; 白榮植, 1980 等). 安全率을 改善하는 方法으로 部分安全率(partial factor of safety)의 概念이 導入되기도 했지만(Brinch Hansen, 1967; Lumb, 1970; Meyerhof, 1970, 1984) 安全率의 欠點을 克服하지는 못하였다(Li and Lumb, 1987).

1970 年代 初期부터 構造物의 信賴度를 表示하는 概念으로 信賴指數(reliability index) 또는 破壞確率(probability of failure)이 使用되기 시작하였다. 이 方法은 本質적으로 數 많은 不確實性(uncertainty)이 內包되는 土質工學 問題에서 理論上 安全率 보다 合理的인 安全의 尺度가 될 수 있으나 實用段階에는 이르지 못하고 있다

初期에 開發되어 現在에도 實務技術者들 사이에 가끔 使用되고 있는 MVFOSM (mean value first order second moment) 方法은 舉動函數(performance function)가 非線形인 경우에는 큰 誤差를 誘發할 수 있음이 밝혀졌다. 그런데 土質構造物의 信賴度解析에 나타나게 되는 舉動函數는 대부분 非線形이므로 MVFOSM 은 適合하지 못하다고 생각된다. 또한 이 方法은 不變性에 問題點이 있다.

Hasofer and Lind(1974)는 FOSM(first order

second moment) 方法을 發表하여 不變性 問題를 克服하였다. FOSM 에서는 各 變數의 平均値 벡터(mean vector)와 共分散 매트릭스(covariance matrix)가 必要하다. 그리고 이 方法은 比較性에 問題點이 남아 있다.

FOSM 보다 理論上으로는 더욱 發展된 完全確率分布(full distribution) 方法이 있으나 이 方法은 모든 變數의 同時分布(joint distribution)를 알아야 하므로 土質工學 問題에 適用하기는 어려운 實情이다(Li and Lumb, 1987).

이러한 現實的 制約 때문에 本研究에서는 FOSM 을 사용하고 있다. 만약 FOSM 에 의한 適正值의 信賴指數를 規定해 두면 이 方法은 實用的 設計方法으로 定立될 수 있다.

地震을 考慮한 擁壁의 信賴度에 관한 研究는 희소하며 特히 所定의 變位를 許容하도록 設計된 重力式 擁壁에 관한 信賴度는 거의 研究되지 않은 實情이다.

本 論文은 Richards-Elms 의 方法과 Hasofer-Lind 의 信賴指數를 應用하여 所定의 微小變位가 許容된 擁壁의 信賴度 解析方法을 研究한 것이다.

2. 地震을 考慮한 擁壁의 設計方法

地震을 考慮한 擁壁의 設計方法은 다음과 같은 3段階로 이루어진다: (1) 橫方向 土壓分布의 決定. (2) 破壞型態의 파악. (3) 各 破壞型態別 安全率의 算定 및 許容安全率과의 比較.

破壞의 型態로는 滑動, 轉倒, 支持力 및 斜面으로서의 安定 等 4 가지를 檢討하게 된다. 우선 地震荷重을 考慮한 擁壁의 設計方法을 다음에 記述하기로 한다.

2.1 Mononobe-Okabe 方法

이 方法은 Coulomb 의 흙 췌기理論에 덧붙여 흙의 水平 및 鉛直 慣性力을 包含시킨 것이다.

主動土壓의 경우 擁壁에 作用하는 힘은 그림 2.1에 提示된 것과 같다.

主動土壓의 크기는

$$P_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - K_v') K_{AE} \quad \dots\dots(2.1)$$

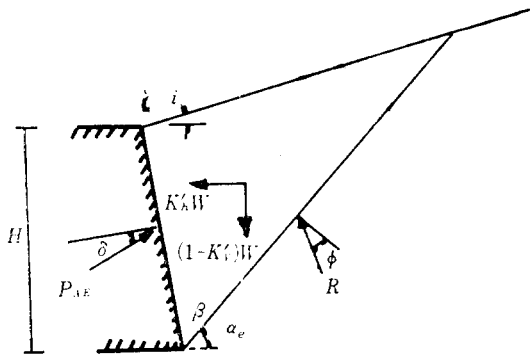


Fig. 2.1 Wedge forces in mononobe-okabe analysis

여기서

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\cos\theta \cos^2\beta \cos(\delta + \beta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)}} \right]^2} \quad \dots\dots(2.2)$$

γ = 흙의 단위중량

H =擁壁의 높이

ϕ = 흙의 내부마찰각

δ = 壁面摩擦角

i = 뒷채움 표면과 수평선이 이루는 角度

β = 擁壁背面이鉛直면과 이루는 角度

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{K_h'}{1 - K_v'} \right) \quad \dots\dots(2.3)$$

K_h' = 흙 썩기의 水平加速度/g

K_v' = 흙 썩기의 鉛直加速度/g

K_{AE} = 靜的 및 動的 영향을 모두 包含한 主動土壓係數

흙 썩기의 破壞面이 이루는 角度 α_e 는

$$\alpha_e = \phi - \theta - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\tan(\phi - i - \theta) [\tan(\phi - i - \theta) + \cot(\phi - \beta - \theta)] [1 + \tan(\delta + \beta + \theta) \cot(\phi - \beta - \theta)]} - \tan(\phi - i - \theta)}{1 + \tan(\delta + \beta + \theta) [\tan(\phi - i - \theta) + \cot(\phi - \beta - \theta)]} \right) \quad \dots\dots(2.4)$$

壁體變位の 크기는 여기서 重要하지 않다. 다만 흙의 剪斷強度가 完全히 發揮되기에 充分한 變位가 일어나야 한다.

