

본드선도기법을 이용한 차량용 V-벨트 CVT의 동특성 해석

Analysis of Dynamic Characteristics for an Automotive V-Belt CVT by Bondgraph Modeling Method

장 성 식*, 김 현 수**
S. S. Chang, H. S. Kim

ABSTRACT

Dynamic characteristics for an automotive V-belt CVT with centrifugal and torque-ramp actuators was investigated by bondgraph modeling method. Ten(10) state space equations for the V-belt CVT were developed from the constructed bondgraph model and linearized for perturbation at steady state. As simulation results, speed ratio versus time curves were obtained. It was found that as the ratio of the moment of inertia of the pulleys increased, the stability of the V-belt CVT system decreased. Change in the ratio of the spring constants caused the magnitude of the change of the speed ratio, but had little effect on the settling time of the system. As the twist angle β of the torque ramp cam increased, the response of the system became faster and the stability of the system improved. However, the sensitivity of the speed ratio decreased with the increasing β .

1. 서 론

V-벨트 CVT (Continuously Variable Transmission)는 변속범위내에서 변속비를 연속적으로 변화시킬 수 있는 변속장치이다. V-벨트 CVT는 일반 수동 또는 자동식 변속기가 4~5 단의 변속비만을 가질 수 있는데 비하여 운전범위내에서 임의의 변속비, 즉 무한한 변속비를 가질 수 있다. V-벨트 CVT의 이와같은 특성은 차량이 최적연비곡선을 따라 주행하는 것을 가능하게 하기 때문에 기존의 수동 또는 자동변속기에 비해 15% 이상의 연비향상을 얻을 수 있다고 보고되어 있다.¹⁾

V-벨트 CVT 중 원심 및 토크램프식 축력제어장치를 갖는 CVT는 구조가 간단하고 축력제어장치 구동에 소요되는 별도의 에너지가 필요하지 않기 때문에 경차량, 농업차량 및 산업용으로 널리 사용되고 있다. Fig.1에 원심 및 토크램프식 축력제어장치를 갖는 V-벨트 CVT가 도시되어 있다. 구동플리는 축에 고정된 고정플랜지(폴리)와 이동이 가능한 이동플랜지로 구성되어 있다. 이동플랜지는 축방향으로 이동이 가능하지만 스프라인에 의해서 고정되어 고정플랜지에 대하여 상대회전을 할 수 없다. 플랜지 사이에는 스프링이 설치되어 양 플랜지를 서로 밀어내고 있다. 원심추는 구동축 위의 편절점을 중심으로 회

* 대우자동차㈜ 기술연구소

** 정회원, 성균관대학교 기계공학과

전하며 축의 회전속도가 증가하면 원심력에 의해 이동플랜지를 밀어붙이고 따라서 플랜지 그루브안의 V-벨트는 반경외곽 방향으로 이동한다. 종동풀리는 고정플랜지와 이동플랜지로 구성되어 있으며 이동플랜지는 축방향 이동과 고정플랜지에 대한 상대회전운동을 할 수 있다. 종동축의 토크램프는 캠작용에 의하여 이동플랜지의 회전(직선)운동을 직선(회전)운동으로 변환한다. 부하토크, 벨트와 플리 사이의 마찰력, 스프링에 작용하는 힘이 평형을 이루고 있다가 토크가 증가하면 평형이 깨어지고 이동플랜지가 고정플랜지에 대해 상대회전을 한다. 이 상대회전운동은 토크램프의 캠에 의하여 축방향 운동으로 바뀌고 비틀림-압축스프링의 변위를 일으킨다. 스프링의 축방향 변위는 축력을 발생시키고 이 축력은 이동플랜지를 밀어 붙인다. 따라서 플랜지 간격은 좁아지고 종동풀리의 벨트피치직경 또는 벨트장력이 증가하여 새로운 평형상태를 이룬다.

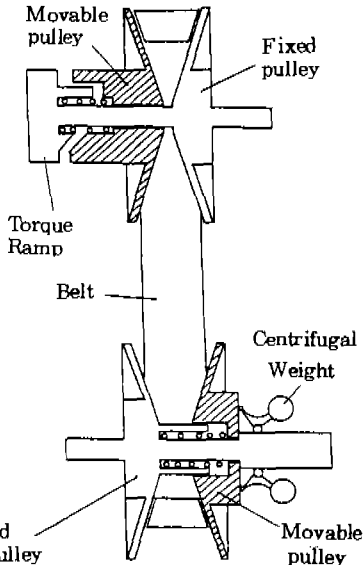


Fig. 1 V-Belt CVT with centrifugal and torque ramp actuator

원심식 축력제어장치를 엔진축에, 토크램프식 장치를 부하축에 설치하면 양 플리사이에는 상호운동이 작용한다. 벨트 길이와 축간 거리는 일정함으로 한쪽 플리의 벨트피치직

경이 증가하면 다른쪽 플리의 벨트피치직경은 감소하여 변속이 이루어지고 따라서 구동축 엔진속도와 종동축 부하토크에 반응하는 무단 자동 변속기능을 갖게 된다.

원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 정상상태 해석에 대하여는 Oliver^{2,3)}, Keller⁴⁾ 등의 연구가 보고되어 있다. Oliver⁵⁾는 또한 구동축 속도, 부하토크, 벨트직경 등 주요 설계변수에 대한 관계식을¹⁾ 구한 바 있다. 그러나 이들의 연구는 모두 준 정적평형(quasi-static equilibrium) 상태의 특성 즉 정특성에 대한 것이며 설계시 반드시 고려되어야 하는 동특성 즉 변속시의 과도응답특성에 대해서는 보고된 연구가 거의 없다.

본 연구는 원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 동특성 해석에 대한 것으로 본드선도 기법에 의하여 계의 동적모델을 구하고 상태 방정식을 유도하였다. 상태방정식의 수치해석에 의하여 주요 설계변수들의 엔진속도와 부하토크 입력에 대한 변속비의 과도응답 영향을 검토하였다.

