

경사 레일상에 있는 도립진자 장치의안정화 설계기법

論 文

3-4-4

A Design Technique for Stabilization of Inverted Pendulum Cart System on the Inclined Rail

朴 英 式* · 崔 富 貴** · 尹 炳 道***
(Young-Sik Park · Boo-Kwi Choi · Byung-Do Yoon)

요 약

휴대용 전기톱을 비롯한 학습 기계장치, 자동차 연동장치, 각종 화학 분석장치 및 산업용 로봇 시스템등의 전기설비에 광범위하게 응용되고 있는 고유 불안정한 도립진자 시스템의 동적 안정화 제어기 설계기법이 소개된다.

복잡한 비선형 동특성을 고려한 수학적 모델링과 C.D. Johnson에 의해 제시된 외란 적응 제어 이론을 적용하여, 최적 레귤레이터형 안정화 제어기를 설계하였으며, 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험결과가 만족스럽게 나타났다.

Abstract

A design technique of dynamic stabilization controller for the intrinsic unstable inverted pendulum system, which can be widely applicable to electrical equipments such as portable jigsaws, automobile gearshafts, chemical analyzers and industrial robot systems is introduced. Mathematical modelling with the more complex nonlinearity and the disturbance accomodating control theory presented by C. D. Johnson are adapted to this system by using the state-space approach. And the designed optimal regulator type stabilization controller which can be fastly tracked and can be accurately counteracted against all effects of the constant disturbances such as the inclinations of rail and the parameteric variations is simulated and implemented successfully.

1. 서 론

학습기계를 비롯한 인체 및 항공역학, 각종 분석

장치 로봇 시스템등에의 응용 및 해석에 광범위하게 응용되고 있는^{3), 4)} 편리한 시스템중의 하나가 고유 불안정한 도립진자 시스템이다.

도립진자 시스템은 1965년 Kapitza에 의해 최초로 제안된 이후 Schaefer와 Cannon(1966)은 Bang-Bang제어기를 설계하고, Strugeon과 Loscutoff

*正會員: 부산전통대학 전자통신과 부교수

**正會員: 동아대 공대 전자공학과 부교수

***正會員: 중앙대 공대 전기공학과 교수·공학박

경사 레일상에 있는 도립진자 장치의 안정화 설계기법

(1972)는 상태 공간 기법을 이용한 출력제한 제어기를 설계하여 불안정 시스템의 동적 안정화를 시도한 바 있다.^{1,2)} 그리고 Furuta(1984) 및 Sahba(1983)는 이중 및 삼중 도립진자 Computer제어를 행하였으며, Feng(1988)등은 극점 배치법과 최적 제어에 의한 안정화 시뮬레이션 결과를 발표하였다.^{5,6)}

그러나 복잡한 비선형 시스템의 동특성을 완전히 파악한다는 것은 불가능하며 이들은 파라메타의 변동에 민감하고, 적절한 제한이득의 결정을 위한 알고리즘이 아니므로, 시스템의 상태가 평형상태 근방에서만 만족되며, 레일의 진동 및 경사 등으로 인한 내, 외부 외란 발생시 안정화되지 못하는 결점을 갖고 있다.

본 연구에서는 단일 도립진자에 대해 비선형성을 최대한 고려하여 모델링하고, C.D. Johnson의 DAC이론⁹⁾을 기초로 레일의 경사가 없는 경우 및 미지의 편차각 형태로 지속되는 레일의 경사에 빠르게 추종 적용할 수 있는 외란 적응 최적 레귤레이터형 안정화 제어를 설계하고, 이를 시뮬레이션하여, 그 유용성을 입증하고자 한다.

2. 도립진자 시스템의 모델링

도립진자 시스템의 구성도는 그림 1과 같다.