Mononobe-Okabe 方法의 難點은 적절한 K_h 및 K_v 값의 選擇에 있다(Nadim and Whitman, 1983).

Seed and Whitman(1970)에 의하면 主動土壓은 內部摩擦角 ϕ 와 뒷채움 傾斜角 i 의 變化에 따라 敏銳하게 달라지지만 壁面摩擦角 δ 와 鉛直地盤加速度 K_v 의 變化에는 그다지 영향을 받지

않는다. Richards and Elms 는 $\phi - \theta - i < 0$ 이면 主動土壓의 正解는 不可能함을 밝혔다.

Mononobe and Matsuo(1929), O'Hara(1970), Ishii(1960), Matsuo and O'Hara(1960) 그리고 Niwa(1960) 등은 模型試驗을 통하여 Mononobe-Okabe 方法이 適正한 크기의 主動土壓을 算定함을 밝혔다. Wood(1973)는 FEM 으로 Mononobe-Okabe 土壓의 크기가 妥當함을 보였다. 結局 Mononobe-Okabe 의 主動土壓은 그 크기에 관하여서는 妥當성이 認定되고 있다고 말할 수 있다.

Mononobe-Okabe 는 土壓의 作用點을 靜的인 경우와 마찬가지로 擁壁 底面에서 $H/3$ 되는 곳

으로 假定하였다. 그러나 Jacobsen(1951)은 作用點이 $H/3$ 보다 위쪽이라고 하였다. Seed and Whitman(1970)은 靜的土壓部分(式(2.1)에서 $\theta = K_v = 0$ 로 두고 구함)의 作用點은 $H/3$, 나머지 動的土壓部分은 $0.6H$ 되는 곳에 作用하는 것으로 생각하였다. Wood(1973, 1975)는 理論的 研究結果 土壓의 作用點이 대략 擁壁 높이의 中點이라고 發表하였다. Matsuo et al. (1960)은 模型試驗 結果에서 $0.55H$ 의 作用點을 提示하였고 Ishihara(1965)는 $(0.35 \sim 0.44)H$ 를 提案하였다. 특히 Serif et al.(1983)은 壁體의 頂點을 中心으로 한 회전에 대하여 $0.55H$ 정도의 土壓作用點을 發表하였다. 이와 같이 Mononobe-

Okabe 의 主動土壓作用點에 관해서는 定說이 없다. Richards and Elms 는 대부분의 경우 $0.6H$ 로 보면 充分하다고 하였다. 그러나 現在에는 Seed and Whitman 의 方法이 慣用되고 있다.

Mononobe-Okabe 方法은 1920 年代 以來 擁壁의 耐震設計에 관한 基本理論이 되어 왔다. 그러나 이 方法은 擁壁自體의 慣性力을 無視하고 있는 것이 欠點으로 지적되고 있다. Richards and Elms (1979)는 壁體의 慣性力이 全體 滑動力 가운데 큰 部分을 차지하며 이를 無視하면

不安全側 設計가 될 수 있음을 밝혔다.

2.2 Richards-Elms 方法

Richards-Elms(1979)는 Mononobe-Okabe 土壓論의 妥當性을 假定하고 擁壁自體의 慣性力을 考慮하는 새로운 擁壁 耐地震設計法을 發表하였다. 이 方法에 의하면 擁壁은 微小한 變位가 許容되도록 設計하는 것이 斷面의 크기를 보다 適正한 水準으로 維持하는 方案이 되며, 때로는 變位의 許容이 不可避하게 된다.

Richards-Elms의 model에 作用하는 힘은 그림 2.2에 提示되어 있다. 여기서 W_w 는 壁體의 重量, B 는 擁壁底面에 作用하는 反力이며, F 와 N 은 各各 B 의 水平 및 鉛直成分이다. 그리고 K_h'' K_v'' 는 各各 壁體의 水平 및 鉛直方向 地震係數이다.

滑動이 시작되려는 순간에 대한 擁壁底面의 摩擦抵抗과 Mononobe-Okabe 主動土壓의 平衡條件($F=N\tan\phi_b$)에서 擁壁의 自重 W_w 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W_w = \frac{[\cos(\delta+\beta) - \sin(\delta+\beta)\tan\phi_b]}{(1-K_v'')(\tan\phi_b - \tan\phi)} P_{AE} \quad \dots\dots(2.5)$$

여기서 P_{AE} 는 Mononobe-Okabe 主動土壓이다. 注意할 點은 滑動이 시작되는 순간까지는 $K_h'' = K_h' = K_h$, $K_v'' = K_v' = K_v$ 가 成立된다는 사실이다. K_h 와 K_v 는 各各 地盤의 水平 및 鉛直地震係數이다.