2. 기하학적 구속조건

Fig. 2에 종동풀리에서 벨트의 축방향 이동량 X_n 과 벨트피치직경 변화 D_n 에 대한 기하학적 형상이 도시되어 있다. Fig.2에서 X_n 과 D_n 에 대한 관계식은 다음과 같이 구해진다.

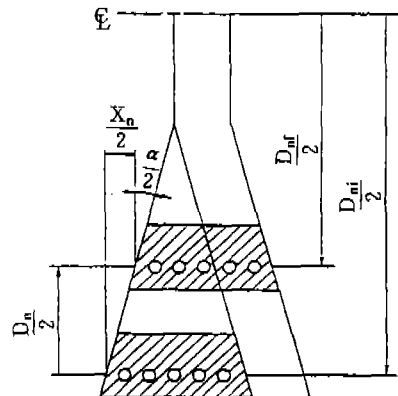


Fig. 2 Geometry of driven pulley axial displacement and belt pitch diameter

$$X_n = D_n \tan \alpha / 2 \quad (1)$$

여기서 $D_n = D_{n_i} - D_{n_f}$

하첨자 i 와 f 는 각각 초기상태, 최종상태를 의미한다. Fig.2에서 중동풀리의 벨트피치직경이 감소하는 상태를 양의 변위(positive displacement)로 정의하였다. 따라서 구동풀리에서는 벨트피치직경 증가가 양으로 정의된다. 구동풀리의 축방향 이동량 X_r 과 벨트피치 직경변화 Dr 사이의 관계식은 식(2)와 같다.

$$X_r = Dr \tan \alpha / 2 \quad (2)$$

여기서 $Dr = D_{r_f} - D_{r_i}$

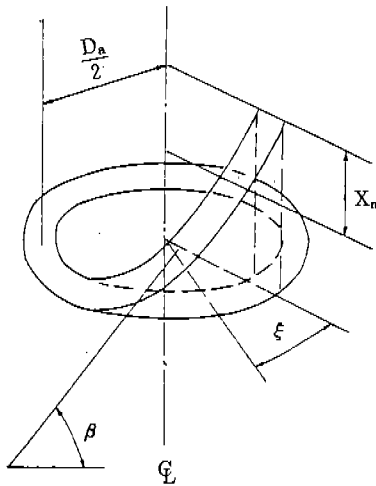


Fig. 3 Angular displacement and axial displacement of torque ramp spring

Fig. 3에 캠의 비틀림각 β , 직경이 D_a 인 토크램프 스프링이 도시되어 있다. 스프링은 토크램프에 의하여 비틀림과 축방향 변형이 동시에 생긴다. Fig. 3에서 축방향 이동량 X_n 과 스프링의 비틀림각 ξ 와의 관계는 식(3)과 같다.

$$X_n = M_s \xi \quad (3)$$

여기서 $M_s = \frac{D_a}{2} \tan \beta$

Fig. 4에 벨트와 풀리의 기하학적 형상이 도시되어 있다. 초기 정상운전 상태에서 벨트

길이 L_i 는 다음과 같이 표시된다.

$$L_i = (\pi - 2\phi) \frac{D_{ri}}{2} + (\pi + 2\phi) \frac{D_{ni}}{2} + 2D \cos \phi \quad (4)$$

여기서 $\phi \cong \sin \phi = \frac{D_{ni} - D_{ri}}{2D}$,

$$\cos \phi \cong 1 - \frac{\phi^2}{2}$$

로 놓고 전개하면 식 (4)는 다음과 같이 된다.

$$L_i = 2D + \frac{\pi}{2} (D_{ni} + D_{ri}) + \frac{(D_{ni} - D_{ri})^2}{4D} \quad (5)$$

이제 중동풀리의 직경이 D_n 만큼 감소하고 구동풀리의 직경은 D_r 만큼 증가하여 변속비가 변하면 새로운 운전상태에서 벨트길이는 다음과 같이 표시된다.

$$L_f = 2D + \frac{\pi}{2} \{(D_{ni} - D_n) + (D_{ri} + D_r)\} + \frac{1}{4D} \{(D_{ni} - D_n) - (D_{ri} + D_r)\}^2 \quad (6)$$

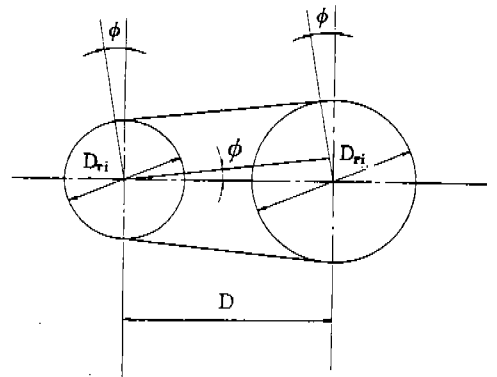


Fig. 4 Geometry of belt length

벨트길이의 변화가 없다고 가정하면 $L_i = L_f$ 에서 다음식이 얻어진다.

$$D_n^2 + 2(D_{ri} - D_{ni} - \pi D + D_r) D_n + (2D_{ri} - 2D_{ni} - 2\pi D + D_r) D_r = 0 \quad (7)$$

식(7)을 미분하여 정리하면 중동 및 구동풀리의 벨트피치직경 변화량에 대한 관계식을 구할 수 있다.

$$\dot{D}_n = \frac{\pi D - D_{ni} + D_{ri} + D_n + D_r}{\pi D + D_{ni} - D_{ri} - D_n - D_r} \dot{D}_r \quad (8)$$

위 식을 중동 및 구동풀리 벨트의 축방향

이동량의 변화량, 즉 벨트의 축방향 이동 속도로 표시하면 식 (8)과 식 (1), (2)에서 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$\dot{X}_n = M_4 \dot{X}_r \quad (9)$$