본 장치의 도립진자는 자연 평형점이 연직이며, 연직상은 불안정한 제 2의 평형점을 갖는 고유 불안정한 시스템이다. 제어의 목적은 활차를 레일상의 중심부에 오게하고 그 위치에서 진자를 연직상인 불안정 평형점에 위치시키는 것이다. 그림 1의 시스템에 대한 동특성 모델은 도립진자의 힘과 변위의 관계로부터 다음의 가정하에서 구해진다.

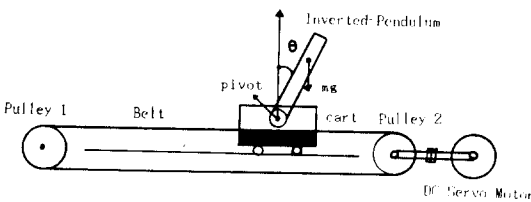


그림 1 도립진자 시스템의 구성도
Fig. 1 Schematic diagram of inverted pendulum system

가정)

- i) 진자는 강체이고, 그림상의 평면내에서 2차원 운동을 한다.
- ii) 구동 모터의 전기적 시간지연은 없다.
- iii) 활차와 진자의 마찰은 각각 활차의 이동속도, 진자의 각 속도에 비례한다.
- iv) 구동모터의 동력을 활차에 전달하는 벨트의 신장은 없다.

이상에서의 가정을 기초로하여 도립진자의 힘과 변위를 나타내는 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$mg + m \frac{d^2}{dt^2}(L \cos\theta) = V(t) \tag{2-1}$$

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + m \frac{d^2}{dt^2}(L \sin\theta) = H(t) \tag{2-2}$$

$$M \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + F \frac{dz(t)}{dt} + H(t) = KaKmu(t) \tag{2-3}$$

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} + LH(t) \cos\theta = LV(t) \sin\theta \tag{2-4}$$

- 단, M : 활차의 무게와 모터계의 등가질량[kg]
- F : 활차의 무게와 모터계의 등가전성 마찰계수[kg/s]
- KaKm : 구동모터와 증폭기의 전체이득[N/V]
- u(t) : 증폭기의 입력 전압[V]
- z(t) : 레일 중심에서의 활차변위[m]
- m : 진자의 질량[kg]
- J : 진자의 중력 중심에 대한 관성 모멘트 [kg·m²]
- L : 진자의 중력 중심과 pivot간의 거리 [m]
- B : 진자의 마찰계수[kg·m²/s]
- θ(t) : 진자의 경사각[rad]
- H(t) : 진자와 활차의 접촉부에 미치는 수평항력[N]
- V(t) : 진자와 활차의 접촉부에 미치는 연직항력[N]
- g : 중력가속도[m/s²]

그러나 마찰은 활차의 운동에만 관계되고 pivot에는 작용치 않는다. 진자의 마찰계수 B는 무시할 정도로 작고 m은 M에 대해 대단히 작으므로 활차의 운동에 대한 수평항력 H(t)는 무시할 수 있다.

이상의 관계들로부터 H(t)의 성분값을 소거하면 힘과 변위 관계식은

$$\ddot{z}(t) = \frac{KaKmu(t)}{m+M} - \frac{mL}{m+M} \ddot{\theta}(t) \cos \theta + \frac{mL}{m+M} \dot{\theta}^2 \sin \theta - \frac{F}{m+M} \dot{z}(t) \quad (2-5)$$

로 되고, $\ddot{\theta}(t)$ 는

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{g}{L} \sin \theta - \frac{1}{L} \ddot{z}(t) \cos \theta \quad (2-6)$$

로 된다. 식 (2.5)와 식 (2.6)에서 θ 의 변화분이 극히 적을 경우, 즉 $\theta \approx 0$ 일때 $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$ 로 가정할 수 있다. 이 경우

$$L' = \frac{J + mL^2}{mL}, \quad P^{-1} = 1 - \frac{mL}{L'(m+M)}, \quad M' = m + M$$