Richards and Elms(1979)에 의하면 壁面摩擦

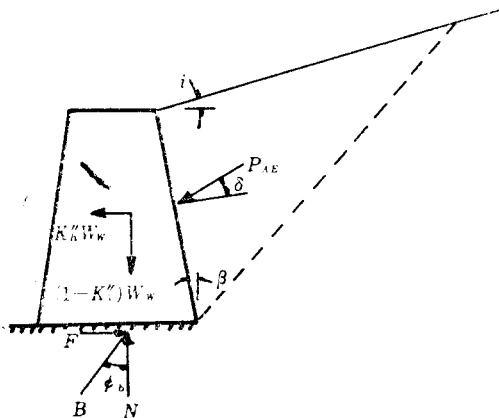


Fig. 2.2 Free body diagram of wall forces for the richards-elms model

角 δ 와 鉛直地震係數 K_v 는 動的土壓에는 微微한 영향 밖에 미치지 않는 反面, 壁體의 慣性力의 影響算定에는 重要한 要素가 된다. 또한 이들은 보통 程度의 地震에 대해서는 $K_v=0$ 으로 두어도 큰 誤差는 없음을 parametric analysis를 통하여 밝혔다(Jacobson, 1980). 따라서 Richards-Elms 方法에서는 $K_v=0$ 로 假定하여 解法을 單純化시키고 있다.

式(2.5)에서 分母가 零이 되면 滑動이 일어나지 않게 하기 위해서는 擁壁의 自重이 無限大가 되어야 한다. 이러한 現象은 臨界水平地震係數 K_h^* 에서 일어난다. K_h^* 은 다음과 같다.

$$K_h^* = (1-K_v)\tan\phi_b \quad \dots\dots(2.6)$$

따라서 擁壁은 微小變位를 許容하도록 K_h^* 보다 더 낮은 地震水準에 對하여 設計하는 것이 合理的이다.

擁壁의 變位量을 算定하기 위해서는 Newmark (1965)의 滑動블럭(sliding block)模型을 使用한다. Richards and Elms는 이 模型을 應用한 Franklin and Chang(1977)의 研究結果에서 다음과 같은 式을 提案하였다.

$$d = 0.087 \frac{V^2}{Ag} \left(\frac{N}{A} \right)^{-4} \quad \dots\dots(2.7)$$

여기서 d =擁壁의 變位量(in), A =最大地震加速度係數, V =最大速度(in/sec), N =臨界地震加速度係數로서 K_h 에 해당된다. 이 式에 따르면 變位量은 地震特性에만 有關하고 擁壁의 形狀이나 뒷채움의 傾斜와는 無關係하다.

擁壁의 設計順序는 우선 許容變位量 d 를 假定하여 式(2.7)에서 K_h 를 구하고, 이에 對應하는 擁壁自重 W_w 를 式(2.5)에서 算定한다. 다시 適當한 安全率을 考慮하여 設計擁壁의 重量을 決定한다.

Wong(1982)은 Zarrabi(1979) model을 사용하고 다수의 資料를 解析하여 擁壁의 變位量을 구하는 式을 發表하였다.

$$d = \frac{37V^2}{Age^{-9.4N/A}} \quad \dots\dots(2.8)$$

그는 다시 地盤運動의 增幅에 대한 補正係數도 提示하였는데 Nadim and Whitman (1983)은 이를 要約하여

$f/f_1 < 0.25$: 補正不必要

$f/f_1 \approx 0.50$; A 와 V 를 25~30% 增加시킬것.

$f/f_1 \approx 0.7 \sim 1.0$; A 와 V 를 50% 增加시킬것. 여기서 f 는 地震의 支配震動數이고 f_1 은 巔峯의 基本震動數이다. 이 補正值를 式 (2.7) 또는 式 (2.8)에 사용할 수 있다. 그러나 Zarrabi 모델은 破壞面 순간마다 變하는 문제로 實用하기에는 더 많은 研究가 必要하다.

3. 信賴度 解析

土質定數에는 本質的으로 數 많은 不確實性이 內包되어 있으므로 土質構造物의 安全性을 解析하기 위해서는 確率論的 接近이 불가피하다. 確率理論을 應用한 信賴度 解析方法으로 Monte Carlo Simulation을 土質構造物에 適用한 研究가 發表되었다(白榮植, 1980). Monte Carlo 方法은 特性上 多樣하고 복잡한 問題에도 쉽게 適用할 수 있는 長點이 있다.

그러나, Monte Carlo 方法은 破壞確率에 낮은 경우, 正確한 解를 얻기 위해서는 數 많은 simulation을 수행하여야 하므로, 非能率的으로 된다. 또한 이 方法으로는 各 確率變數의 變化에 따른 解의 銳敏性에 關하여서는 아무것도 알 수가 없다.

一階信賴性(first-order reliability) 解析方法은 위에서 言及한 두 가지 難點을 解決할 수 있는 信賴度解法이다. 또한 이 方法은 廣範圍한 問題에 대한 合理的인 解의 根據가 될 뿐만 아니라 code化가 容易하다는 重要한 長點을 가지고 있다.