여기서

$$M_4 = \frac{A + X_n + X_r}{B - X_n - X_r}$$

$$A = (\pi D - D_{ni} - D_{ri}) \tan \alpha / 2$$

$$B = (\pi D + D_{ni} - D_{ri}) \tan \alpha / 2$$

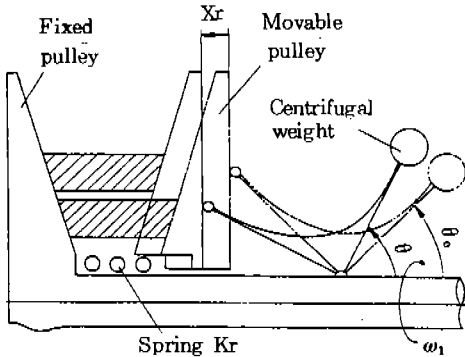


Fig. 5 Geometry of centrifugal actuator

Fig. 5에 구동풀리 원심추의 각변위 θ 와 이동플랜지의 축방향 이동변위 X_r 의 기하학적 형상이 도시되어 있다. Fig. 5에서 다음 관계식이 얻어진다.

$$X_r = r (\sin \theta - \sin \theta_i) \quad (10)$$

식 (10)을 미분하면 구동풀리 이동플랜지의 축방향 이동속도 \dot{X}_r 과 원심추의 각 속도 $\dot{\theta}$ 와의 관계식을 구할 수 있다.

$$\dot{X}_r = r \cos \theta \dot{\theta} \quad (11)$$

위에서 구한 기하학적인 관계식 (1), (2), (3), (8), (9), (10) 및 (11)은 V-벨트 CVT의 본드선도 모델링시 변환계수로서 사용된다.

3. 본드선도 모델

동력학적 계의 모델링 방법으로 1959년 M.I.T.의 Paynter에 의해 도입된 본드선도 기법은 계를 이루는 각 요소들간의 에너지

교환을 본드를 사용하여 도시화 시킨 것으로 계의 동력전달 (power flow)을 직관적으로 파악할 수 있고 운동방정식을 기계적으로 일관성 있게 유도할 수 있다는 장점이 있다. 더우기 본드선도는 제어모델로 직접 적용이 가능하기 때문에^{6,7)} 기계, 전기, 유체 및 열역학시스템에 이르기까지 그 응용범위가 다양하다.

원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 본드선도 모델링을 위하여 다음의 가정을 하였다.

(1) V-벨트 CVT만 본드선도 모델링을 하며 엔진 출력특성과 바퀴에 걸리는 부하특성은 고려하지 않는다.

(2) 벨트는 종방향 및 횡방향 스프링 상수를 갖지만 질량은 무시한다. 즉 벨트의 관성 효과는 무시한다.

(3) 벨트와 풀리사이의 미끄럼에 의한 동력 손실은 무시한다.

위 가정에 의해 작성된 원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 본드선도가 Fig. 6에 도시되어 있다. 인과관계 (causality)⁶⁾에서 Fig. 6의 본드선도에는 10개의 상태변수 (state variable) 즉, 엔진축 각변위 θ_s , 구동풀리의 각 운동량 h_1 , 벨트의 종방향 변위 X_1 , 종동풀리의 각 운동량 h_3 , 원심추의 각 운동량 h_2 , 원심추의 각변위 θ , 벨트의 횡방향 변위 X_2 , 종동축 이동플랜지의 선형운동량 P_n , 종동축 이동플랜지의 축방향 변위 X_n , 종동축 이동플랜지의 상대회전변위 ξ 가 있음을 알 수 있다.

Fig. 6의 본드선도는 동력전달과정을 명확하게 보여주고 있다. 엔진에서 나온 동력은 스프링 상수 K_s 인 축을 거쳐 구동풀리로 전달된다. 구동풀리로 전달된 동력은 각 운동량 h_1 인 구동풀리의 회전운동을 일으키고 회전운동은 변환기 M_1 에서 벨트의 선형운동으로 바뀐다. 종방향 스프링 상수 K_1 인 벨트의 선형운동은 변환기 M_2 에서 다시 회전운동으로 바뀌고 각 운동량 h_3 인 종동풀리를 구동한다. 벨트에서 전달된 동력은 부하토크 T_L , 종동풀리의 관성모멘트 h_3 및 감쇠계수 be 인 베어링 손실과 균형을 이룬다. 한편 구동풀리의

원심추는 구동축 속도 ω_1 에 의하여 기동하여 각운동량 h_2 인 회전운동을 한다. 이 과정은 본드선도에서 I-필드(filed)와 자이레이터 MGY에 의하여 모델링되며 상세한 유도과정은 Appendix에 수록되어 있다. 원심추의 회전운동은 변환기 M_3 에서 직선운동으로 바뀌어 구동풀리의 이동플랜지를 축방향으로 움직인다. 구동풀리 이동플랜지의 운동은 횡방향 스프링 상수 K_2 인 벨트와 변환기 M_4 를 거쳐 종동풀리 이동플랜지의 축방향 운동으로 전달된다. 종동풀리 이동플랜지의 축방향 운동은 변환기 M_6 즉 토크램프에서 이동플랜지의 상대회전운동으로 바뀌며 전달된 동력은 부하토크 T_L , 관성모멘트 \dot{h}_n , 감쇠계수 b 인 베어링 손실 및 토크램프 스프링 모멘트와 균형을 이룬다.