로 두면, 식 (2-5)은

$$\ddot{z}(t) = \frac{PKaKmu(t)}{M'} - \frac{PmgL}{M'L'} \theta - \frac{PmL\theta}{M'} \dot{\theta}^2 - \frac{PF\dot{z}(t)}{M} \quad (2-7)$$

로 되고, 마찬가지로 식 (2-6)은

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{Pgg}{L'} - \frac{PKaKmu(t)}{L'M'} - \frac{PmL\dot{\theta}^2}{L'M'} \theta + \frac{PF\dot{z}(t)}{L'M'} \quad (2-8)$$

로 된다. 이상의 미분 방정식을 상태공간으로 나타내기 위하여 선형화한 방정식은

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2-9a)$$

또는

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & -a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & a_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ 0 \\ -b_2 \end{bmatrix} u(t) \quad (2-9b)$$

로 표시된다. 단, 여기서

$$a_1 = \frac{PF}{M'}, \quad a_2 = \frac{PmgL}{L'M'}, \quad a_3 = \frac{PF}{L'M'},$$

$$a_4 = \frac{Pg}{L'}, \quad b_1 = \frac{PKaKm}{M'}, \quad b_2 = \frac{PKaKm}{L'M'}$$

이다.

3. 안정화 제어

3.1 최적 Regulator

선형 피이드백 법칙에 의해서 시스템을 안정화시

킬 수 있고 또한 페루프 극점을 임의의 장소에 배치시킬 수 있으므로 설계의 관점에서 좌측 복소평면상의 충분히 먼 곳에 배치 할 경우 평형점의 수렴을 임의로 빠르게 할 수 있다. 그러나 큰 진폭의 입력이 요구된다. 그러나 어떠한 실용 문제에서도 한정된 크기의 입력만을 허용하기 때문에 페루프 극점을 지나치게 먼 좌측에 배치시킬 수 없다. 이 문제의 해결책으로 평형상태에서의 수렴을 양호하게 하고 입력 진폭의 크기도 제한되는 최적제어 문제를 고려해야 한다. 식 (2-9a)에서 기술된 가제어한 plant에 대해 모든 초기상태 $x(0)$ 의 원점에서 2차 형식의 평가함수는 다음과 같이 되며, 다음의 평가 함수

$$J = \int_0^{t_f} [x'(t)Qx(t) + u'(t)Ru(t)] dt \quad (3-1)$$

최소로 하는 제어입력 $u(t)$ 를 구하는 것이 최적 상태 Regulator의 문제이다. 여기서 Q 는 $m \times m$ 대칭 준 正定(Positive Semi Definite)행렬, R 는 $r \times r$ 대칭 正定행렬, t_f 는 적분의 상한 시간을 나타낸다. 식(3-1) 우변 적분 속의 제 1항은 상태변수의 2승 면적을 일반화한 것으로써 성능을 평가하고 제 2항은 제어입력에 Penalty를 준 것이다. 따라서 성능에 큰 영향을 미치는 제어 입력의 크기를 제한시키고 에너지의 최소화율을 고려하여 가중행렬 Q 및 R 을 적절히 선택하지 않으면 안된다. 식 (3-1)로 주어진 평가함수를 최소화 하기 위한 최적제어 법칙을 구하는 문제는 R.E.Kalman⁸⁾에 의해서 정식화되어 있는데 그 해법은 다음과 같이 구해진다. 즉 최적제어 $u_0(t)$ 는

$$u_0(t) = K(t)x(t) \quad (3-2)$$

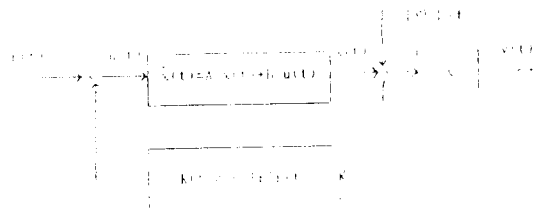


그림2 최적 Regulator의 블록선도
Fig.2 Block diagram of control regulator

로 주어지고, 피이드백 이득

$$K(t) = -R^{-1}B'P(t) \quad (3-3)$$

여기서 행렬 $P(t)$ 는 정정대칭으로서 다음의 행렬 Riccati 미분방정식의 해이다.