信賴性 解析方法은 確率變數의 一次 및 二次 모멘트, 周邊確率分布(marginal distribution), 部分同時確率分布(partial joint distribution), 完全同時確率分布(full joint distribution) 등의 統計 情報를 結合시킴에 따라 擴張되고 發展될 수 있다. 즉 가장 간단한 平均值一階二次모멘트(mean value first order second moment; MVFOSM)方法에서 一階二次모멘트(first order second moment; FOSM), 一階周邊確率分布(first order marginal distribution; FOMD), 一般二次모멘트(generalized second moment), 그리고 完全確率分布(full distribution)信賴度解析方

法까지 多樣한 研究가 發表되었다.

擁壁을 包含한 土質構造物의 信賴性을 解析함에 있어서 必要한 統計情報를 完全無欠하게 獲得하는 것은 거의 不可能하다. 보통 一次 및 二次모멘트의 파악과 간혹 共分散(covariances)과 周邊確率分布의 파악 또는 신빙성 있는 推定이 可能할 뿐이다. 따라서 各 確率變數 사이의 相關性和 同時確率分布는 明確하지 않게 된다. 이러한 現實的 制約 때문에 完全確率分布方法 등은 實際 問題에 適用하는데 難點이 있다(Li and Lumb, 1987).

信賴度指數는 다음 3 가지 特性을 滿足시키는 것이 바람직하다.

- (1) 完全性(completeness)
- (2) 不變性(invariance)
- (3) 比較性(comparativeness)

MVFOSM은 不變性和 比較性에 問題가 있으며 一般二次모멘트법은 모든 條件을 만족시키지만 完全한 統計情報의 把握이 不可能하여 實用이 困難하다. 한편 FOSM은 比較性에만 問題가 있으나 土質構造物의 信賴度解析에는 가장 實用的이고 code化에 便利한 方法이다. 여러 가지 信賴性解析方法에 關한 比較는 Der Kiureghian and Lin(1987)에 의하여 報告되었다.

本 研究 實用性和 現實性을 감안하여 FOSM을 사용하기로 한다. 아래에 이에 대한 간단한 說明이 記述되어 있다. 原典의 內容에 그 동안 發展된 事項을 追加하여 사용에 便利하게 하였다. 또한 FOSM의 반복계산에 MVFOSM의 값이 初期值로 쓰이는 경우가 있으므로 이에 關해서도 略述하였다.

3.1 MVFOSM

한 要素의 信賴性을 解析하기 위하여 舉動函數(performance function) $g(\mathbf{X})$ 를 다음과 같이 定義한다.

$$g(\mathbf{X}) = Z = R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X}) \quad \dots\dots(3.1)$$

여기서 R 은 抵抗力, S 는 荷重, Z 는 安全餘裕(safety margin), 이며 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 은 基本確率變數(basic variable) vector이다. 따라서 $g(\mathbf{X}) \leq 0$ 은 不安全區域, $g(\mathbf{X}) > 0$ 은 安全區域이 된다. 安全區域과 不安全區域의 境界面은 g

$(X)=0$ 인 n 次 超越面이며 이 境界面을 限界狀態(limit state) 또는 破壞面(failure surface)이라 한다.

理論上 破壞確率 P_f 는 ($P_f=P(g(X)\leq 0)$) $P_f=\int f_X(X)dX$ 이지만 同時分布를 아는 경우는 드물 ($g(X)<0$)

고 積分도 어려우므로 近似解를 구하고 있다.

舉動函數를 標準變換하면 다음과 같다.

$$U = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad \dots\dots(3.2)$$

U 의 平均은 0, 標準偏差는 1 이 된다. 여기서 μ_Z 와 σ_Z 는 各各 Z 의 平均과 標準偏差이다.

破壞確率 P_f 는

$$P_f = P(Z \leq 0) = P\left(U \leq -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = F_U(-\beta) \quad \dots\dots(3.3)$$

여기서 β 를 信賴指數(reliability index)라 하며 다음과 같이 定義된다.

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad \dots\dots(3.4)$$

U 의 分布를 모르기 때문에 式 (3.3)에서 破壞確率을 구하는 것은 不可能하다. 만약 U 가 標準正規分布(즉 Z 가 正規分布)이면

$$P_f = \phi(-\beta) \quad \dots\dots(3.5)$$

여기서 $\phi(\cdot)$ 는 標準正規分布의 (\cdot) 에서의 CDF이다. Cornell(1969)은 U 의 分布를 모를 때에도 式 (3.5)가 近似的으로 成立된다고 主張하였다.

이와 같이 β 는 P_f 와 密接한 關係가 있으므로 또 하나의 信賴尺度가 되고 있다.