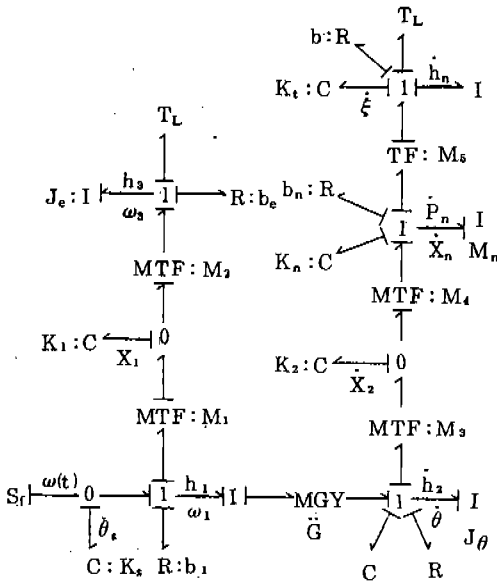


Fig. 6 V-belt CVT bondgraph model

4. 상태방정식

Fig. 6의 본드선도는 ENPORT⁸⁾ 또는 TH-TSIM⁹⁾ 등 본드선도 전용 프로그램을 사용하여 직접 시뮬레이션 할 수 있다. 하지만 본 연구에서는 위의 전용 프로그램을 사용하는 대신에 Fig. 6의 본드선도에서 상태방정식을 직접 유도하고 유도된 상태방정식의 수

치해석을 시도하였다. 상태방정식은 본드선도의 각 접합(junction)에서 동력학적인 관계를 이용하여 조직적으로 유도될 수 있다.⁶⁾ 유도된 10개의 상태방정식은 4개의 변환기 MTF와 1개의 자이레이터 MGY로 인하여 비선형 미분방정식으로 표시되며, 따라서 상태방정식 해의 안정성은 초기조건에 정확도에 크게 좌우된다. 본 연구에서는 V-벨트 CVT 계의 시간에 따른 정확한 해를 구하는 것이 목적이 아니고 정상 운전상태에서 엔진속도 및 부하입력에 대한 CVT 계의 동적응답특성, 즉 변속시의 과도응답 경향을 파악하여 설계 기초자료를 얻는데 그 목적이 있으므로 비선형 방정식을 선형화하여 계산을 용이하게 하였다.

선형화는 정상운전상태에서 테일러(Taylor) 급수 전개법을 사용하여 고차 미분항을 무시하고 1차항 즉 상태변수의 섭동량(perturbation), $\Delta\theta_s, \Delta h_1, \Delta X_1, \Delta h_3, \Delta h_2, \Delta\theta, \Delta X_2, \Delta P_n, \Delta X_n, \Delta\xi$ 을 새로운 상태변수로 하는 선형화 미분방정식을 유도하였다. 선형화된 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\theta}_s = & \Delta\omega(t) - \frac{1}{J_{10}} \Delta h_1 \\ & + \frac{h_{10} 2mr^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{(J_{10})^2} \Delta\theta \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{h}_1 = & K_s \Delta\theta_s - \frac{b_1}{J_{10}} \Delta h_1 \\ & + \frac{b_1 h_{10} 2mr^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{(J_{10})^2} \Delta\theta \\ & - \frac{D_{r0} K_1}{2} \Delta X_2 - \frac{r \cos\theta_0 K_1 X_{10}}{2 \tan\alpha/2} \Delta\theta \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{X}_1 = & \frac{D_{r0}}{2(J_{10})^2} \Delta h_1 - \frac{D_{n0}}{2J_e} \Delta h_3 \\ & + \frac{1}{2 \tan\alpha/2} \left(\frac{h_{30}}{J_e} \right) \Delta X_n \\ & + \frac{h_{10} \left(\frac{r \sin\theta_0 J_{10}}{\tan\alpha/2} - 2D_{r0} mr^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 \right)}{2(J_{10})^2} \Delta\theta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Delta\dot{h}_3 = \frac{D_{n0} k_1}{2} \Delta X_1 - \frac{K_1 X_{10}}{2 \tan\alpha/2} \Delta X_n$$

$$- b_e \frac{1}{J_e} \Delta h_3 - \Delta T_L \quad (15)$$

$$\Delta \dot{h}_2 = m r^2 \frac{h_{10} \sin 2\theta_0}{(J_{10})^2} \Delta h_1$$

$$- \frac{b_2 + b_3 r \cos \theta_0}{J_2} \Delta h_2 - K_2 r \cos \theta_0 \Delta X_2$$

$$+ \left\{ m r^2 \frac{h_{10}^2 \cos 2\theta_0}{(J_{10})^2} - \frac{(m r^2 \cdot h_{10} \sin 2\theta)^2}{(J_{10})^2} \right.$$

$$+ K_2 X_{20} r \sin \theta_0 - K_r r^2 (\cos^2 \theta_0 - (\sin \theta_0 - \sin \theta_p) \sin \theta_0) \left. \right\} \Delta \theta \quad (16)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{1}{(J_2)^2} \Delta h \quad (17)$$

$$\Delta \dot{X}_2 = \frac{r \cos \theta_0}{(J_2)^2} \Delta h_2 - \frac{1}{M_n} \Delta P_n \quad (18)$$

$$\Delta \dot{P}_n = \frac{1}{\left(1 + \frac{J_n}{C^2 M_n}\right)} \left\{ K_2 \Delta X_2 + K_2 X_{20} (-A - B) \right.$$

$$\frac{\Delta X_n + r \cos \theta_0 \Delta \theta}{A^2} + b_n \frac{1}{M_n} \Delta P_n - K_n \Delta X_n$$

$$\left. - \frac{K_t}{C} \Delta \xi - \frac{1}{C} \Delta T_L \right\} \quad (19)$$

$$\Delta \dot{X}_n = \frac{1}{M_n} \Delta P_n \quad (20)$$

$$\Delta \dot{\xi} = \frac{1}{C M_n} \Delta P_n \quad (21)$$

여기서 하첨자 0는 정상운전상태를 의미한다.

5. 수치해석 결과 및 고찰

원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 수치해석은 변속비 R=1의 운전상태에서 구해진 선형화된 상태방정식에 대하여 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 수치해석에 사용된 원심 및 토크램프식 V-벨트 CVT의 제원은 Table 1에 나와있다. 수치해석은 변속비 R=1의 정상운전상태에서 엔진속도와 부하토크의 계단입력(step input)이 가해졌을 때 설계에 주

요한 각 인자들의 변화에 대한 변속비의 과도시간응답을 구하였다. 사용된 주요인자들은 구동 및 종동풀리의 관성모멘트의 비, 구동 및 종동풀리의 압축 스프링 상수비, 토크램프의 비틀림 스프링 상수, 토크램프 캠의 비틀림 각 등이며 계단입력의 크기는 정상운전상태에서 엔진속도 및 부하토크의 각각 6%, 10%로 하였다.