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= P(t)A + A'P(t) - P(t)BR^{-1}B'P(t) \\ &\quad + C'QC \\ P(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (3-4)$$

이때, 평가함수의 최소치는 다음식으로 주어진다.

$$V(x(0), t_f) = \min J = x(0)'P(0)x(0) \quad (3-5)$$

이들의 관계를 블럭선도로 표시하면 그림 2와 같다.

3.2 외란적응 최적 Regulator

선형 피이드백 제어로서는 레일의 경사 $\Phi(t)$ 에 대한 시스템의 정상상태 응답은 결코 0으로 할 수가 없다. 따라서 외부외란에 적응하는 동시에 활차를 $z(t)=0$ 레일상에 위치하도록 하는 제어의 목적을 성취하기 위해 Johnson⁹⁾의 외란 적응제어 설계법을 적용하게 된다. 피이드백 제어는 시스템의 안정화 특성에 관련된 것이고 feed-forward 제어는 시스템의 외란 경사입력을 제거하기 위한 것이다. 시스템 입력 특성과 외란 입력의 정확한 지식만 주어지면 외란 적응 제어기는 외란을 전부 흡수하거나 최소화 또는 유용화할 수 있다. 레일의 경사 $\Phi(t)$ 에 대해 새로운 상태변수를 정의한다. 즉,

$$\hat{x}_3(t) = x_3(t) - \Phi(t) \quad (3-6a)$$

는 수직 위치로부터의 활차의 편차값이다. $\hat{x}_3(t)$ 의 도함수는

$$\dot{\hat{x}}_3(t) = \dot{\Psi}(t) = \dot{x}_3(t) - \dot{\Phi}(t) \quad (3-6b)$$

이다. 따라서 경사가 있는 선형화된 시스템의 상태 방정식은

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu + D\Phi(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) + E\Phi(t) \end{aligned} \quad (3-7)$$

로 주어질 경우, 상태 $x(t)$ 를 제어하면서 경사를 나타내는 항 $D\Phi(t)$ 및 $E\Phi(t)$ 를 동시에 흡수할 수 있는 최적제어는

$$U_{opt} = U_a - U_p \quad (3-8)$$

로 쓸 수 있다. 식 (3-8)에서 성분 U_a 는 레일의 경사각 $\Phi(t)$ 를 흡수 또는 최소화 하는 것이고 성분 U_p 는 상태 $x(t)$ 를 제어하는 것이다. 따라서 식 (3-7)에 식 (3-8)을 대입하면

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A\hat{x}(t) + BU_p) + (BU_a + D\Phi(t)) \quad (3-9a)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E\Phi(t) \quad (3-9b)$$

로 되면, 외란이 완전흡수된다면 norm 정리로부터 $\|BU_a + D\Phi(t)\|$ (3-10)

로 되므로 행렬 B 의 left pseudo Inverse Matrix B^{Lm} 에 대해

$$\begin{aligned} U_{aopt} &= -B^{Lm}D\Phi(t) \\ &= -(B'B)^{-1}B'D\Phi(t) \end{aligned} \quad (3-11)$$

로 되고, 한편

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + BU_p \quad (3-13a)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (3-13b)$$

에 대한 최적상태 제어벡터는

$$U_{popt} = Kx(t) \quad (3-14)$$

로 되므로 결국 식 (3-7)에 대한 최적제어 입력은 식 (3-8), 식 (3-12) 및 식 (3-14)로 되며 또한

$$\begin{aligned} u(t) &= K\hat{x}(t) - [B'B]^{-1}B'D\Phi(t) \\ &= Kx(t) - [KE + (B'B)^{-1}B'D]\Phi(t) \end{aligned} \quad (3-15)$$