式 (3.4)에서 β 를 算定하기 위해서 $Z=g(X)$ 를 Taylor 級數로 展開하여 一次項까지로 線型化하고 確率變數의 特性은 一次 및 二次모멘트로 表現한다. 즉 平均 vector M_X 와 共分散 매트릭스 C_{XX} 를 알고 $g(X)$ 를 다음 式으로 近似化한다.

$$g(X) \doteq g(x_0) + \nabla g^T(x_0)(X - x_0) \quad \dots\dots(3.6)$$

만약 $g(X)$ 를 平均(M_X)에 대하여 展開하면 ($x_0=M_X$), MVFOSM 方法이 되고 이 때의 信賴指數 β_{MVFOSM} 는

$$\beta_{MVFOSM} = \frac{g(M_X)}{[\nabla g^T(M_X)C_{XX}\nabla g(M_X)]^{1/2}}$$

.....(3.7)

이 方法은 不變性에 문제가 있음이 Hasofer and Lind(1974)에 의하여 밝혀졌다. 즉 舉動函數를 定하는 方法에 따라 同一한 問題에 대해서 相異한 信賴指數가 求해진다. Li and Lumb(1987)은 이를 表 3.1 과 같이 整理하였다.

Table 3.1 Lack of invariance in the MVFOSM method

$g(X)$	β_{MVFOSM}
R-S	$\frac{F-1}{\sqrt{F^2 V_R^2 + V_S^2}}$
$\frac{R}{S} - 1$	$\frac{F-1}{F\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}$
$\ln \frac{R}{S}$	$\frac{\ln F}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}$

$$F = \bar{R}/\bar{S}$$

$$V_R = \text{Cov of the resistance}$$

$$V_S = \text{Cov of the load}$$

그림 3.1 도 MVFOSM의 不變性에 관한 問題點을 圖示한 것이다. 이 그림에서 $r = \mu_r/\mu_s$, (μ 는 平均值), δ 는 Cov 이다.

MVFOSM의 不變性 問題는 Taylor 展開에서 線型化 點으로 平均值 벡터(M)을 選擇했기 때문에 發生한다. 그럼에도 불구하고 이 方法은 손쉬운 近似解로서, 또는 보다 進歩된 信賴度 解析方法에서 반복計算을 위한 初期值로서 아직도 有用性이 認定되고 있다.

3.2 FOSM

MVFOSM의 不變性 問題를 극복하기 위하여 一階二次모멘트(first order second moment : FOSM) 方法이 開發되었다. 이 方法에서는 同一한 內容의 舉動函數에 대해서 同一한 信賴指數가 얻어지는 線型化 點을 찾아내게 된다(Hasofer and Lind, 1974).

FOSM 方法은 舉動函數가 線型인 경우와 非線型인 경우, 또한 確率變數 사이의 相關性 有無에 따라 解析의 段階가 다르게 되지만 그 根本概念은 同一하다. 本 研究에서는 有相關 非線型 舉動函數의 경우에 대하여 論하기로 한다. 이는

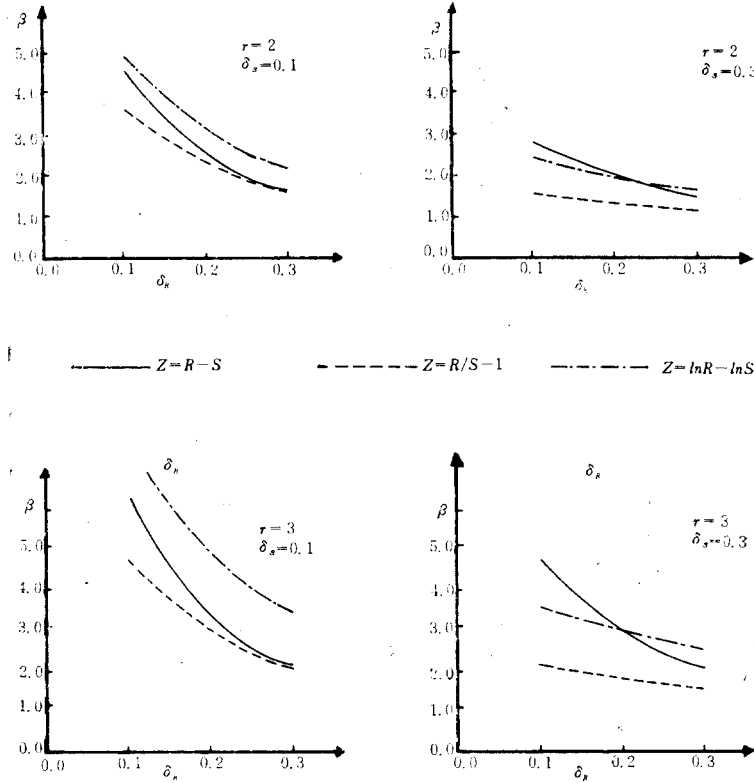


Fig. 3.1 Illustration of lack of invariance in the MVFOSM Method

土質構造物에 관한 舉動函數는 非線型이고 確率變數 相關性은 完全히 밝혀지지 않았지만 반드시 無相關이라고 볼 수는 없기 때문이다. 사실상 有相關 非線型 條件은 나머지 條件을 包含하고 있다고 생각할 수 있다.