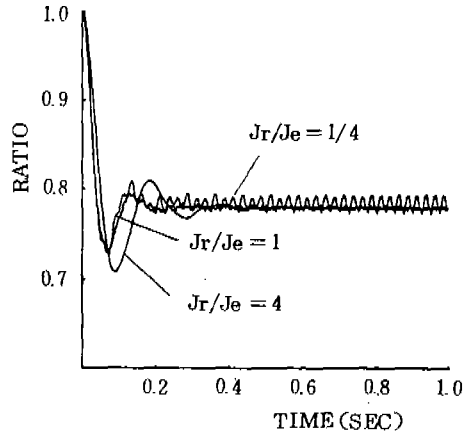


Fig. 7 Response of speed ratio for inertia ratio with engine speed input

Fig. 7은 구동풀리와 종동풀리의 관성모멘트 비 J_r/J_e 을 변수로 하고 엔진속도 입력을 주었을 때 변속비 응답에 대한 수치해석 결과이다. 구동풀리의 관성모멘트는 실제 차량에서 구동풀리, 클러치, 플라이 휠 및 엔진의 관성모멘트를 대표하는 것이며 종동풀리의 관성모멘트는 종동풀리, 차동기어, 축 및 바퀴의 관성모멘트를 대표하고 있다. 관성모멘트의 비가 작아질수록 변속비 응답의 응답속도(peak time)는 늦어지고 최대 오버슈트(maximum overshoot)는 증가한다. 응답의 정착시간(settling time)은 관성모멘트 비가 커질수록 증가하여 $J_r/J_e=4$ 에서 응답곡선은 심한 진동(oscillation)을 보이고 있다. 따라서 계의 전체적인 응답특성을 고려할 때 관성모멘트의 비를 작게 하는 것이, 응답시간은 늦어지고 최대 오버슈트값이 증가하는 단점에도 불구하고 정착시간의 단축 즉 승차감의 안정성면에서 중요함을 알 수 있다. 각 경우의 관성모멘트 비에 대하여 정상상태의 변속비값은

Table 1 Specification of V-Belt CVT

SPEED RATIO (RATIO)	MIN.	0.5
	MAX.	2.0
DIAMETER OF THE PULLEYS	MIN.	200 mm
	RATIO = 1	153 mm
V-GROOVE ANGLE	$\alpha = 30^\circ$	
MASS OF PULLEYS	DRIVER	4 kg
	DRIVEN	2 kg
CENTER DIS. OF THE PULLEYS	D = 240 mm	
LENGTH OF BELT	L = 961 mm	
SPRING CONST. OF THE BELT	LONGITUDINAL	140,000 N/m
	TRANSVERSE	1,500,000 N/m
MASS OF CENTRIFUGAL WEIGHT	m = 0.333 Kg	
CENTRIFUGAL WEIGHT ARM	r = 90 mm	
ANGULAR POSITION OF CENTRIFUGAL WEIGHT	AT FABRICATION	$\theta = 45^\circ$
	RATIO = 1	$\theta = 58^\circ$
SPRING CONST. OF CENTRIFUGAL ACTUATOR	Kr = 10,000 N/m	
DIAMETER OF TORQUE - RAMP	Da = 90 mm	
TWIST ANGLE TORQUE - RAMP	$\beta = 55^\circ$	
SPRING CONST. OF TORQUE - RAMP SPRING	Kn = 5,000 N/m	
	Kt = 40 N/m	

R=1에서 R=0.78로 감소하여 변속비는 관성모멘트의 비에 큰 영향을 받지 않고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 구동풀리와 종동풀리의 관성모멘트 비 J_r/J_e 를 변화시키며 부하토크 입력에 대한 변속비 응답을 도시한 것이다. 관성모멘트의 비 J_r/J_e 이 작아질수록 응답속도는 조금씩 늦어지고 최대 오버슈트값도 증가하지만 정착시간은 거의 비슷한 값을 갖는다.

관성모멘트 비 J_r/J_e 의 변화에 대한 수치 해석 결과 (Fig. 7, 8)에 의하면 J_r/J_e 가 작아질수록 변속비 응답의 진동은 감소하여 시뮬레이션 범위에서 $J_r/J_e=1/4$ 일 때 계는 가장 안정한 응답을 보였다. 이와 같은 결과는 계의 안정성을 위해서는 $J_r < J_e$ 이어야 하고 J_r/J_e 가 1/11일때 가장 안정하다는 Stieg 등¹⁰⁾의 연구결과와 응답경향이 일치하고 있다. J_r/J_e 비를 작게 할수록 계의 안정성은 증가하지만 실제 차량설계에서 J_r/J_e 의 비는 물

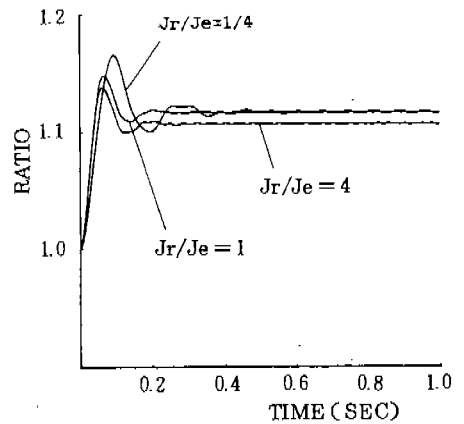


Fig. 8 Response of speed ratio for inertia ratio with torque load input

리적인 제한을 받는다.