로 되고, 식 (3-15)의 실현은 ON-LINE 추정으로 얻기 어려운 레일의 경사각 $\Phi(t)$ 를 요구하고 있다. 잘 알려지지 않은 외란입력을 가진 가관측한 시스템에 대한 경사각 $\Phi(t)$ 추정은 관측기에 의해 주어질 수 있고 외란 적응 제어기와 함께 결합시킬 수 있다. 지연 데이터 관측기는 현재와 과거의 입출력비와 현재의 시스템 상태간의 관계로부터 유도되는 연립방정식의 시스템 해법을 사용하므로써 상태의 추정치를 직접 계산하는 것이다. 공식에 의존하여 filter의 동특성 혹은 deadbeat 특성을 가지는 지연 data 관측기를 설계해낼 수 있다. 계단상의 외란은 식 (3-9)에 의해 생성되는 스칼라 함수로서 모델화 된다. 여기서 $\Phi(0)$ 는 초기조건이고 외란의 크기를 결정한다.

$$\Phi(0) = \phi_0 \quad (3-16)$$

식 (3-14)와 식 (3-16)을 확대행렬로 고쳐쓰면 식 (3-17)으로 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\Phi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & D \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \Phi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (3-17)$$

한편, 4×4 인 단위행렬 I 에 대해 추정 출력 $y(t)$ 는

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= x(t) \\ &= \hat{x}(t) + E\phi(t) \\ &= [I \ E] \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-18)$$

로 되며, 지연된 데이터를 위한 상태 관측기의 샘플링 주기 τ 에 대해 식(3-18)로부터

$$\hat{y}(t-\tau) = \hat{x}(t-\tau) + E\phi(t-\tau) \quad (3-19)$$

로 되며, Taylor의 급수 전개에 의하여 관측기로부터 얻어지는 지연된 외부 외란은

$$\hat{\phi}(t) = (AE - D)^{Lm} [\hat{y}(t-\tau) + B\tau u(t) - (I - A\tau)\hat{y}(t)] \quad (3-20)$$

로 되며, 단 $(AE - D)^{Lm}$ 은

$$(AE - D)^{Lm} = [(AE - D)'(AE - D)]^{-1} (AE - D)' \quad (3-21)$$

과 같다.

4. 시뮬레이션 결과 및 실험

4.1 실험장치의 구성

그림 3은 DAC(Disturbance Accomodation Controller)를 이용한 도립진자 시스템의 안정화 장치이다.

그림 3에서 $\phi(t) = 0$, 즉 레일의 경사가 없을 경우 및 $\phi(t) \neq 0$ 인 레일의 경사가 존재하는 경우에 대해 식(3-2) 및 식(3-15)로 고찰된다.

4.2 Simulation결과의 고찰

그림 3의 시스템에 대한 각 파라미터값은 표1과 같다.

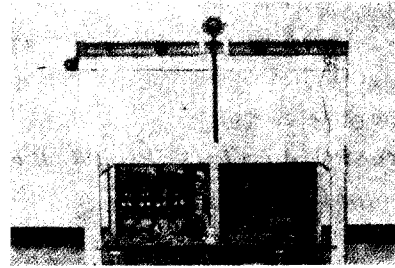


그림 3 실험장치

Fig. 3 Experimental apparatus

표 1 체 정수의 값

Table 1 Values of Parameters

M=1.96[kg]	m=0.04[kg]
KaKm=5.472564[N/V]	L=0.2631[m]
P=1.012688	F=7.658825[kg/s]
g=9.8[m/s ²]	J=0.0043[kg · m ²]
B=0.0028[kg · m ² /s]	
최소 · 최대입력전압 : u(t) = ±5[V]	
레일의 길이 : z(t) = ±0.5[m]	

활차의 각 파라미터는 전동기 회전자와 Pulley의 관성모멘트의 값 및 전동기의 전기자 저항, 증폭기의 이득등을 고려한 것으로 활차 구동용 전력 증폭기의 입력단을 기준으로 측정된 값들이다. 이들 값을 대입하여 정리하면