우선 原空間(original space)의 有相關 確率變數(X)를 標準空間(standard space)의 無相關 標準確率變數(Y)로 變換시키는 것이 必要하다. 이 관계식은

$$Y = \Gamma D_X^{-1} (X - M_X) \quad \dots\dots (3.8)$$

이렇게 얻어진 Y 는 $M_Y = 0$, $C_{YY} = I$ 그리고 舉動函數 $g(X) = G(Y)$ 로 表示할 수 있다. D_X 는 標準偏差로 된 對應매트릭스(diagonal matrix)이고 Γ 는 變換매트릭스(transformation matrix)로서 다음과 같은 관계에 있다.

$$\Gamma R_{XX} \Gamma^T = I \quad \dots\dots (3.9)$$

여기서 I 는 單位매트릭스(identity matrix)이고 R_{XX} 는 相關係數(correlation coefficient; ρ_{ij})로

된 對稱매트릭스이다. 따라서 $C_{XX} = D_X R_{XX} D_X$ 또는 $R_{XX} = D_X^{-1} C_{XX} D_X^{-1}$ 이다. 또한 $R_{XX} = LL^T$ 이고 $\Gamma = L^{-1}$ 이며 Γ 는 R_{XX} 의 Cholesky decomposition으로 구하는 것이 便利하다. 여기서 L 은 底部三角매트릭스(lower triangular matrix)이다. 여기에 관해서는 뒤에 詳細하게 記述되어 있다.

Hasofer and Lind(1974)는 信賴指數 β 는 標準空間의 原點에서 가장 가까운 破壞面上的의 點 사이의 거리로 定義하였다. 原點에서 가장 가까운 거리(β)에 있는 點의 座標를 y^* , 이 點의 方向餘弦(direction cosine)을 α^* 라 하면

$$y^* = \alpha^* \beta \quad \dots\dots (3.10)$$

標準空間을 原空間으로 再變換하려면 式(3.8)에서

$$X = D_X L Y + M_X \quad \dots\dots (3.11)$$

사실상 y^* 點은 破壞確率이 가장 큰 點이라는 것이 밝혀졌다. 또한 單位 벡터 α 는 標準確率變

數 y 의變化에 따른 β 의 銳敏度(sensitivity)가 된다.

y^* 는 式 (3.11)에 의하여 原空間의 값 x^* 로 變換될 수 있다. 또한 原空間(有相關)에서의 銳敏度는 γ 벡터로 다음과 같이 表現된다.

$$\gamma = \frac{\alpha^* \Gamma}{|\alpha^* \Gamma|} \quad \dots\dots(3.12)$$

破壞確率이 가장 큰 點(y^*, x^*)를 設計點(design point)이라 하며 이 點을 찾아내기 위해서는 반복계산이 필요하다. 다음에 이를 위한 Algorithm 을 제시한다.

(1) Cholesky decomposition 으로 L 을 計算한다($R_{xx}=LL^T$). 만약 無相關 變數이면 $L=I$.

(2) Γ 를 구한다. $\Gamma=L^{-1}$

(3) $i=0$ 로 두고 初期點 x_0 를 選定하여 이에 對應하는 無相關 標準變數 y_0 를 구한다. $y_0 = \Gamma D^{-1}(x_0 - M)$

보통 $x_0 = Mx$ 로 한다.

(4) 反復計算을 實施한다.

가. $G(y_i) = g(x_i)$ (3.13)

$$\nabla G(y_i) = \nabla g(x_i) D_x L \quad \dots\dots(3.14)$$

$$\alpha_i = - \frac{\nabla G(y_i)}{|\nabla G(y_i)|} \quad \dots\dots(3.15)$$

$$\beta_i = \sqrt{y_i^T y_i} \quad \dots\dots(3.16)$$

나. β, α, x 의 收斂을 Check 한다. 단 $i=0$ 때는 除外. 즉 다음을 檢討한다.

$$\|\beta_i - \beta_{i-1}\| < \text{tol}(\beta) \quad \dots\dots(3-17a)$$

$$\|\alpha_i - \alpha_{i-1}\| < \text{tol}(\alpha) \quad \dots\dots(3.17b)$$

$$\|x_i - x_{i-1}\| < \text{tol}(x) \quad \dots\dots(3.17c)$$

만약 3條件이 모두 滿足되면 反復을 中斷한다. 그렇지 않으면 계속한다.

라. 다음 式에 의하여 새로운 反復點을 算定한다.

$$y_{i+1} = \left[\alpha_i y_i + \frac{G(y_i)}{|\nabla G(y_i)|} \alpha_i^T \right] \quad \dots\dots(3.18)$$

原空間의 對應點을 算定한다.

$$x_{i+1} = D_x L y_{i+1} + M \quad \dots\dots(3.19)$$

마. $i=i+1$ 로 두고 反復 程過 “가”로 간다.

이 방법은 수렴이 빨라서 2~3 회만에 끝낼 수 있다. 다만 初期值를 바꾸어서 檢討해 볼 必要가 있을 수도 있다

4. 許容變位置을 考慮한 擁壁의 信賴性 解析

Richards and Elms 의 擁壁設計方法과 FOSM 方法을 結合하면 所定の 微小變位를 許容하는 擁壁의 信賴度를 解析할 수 있는 方法을 모색할 수 있다. 이 때 모든 土性定數와 地震特性은 確率變數로 取扱할 수 있고 各 舉動函數에 關與하는 平均值 벡터와 相關매트릭스는 알고 있는 것으로 假定한다. 만일 無相關 變數이면 標準偏差만 必要하다.

信賴指數와 設計點 및 銳敏度를 算定하는 順序는 다음과 같다.