Fig. 9는 구동풀리의 압축스프링 상수 Kr과 종동풀리의 토크램프 압축스프링 상수 Kn과의 비 K_r/K_n 를 변수로 하여 엔진속도 입력에 대한 변속비 응답을 도시한 것이다. 중

동플리의 토크램프 압축스프링 상수 $K_n = 5,000 \text{ N/m}$ 를 기준으로 구동플리의 스프링 상수를 $K_r = 2,500, 10,000, 40,000 \text{ N/m}$ 으로 변화시켜 $K_r/K_n = 1/2, 2, 8$ 에 대하여 수치해석을 수행하였다. 수치해석에 사용된 스프링 상수값은 실제 CVT 제원에 근거한 것으로 수치해석은 물리적으로 타당한 범위에 한정하였다. Fig. 9에서 알 수 있듯이 스프링 상수비 K_r/K_n 이 8, 2, 1/2로 작아지면서 최대 오버슈트는 약 50%, 40%, 28%로 감소한다. 응답속도는 스프링 상수비가 작아질수록 길어지고 있으며 정착시간 또한 길어지고 있다.

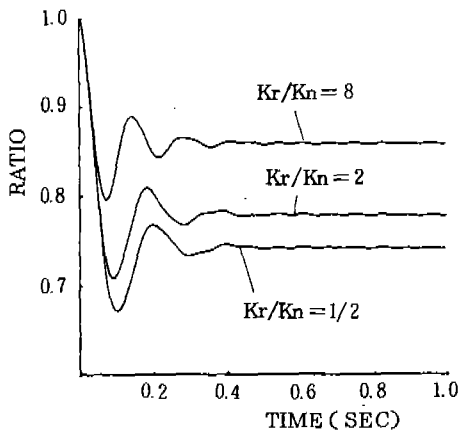


Fig. 9 Response of speed ratio for spring ratio with engine speed input

변속비의 변화량은 스프링 상수비가 작아질수록 커져서 정상상태에서의 변속비의 크기는 작아진다. 이것은 스프링 상수비가 작아질수록 구동플리의 스프링 상수 K_r 이 감소하고 스프링 상수 K_r 이 작아지면 같은 크기의 원심력에 대하여 구동플리 이동플랜지의 축방향 이동량이 커지게 된다. 따라서 벨트는 플리 밖으로 밀려나가 벨트의 회전피치직경은 증가하고 변속비 R 은 종동플리 벨트의 회전피치직경대 구동플리 벨트의 회전피치직경의 비로 표시되므로 변속비는 감소한다.

Fig. 10은 스프링 상수비 K_r/K_n 을 변화시키면서 부하토크 입력에 대한 수치해석 결과이다. 스프링 상수비 K_r/K_n 이 작아짐에 따라 최대 오버슈트는 감소하고 응답시간은 증

가한다. 변속비의 변화량은 스프링 상수비 K_r/K_n 이 작아질수록 커져서 정상상태에서 변속비의 크기는 증가한다.

Fig. 9와 Fig. 10에서 볼 수 있듯이 구동플리와 종동플리의 압축 스프링 상수비 K_r/K_n 이 작아질수록 변속비 변화량은 증가하고 응답시간은 길어지지만 정착시간에는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 따라서 실제 CVT 설계에서는 변속량과 응답속도를 고려하여 적절한 크기의 스프링 상수비를 선택해야 한다.

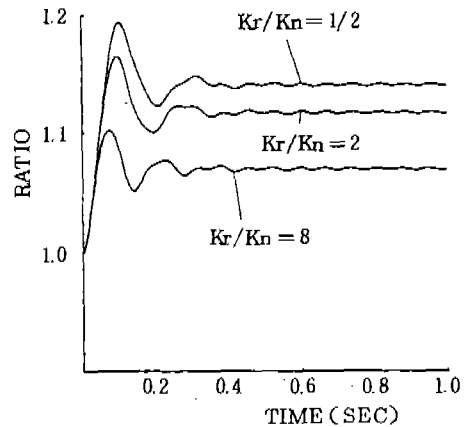


Fig. 10 Response of speed ratio for spring ratio with torque load input

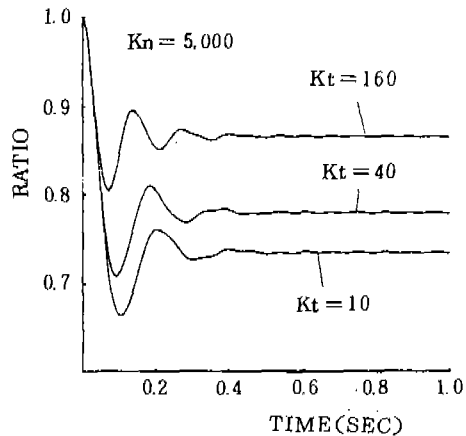


Fig. 11 Response of speed ratio for torsional spring with engine speed input

Fig. 11은 종동플리 토크램프의 비틀림 스프링 상수와 압축스프링 상수의 비 K_t/K_n 을 변화시키고 엔진속도를 입력으로 하여 수치해석한 결과이다. 여기서 압축스프링 상수 $K_n =$

5,000N/m을 기준으로 하고 비틀림 스프링 상수 $Kt = 10, 40, 160 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 으로 변화시키면서 수치해석을 수행하였다. 이때 구동폴리의 압축스프링 상수 Kr 과 종동폴리의 압축스프링 상수 Kn 의 비는 $Kr/Kn = 2$ 를 사용하였다. Fig. 11에서 알 수 있듯이 비틀림 스프링 상수 Kt 가 작아질수록 최대 오버슈트는 감소하고 응답속도는 늦어진다. 응답곡선의 정착시간은 Kt 가 작아질수록 길어져서 불안정해지지만 큰 차이는 없다. 정상상태에서의 변속비의 크기는 비틀림 스프링 상수 Kt 가 작아질수록 감소하여 변속비의 변화량이 커짐을 알 수 있다. 이것은 비틀림 스프링 상수가 작을수록 같은 크기의 입력에 대하여 이동플랜지의 상대 비틀림량 ξ 가 커지고, ξ 가 커지면 토크램프의 작용으로 이동플랜지의 축방향 이동량 Xn 이 증가하기 때문이다. Xn 이 증가하면 벨트는 안으로 파고들어 벨트의 회전피치직경이 감소하고 따라서 변속비는 감소한다.