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3.878 & -0.123 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 9.23 & 23.62 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.771 \\ 0 \\ -6.595 \end{bmatrix} u(t) \quad (4-1)$$

표 2 특성근의 계산결과

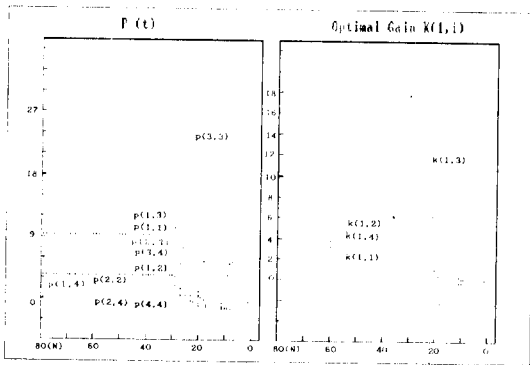
Table 2 Eigenvalues for each case

	R	Q(i, i) : 대각행렬	K(1, i) : 이득행렬
case 1	1	10 0.1 0.1 0.1	3.16 4.80 18.34 3.80
case 2	1	10 0.0 0.1 1.0	3.16 4.77 18.17 3.75
case 3	1	0.1 0.1 10 0.1	0.0 2.97 13.95 2.82
case 4	1	0.1 0.1 0.1 10	0.09 2.14 9.64 2.38
case 5	1	1.0 1.0 0.1 1.0	0.96 3.73 16.21 3.49

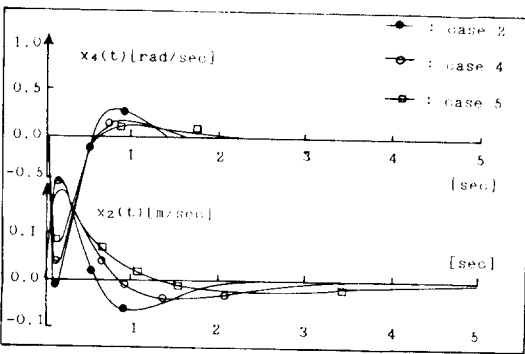
표 3 최적 피이드백 이득의 계산
Table 3 Optimal feedback gains for each case

	s1	s2	s3	s4
case 1	-0.46+j1.15	-0.46-j1.15	-7.36+j0.65	-7.36-j0.65
case 2	-2.41	-3.18	-4.91+j1.98	-4.91-j1.98
case 3	-0.54	-4.83	-4.43+j6.57	-4.43-j6.57
case 4	-0.13	-4.42	-4.85+j6.74	-4.85-j6.74
case 5	-5.27	-13.24	2.27	-0.34

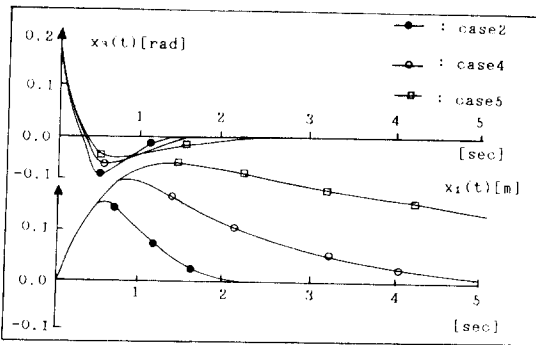
로 되며, A 행렬의 특성근은 $[0, -3.7573, -4.9672, 4.8465]$ 이므로 이들 고유치중 1개의 극점이 S평면의 우반면에 존재하므로 불안정한 시스템으로 된다.