가. 許容變位에 대한 擁壁의 設計

(1) 許容變位量을 定한다(例 2.5cm).

(2) 式 (2.7) 또는 (2.8)에서 $K_h (=N)$ 을 구한다.

(3) 式 (2.2)에서 P_{AE} 를 計算한다.

(4) 式 (2.5)에서 W_w 를 算定하고 이를 W_{w0} 로 표시하고 斷面形狀을 定한다. 또는 適當한 安全率을 考慮하여 設計擁壁重量를 決定하고 斷面形狀을 定한다.

나. FOSM 에 의한 信賴度 解析

(5) 破壞形態別 舉動函數를 作成한다.

① 滑動에 대하여 :

$$g(X) = W_{w0} - \frac{[\cos(\delta + \beta) - \sin(\delta + \beta) \tan \phi_b] P_{AE}}{(1 - K_v) (\tan \phi_b - \tan \theta)} P_{AE}$$

② 轉倒에 대하여 :

$$g(X) = (1 - K_v) W_{w0} l_w + P_{AE} \sin(\delta + \beta) l_P - P_{AE} \cos(\delta + \beta) h_P - K_h W_{w0} h_w$$

③ 支持力에 대하여 :

許容支持力은 傾斜진 偏心荷重에 대한 Meyerhof(1953)式을 使用한다.

$$g(X) = B' (\gamma D_f N_{i_i} + \frac{1}{2} \gamma B' N_{i_i}) - P_{AE} \sin(\delta + \beta) - W_{w0} (1 - K_v)$$

여기에 사용된 記號는 그림 4.1에 圖示되어 있다. 단 h_P 는 Seed and Whitman 方法으로 결정한다.

(6) Cholesky decomposition 으로 L 을 計算한다. ($R_{xx}=LL^T$)

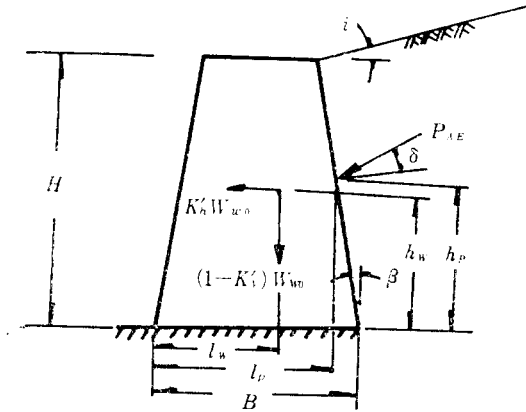
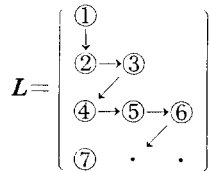


Fig. 4.1 Acting force system

$$L_{ij} = \begin{cases} \left(\rho_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2 \right)^{1/2} & \text{for } i=j \\ \left(\rho_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k} L_{j,k} \right) / L_{j,j} & \text{for } i>j \\ 0 & \text{for } i<j \end{cases}$$

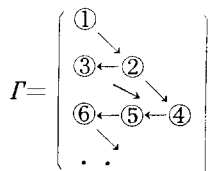
計算順序는 다음과 같다(rowwise).



(7) Γ 를 구한다. ($\Gamma=L^{-1}$)

$$\Gamma_{ij} = \begin{cases} (L_{ii})^{-1} & \text{for } i=j \\ -(L_{ii})^{-1} \sum_{k=j}^{i-1} L_{i,k} \Gamma_{k,j} & \text{for } i>j \\ 0 & \text{for } i<j \end{cases}$$

計算順序는 다음과 같다.



(8) $i=0$ 로 두고 初期值 $x_0=Mx$ 로 假定하여 無相關 標準變數 y_0 를 式 (3.8)에서 구한다.

(9) 反復計算을 式 (3.13)~(3.16)으로 實施한다. 단 初期의 $\beta=\beta_{MVFOSM}$ 은 式 (3.7)로 구할 수 있다.

(10) $i=0$ 때를 除外하고 式 (3.17)로 β, α, x 의 수렴을 Check 한다. 만약 β, α, x 3개가 모

두 만족되면 反復을 중단하고 그렇지 않으면 계속한다.

(11) 式 (3.18)에 의하여 새로운 反復點을 計算한다.

(12) 式 (3.19)에 의하여 原空間의 對應點을 算定한다.

(13) $i=i+1$ 로 두고 (9)로 돌아간다.

(14) 式 (3.17)의 조건이 만족되면 $x^*, y^*, \alpha^*, \beta$ 가 얻어지고 式 (3.12)에 의하여 銳敏度 벡터 r 가 구해진다.

위의 方法을 사용하여 다른 事項에 관한 信賴도와 銳敏性을 解析할 수 있다. 이러한 內容과 事例研究는 시스템 信賴性解析으로 擴張시켜 追後 發表할 예정이다.

5. 結 論

앞의 論議에서 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

(1) 地震時 所定의 微小變位를 許容하도록 設計된 重力式 擁壁의 信賴도를 解析할 수 있는 方法을 模索하였다. 現在의 與件으로는 Richards and Elms의 方法과 FOSM 方法을 結合하는 것이 가장 實用的이다.