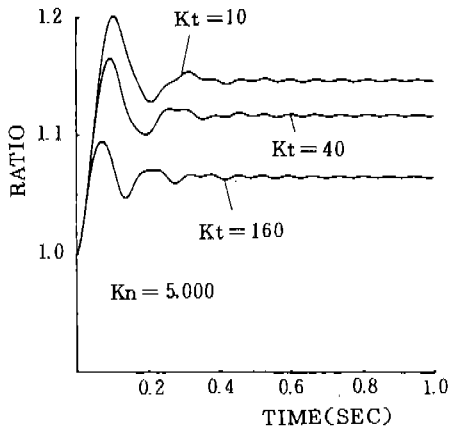


Fig.12 Response of speed ratio for torsional spring with torque load input

Fig. 12는 Kt/Kn 을 변수로하여 부하토크 입력에 대한 변속비 응답을 도시한 것이다. Fig. 12에 도시된 것처럼 비틀림 스프링 상수 Kt 가 작아질수록 최대 오버슈트는 감소하며 응답속도는 늦어진다. 정상상태에서의 변속비의 크기는 비틀림 스프링 상수 Kt 가 작아질수록 증가하여 변속비의 변화량은 커진다.

Fig. 11과 Fig. 12에서 알 수 있듯이 비틀림 스프링 상수 Kt 가 작아질수록 응답속도는 늦어지고 변속비의 변화량은 커진다. 응답곡선의 정착시간은 Kt 가 작아질수록 길어져 불안정해지지만 큰 차이는 없다. 따라서 실제 설계에는 응답속도와 변속비의 변화량을 고려하여 적절한 스프링 상수비를 선택하는 것이 중요하다. 그러나 토크램프의 비틀림 스프링 상수 Kt 와 압축스프링상수 Kn 은 한개의 스프링에서 구해야 함으로 제작상의 제한이 있다.

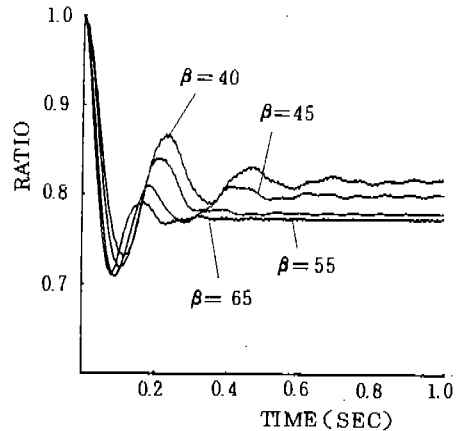


Fig.13 Response of speed ratio for twist angle of torque ramp cam with engine speed input

Fig. 13은 토크램프 캠의 비틀림각 β 를 변수로하여 엔진속도 입력에 대한 변속비 응답을 도시한 것이다. 여기서 구동폴리와 종동폴리의 관성모멘트 비는 $Jr/Je = 1/4$, 구동축의 압축스프링 상수와 종동축의 압축스프링 상수비는 $Kr/Kn = 2$, 토크램프의 비틀림 스프링 상수는 $Kt = 40 \text{ Nm}/\text{rad}$ 이 수치해석에 사용되고 토크램프 캠의 비틀림각 β 는 $\beta = 40^\circ \sim 65^\circ$ 까지 변화시켰다. Fig. 13에서 알 수 있듯이 토크램프 캠의 비틀림각 β 가 작아질수록 최대 오버슈트는 증가하지만 응답속도는 β 값에 별 영향을 받지 않는다. β 가 작아질수록 응답곡선은 심한 진동현상을 보이며 정착시간이 길어져서 계가 불안정하게 된다. 그러나 $\beta = 65^\circ$ 응답곡선에서 보듯이 β 값이 너무 커도 계는 정상상태에서 미세한 진동을 한다. 따라서 토크램프 캠의 비틀림각은

계의 승차감 안정성에 큰 영향을 가지고 있음을 알 수 있다. 캠의 비틀림각 $\beta = 55^\circ$ 에서 계는 가장 안정한 응답을 보였으며 비틀림각 β 가 증가할수록 정상상태에서 변속비의 변화량은 증가한다.

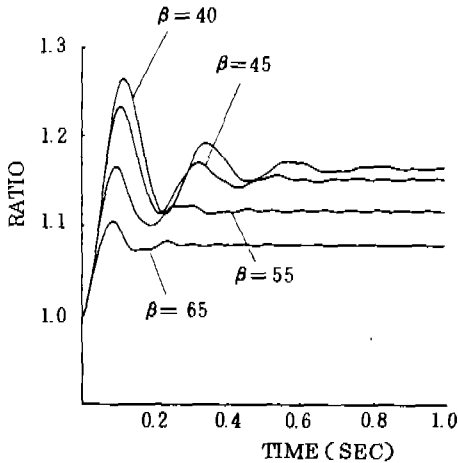


Fig.14 Response of speed ratio for twist angle of torque ramp cam with torque load input

Fig. 14는 토크램프 캠의 비틀림각 β 에 대하여 부하토크 입력에 대한 수치해석 결과이다. 토크램프 캠의 비틀림각 β 가 작아질수록 응답속도는 늦어지나 최대 오버슈트는 증가한다. 정상상태에서의 변속비의 변화량은 β 값이 작아질수록 증가하고 정착시간은 길어짐을 알 수 있다. 이러한 결과는 부하토크 입력에 대하여 β 값이 작을수록 변속비 변화량이 증가한다는 Keller⁴⁾의 실험결과와 잘 일치하고 있다. 따라서 부하토크 입력의 경우 β 값이 클수록 응답속도, 승차감 안정성이 우수하지만 변속비의 변화량은 작음을 알 수 있다.