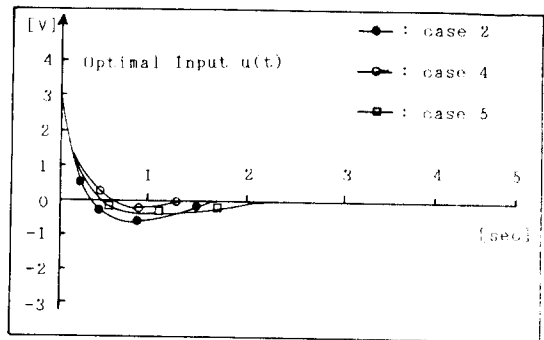
(a) Case 2에 대한 해 행렬 P(t)
(a) Matrix p(t) for case 2
(b) Case 2에 대한 최적 이득K(1, i)
(b) Optimal gains for case 2



(d) $x_2(t)$ 와 $x_4(t)$ 의 동특성 응답
(d) Dynamic Responses of $x_2(t)$ and $x_4(t)$.



(c) $x_1(t)$ 와 $x_3(t)$ 의 동특성 응답
(c) Dynamic Responses of $x_1(t)$ and $x_3(t)$



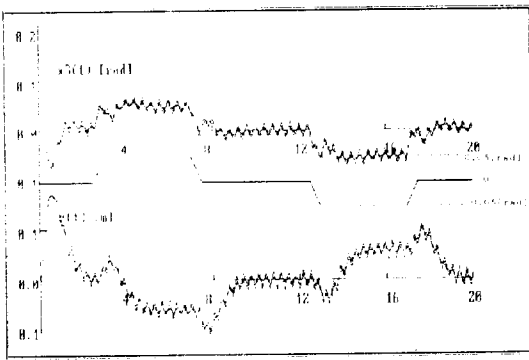
(e) 최적 Kalman이득
(e) Optimal Kalman gains.

그림 4 최적 Regulator 도립진자 안정화제어 시스템의 동특성 응답

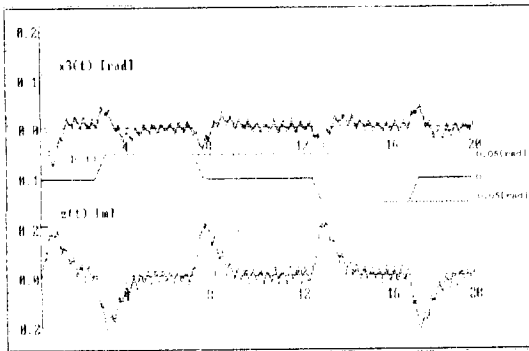
Fig. 4 Dynamic Responses of Inverted Pendulum System with Optimal Regulator Type Stabilized Controller.

표 2는 R 및 Q의 변동에 대한 최적 피이드백 이득의 계산 결과이며 표 3은 특성 근을 계산한 것이다.

따라서 R 및 각 Q의 변동에 대한 표 2의 data 중 case(2)에 대한 Riccati행렬 미분 방정식의 해 행렬 p(t)와 최적이득 행렬 k중 수렴과정을 그림 4의 (a), (b)에 도시하고 있으며, 이에 따른 특성 근의 계산 결과는 표 3과 같다. 그림 4에 (c), (d)는 case(2), (4) 및 (5)에 대한 각 상태의 동특성 응답 x(t) 및 최적제어 u(t)를 각각 도시하고



a) 외란 비적응시 응답특성
a) Dynamic Responses without DAC



b) 외란 적응시 응답특성
b) Dynamic Responses with DAC

그림 5 Trapezoidal Disturbance에 대한 DAC의 응답특성

Fig. 5 Dynamic responses of DAC for a Trapezoidal disturbance.

있다.

그림 4에서 case(2)일 경우가 $x_1(t)$ 를 제외한 전 상태 및 제어입력의 변화폭이 가장 크게 나타나고 있으나 약 2.1초 후에 제어목표인 $z(t)=0$, $x_3(t)=0$ 에 정확히 도달되고 있음을 보이고 있다. 또한 case(4)일 경우는 수렴속도가 대단히 느려져서 약 7초 후에 $z(t)=0$ 로 되었으며, case(5)일 경우가 $x_1(t)$ 및 $x_3(t)$ 가 영으로 수렴치 않음에도 제어입력은 약 1.7초 후에 0으로 수렴되어 시스템은 안정화 제어를 할 수 없게 된다. 이 경우에도 표 3에서와 같이 S평면의 우반면에 한 개의 실근을 가지기 때문이다. 따라서 앞서 지적한 바와 같이 Q행렬의 선정에 세심한 주의를 기울이지 않으면 안된다.