(2) 擁壁의 變位가 所定의 許容值를 超過할 確率, 轉倒 및 支持力에 대한 信賴도를 解析할 수 있다.

(3) 信賴度解析에서 確率變數로 取扱한 土性值나 地震特性이 結果에 미치는 銳敏度를 比較할 수 있게되어 設計條件의 變更에 따른 影響을 正確히 評價 또는 推定할 수 있다. 따라서 銳敏度는 現在의 慣用的 設計技法에도 有用하게 應用될 수 있다.

(4) FOSM은 近似解法으로 完全性과 不變性에는 問題가 없으나 比較性에는 難點이 있다. 이러한 問題點을 克服하기 위해서는 確率變數 사이의 周邊分布와 同時分布에 관한 研究가 수행되어야 한다.

感謝의 말슴

本 研究는 1985年度 韓國科學財團 借款研究支援(管理番號 851-1306-009-1)으로 完成된 것이

다. 筆者는 이 支援에 대하여 韓國科學財團에 깊은 感謝의 뜻을 表한다.

參 考 文 獻

白榮植(1980), 斜面の 信賴度에 관한 新研究, 大韓土木學會論文集 第28卷 第3號.

A-Grivas, D. (1979), Correspondence between the Conventional Factor of Safety and the Probability of Failure of Soil Structures. Report No. CE-78-4, Department of Civil Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York.

Aitken, G.H. (1982), Seismic Response of Retaining Walls. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch New Zealand.

Brinch Hansen, J. (1967). The Philosophy of Foundation Design: Design Criteria, Safety Factor and Settlement Limits. Symposium on Bearing Capacity and Settlement of Foundations. Duke University.

Der Kiuregian, A. and H-Z. Lin(1987), Second-Order System Reliability with Directional Simulation, Proceedings, Fifth ICASP, Vancouver, Canada.

Franlin, A.G. and Chang, F.K. (1977), Permanent Displacements of Earth Embankments by Newmark Sliding Block Analysis. Miscellaneous Paper, S-71-17, Soils and Pavement Laboratory, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss.

Hasofer, A.M., and Lind, N.C.(1974), Exact and Invariant Second Moment Code Format. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE.

Ishii, Y., Arai, H. and Tsuchida, H. (1960), Lateral Earth Pressure in an Earthquake Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan, Vol.1.

Ishihara, M. (1965), Dynamic Earth Pressure Measured by a New Testing Apparatus. Proceedings, VI International Conference on Soil Mechanic and Foundation Engineering, Motreal, Canada.

Jacobsen, L.S. (1951). The Kentucky Project. Technical Report No. 13, Tennessee Valley Authority, U.S.A.

Jacobson, P.N. (1980), Traslational Behaviour of Gravity Retaining Walls during Earthquakes. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch New Zealand.

Li, K.S., and Lumb. P. (1987), Probabilistic Design of Dlopes. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 24, No. 4.

Lumb, P. (1970), Safety Factors and the Probability Distribution of Soil Strength. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 7.

Matsuo, H. and O-Hara, S. (1960), Lateral Earth Pressures and Stability of Quay Walls during Earthquakes. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan.

Meyerhof, G.G. (1970), Safety Factors in Soil Mechanics. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 7.

Meyerhof, G.G. (1984), Safety Factors and Limit States Analysis in Geotechnical Engineering. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 21.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929), On the Determination of Earth Pressures During Earthquakes. Proceedings, World Engineering Congress, Tokyo.

Nadim, F. and Whitman, R.V. (1983), Seismically Induced Movement of Retaining Walls. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. 7.

Newmark, N.M.(1965), Effects of earthquakes on dams and Embankments. Geotechnique, Vol. 15, No. 2.

Niwa, S. (1960), An Experimental Study of Oscillating Earth Pressures Acting on a Quay Wall. Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan.

O'Hara, S. (1970), Experimental Studies of Seismic Active and Seismic Passive Earth Pressure. Proceedings, Third Japanese Earthquake Engineering Symposium, Tokyo, Japan, Vol. 2.

Richards, R., and Elms, D.G.(1979), Seismic Behavior of Gravity Walls. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 105, No. GT4.

Seed, H.B., and Whitman, R.V. (1970), Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads.

- Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures ASCE.
- Serif, M.A. and Fang, Y-S. (1983), Dynamic Earth Pressures on Walls Rotating about the Top. Soil Engineering Research Report 25, University of Washington.
- Wong, C.P.(1982), Seismic Analysis and Improved Seismic Design Procedure for Gravity Retaining Walls. Department of Civil Engineering. MIT, Boston, Massachusetts.
- Wood, J.H. (1973), Earthquake-Induced Soil Pressures on Structures. Report No. EERL 73-05 ; Earthquake Engineering Research Lab., California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- Wood, J.H. (1975), Earthquake-Induced Pressures on a Rigid Wall Structure. Bulletin New Zealand Society for Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 3.
- Zarrabi, K. (1979), Sliding of Gravity Retaining Wall During Earthquakes Considering Vertical Acceleration and Changing Inclination of Failure Surface. Department of Civil Engineering, MIT, Boston, Massachusetts.

(접수일자 1989.8.15)