그림 4 및 표 2.3에서 알 수 있듯이 레일의 경사가 없는 경우의 변화에 가장 큰영향을 받는 최적이득은 상태변수 $x_1(t)$ 에 대한 $k(1,1)$ 으로 나타났으며 이외의 최적이득은 Q값의 변화에도 불구하고 큰 변화를 나타내지는 않았다. 또한 상태변수 $x_3(t)$ 에 대한 게환이득이 크게 나타나므로 실험시 $x_3(t)$ 에 대한 정밀한 측정이 보장되지 않으면 제어입력 u(t)에 큰오차를 유발시켜 불안정하게 된다.

그림 5(a)는 DAC를 이용하지 않고 식 (3-2)의 최적제어 Regulator에 의해 제어한 경우로서 $x_1(t)$ 및 $x_3(t)$ 가 수렴치 못하고 불안정하게 되는 현상을 보이고 있으나 DAC이론을 적용하게 되면 그림 5(b)와 같이 레일의 경사 $\phi(t)$ 에 대해 2초 이내에서 시스템이 안정화 제어됨을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 광범위한 분야에서 응용되고 있는 고유 불안정한 기계적인 도립진자 시스템을 안정화 Regulator에 의해 안정화할 수 있는 한 방법을 제시하였다.

즉 불안정한 평형점 근방으로 안정화시키기 위해 선형 제한 동적 안정화 제어시스템을 구성하였다. 특히 외란 추정 목적으로서 DAC 이론에 의한 미지의 편차각 형태로 주어지는 내 외부으로 레일의 경사에 빠르게 추정 적용할 수 있는 외란 적응 최적 레귤레이터형 안정화 제어를 설계하여 불안정한 시스템의 응답특성으로 부터 그 유용성을 확인

하였다.

한편, 비선형성과 시스템 파라미터 불확실성과 기타 잡음에 기인한 다소의 편차가 고찰되었지만 선형화 시스템의 최적 Regulator와 외란 적응 Regulator시스템은 도립진자와 같은 비선형 시스템을 제어하는데 유용할 것이다.

참 고 문 헌

- 1) M. Sahba, Computer-aided design of feedback controllers for nonlinear systems with application to control of a double inverted pendulum : IEE Proceedings, Vol 130, No 6, pp.350-358, Nov. 1983.
- 2) Shozo. Mori, Control of unstable mechanical system : Int. J. Control, Vol 23, No 5, pp.673-692, May. 1976.
- 3) K.Furuta. & N.Ono, Adaptive control of a triple inverted pendulum : Int. J. Control, Vol 39, No 6, pp.1351-1365, 1984.
- 4) V.D.Furasov, Construction of controlled systems using specified estimates for the transients : VDC 62-50, No 1, pp.23-29, Jan. 1973.
- 5) M.M. Michaelis, Stroboscopic study of the inverted pendulum : American Journal of Phsics, Vol. 53, No 11, pp.1079-1083, Nov. 1985.
- 6) Qing Feng & Kazuo Yamafuji, Design and Simulation of control system of an Inverted Pendulum : Robotica, Vol. 6, pp. 235-241, 1988.
- 7) H. Kwakernaak & R. Sivan, Linear Optimal Control systems : Willey Interscience, 1971.
- 8) Brian D.O. Anderson, Optimal Filtering : Prentice-Hall, 1978.
- 9) C.D. Johnson, Theory of Disturbance Accommodating Controllers : Academic Press, N. Y., 1976.