Fig. 13과 Fig. 14에서 볼 수 있듯이 토크램프 캠의 비틀림각 β 는 변속비 응답의 정착시간 즉 승차감 안정성에 크게 영향을 끼치고 있다. β 값이 증가할수록 응답속도가 빨라지고 계의 안정성이 개선된다. 변속비의 변화량은 엔진속도 입력의 경우 β 값이 작아질수록 감소하고 부하토크 입력의 경우 β 값이 작아질수록 증가한다. 따라서 V-벨트 CVT의 토크램프 설계시 캠의 비틀림각 β 는 응답속도,

계의 정착시간, 변속비의 변화량을 고려하여 적절히 설계되어야 한다. 본 연구에 사용된 CVT의 경우 비틀림각 β 는 $\beta = 55^\circ$ 가 가장 적합한 값으로 확인되었다.

6. 결 론

구동축에 원심식 축력제어장치를 갖고 종동축에 토크램프식 축력제어장치를 갖는 V-벨트 CVT에 대한 수치해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 계의 응답 정착시간에 가장 중요한 인자는 구동폴리와 종동폴리의 관성모멘트 비 Jr/Je 와 토크램프캠의 비틀림각 β 이다. Jr/Je 가 작아질수록 그리고 β 가 증가할수록 정착시간은 짧아져 차량의 승차감 안정성은 개선된다. 그러나 너무 커지면 계는 오히려 미세한 진동을 하고 Jr/Je 를 너무 작게 하는 것은 물리적인 제한이 있기 때문에 실제 V-벨트 CVT의 설계에는 적절한 Jr/Je 의 비와 β 값의 선정이 필요하다.

(2) 계의 응답속도에 크게 영향을 미치는 인자는 스프링 상수비 Kr/Kn , 비틀림 스프링 상수 Kt 그리고 토크램프 캠의 비틀림각 β 이다. Kr/Kn 이 클수록, Kt 가 클수록 그리고 β 가 클수록 응답속도는 빨라진다.

(3) 계의 응답의 민감도 즉 변속비 변화량에 큰 영향을 끼치는 인자들은 스프링 상수비 Kr/Kn , 비틀림 스프링 상수 Kt , 토크램프 캠의 비틀림각 β 이다. Kr/Kn 이 작을수록, Kt 가 작을수록 변속비의 변화량은 증가한다. 그리고 비틀림각 β 에 대해서 변속비 변화량은 엔진속도 입력의 경우 β 값이 작을수록 감소하고 부하토크 입력의 경우 β 값이 작을수록 증가한다.

APPENDIX

원심식 축력제어장치에서 원심추를 가동하는 입력속도 ω_1 과 원심추의 회전속도 $\dot{\theta}$ 는 서로 커플(coupled)되어 있으므로 에너지법을 적용하도록 한다.¹¹⁾ Fig. 8에서 구동폴리, 원심추, 압축스프링이 갖는 운동에너지

와 위치에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} Mr \dot{X}r^2 + \frac{1}{2} Jr \omega_1^2 + \frac{1}{2} m v^2 \\
 &= \frac{1}{2} Mr r^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} Jr \omega_1^2 + \frac{1}{2} m r^2 \\
 &\quad (\dot{\theta}^2 + \omega_1^2 \sin^2 \theta) \quad (A1)
 \end{aligned}$$

$$V = \frac{1}{2} Kr Xr^2 = \frac{1}{2} Kr r^2 (\sin \theta - \sin \theta_p)^2 \quad (A2)$$

여기서 θ_p = 스프링이 자유길이 일때의 원심추의 위치

원심추에 대하여 Lagrange equation 을 적용하면 원심추의 각 운동량 h_2 는 다음식으로 구해진다.

$$h_2 = \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = (Mr \cos \theta + m) r^2 \dot{\theta} \quad (A3)$$

Lagrange equation 의 다른 항들은 각각 다음식으로 표시된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial \theta} &= -Mr r^2 \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta \\
 &\quad + m r^2 \omega_1^2 \sin \theta \cos \theta \quad (A4)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = Kr r^2 (\sin \theta - \sin \theta_p) \quad (A5)$$

따라서 원심추의 각운동량 h_2 에 대한 상태 방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 \dot{h}_2 + Mr r^2 \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta - m r^2 \omega_1^2 \cos \theta \sin \theta \\
 + Kr r^2 (\sin \theta - \sin \theta_p) \cos \theta \\
 = -b_2 \dot{\theta} - b_3 \dot{X}r - e_{18} \quad (A6)
 \end{aligned}$$

위 식에서 e_{18} 은 이동플랜지로 전달되는 토오크이며 식 (A6)을 원심추의 구동속도 ω_1 에 대하여 정리하면 다음식으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{h}_2 + (b_2 + b_3 r \cos \theta) \dot{\theta} + Kr r^2 \\
 (\sin \theta - \sin \theta_p) \cos \theta + Mr r^2 \cos \theta \sin \theta \dot{\theta}^2 \\
 + e_{18} = m r^2 \omega_1 \sin \theta \cos \theta \omega_1 \quad (A7)
 \end{aligned}$$

식 (A7)의 우변항은 원심추를 작동시키는 모멘트로서 구동축의 각속도 ω_1 의 입력이 제어이더를 거쳐 에포트로 변환되었음을 보여 주고 있다. 따라서 원심추 구동장치에 대한

본드선도를 그리면 Fig.15와 같다.

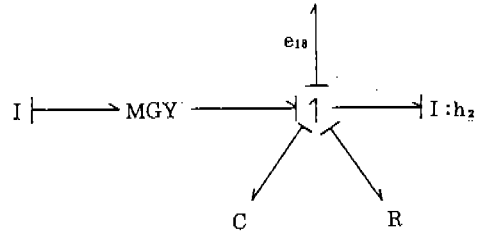


Fig.15 Bondgraph of the centrifugal actuator

참 고 문 헌

1. Stieg, R.F., Worley, W.S., "A Rubber V-Belt CVT for Front Wheel Drive Cars", SAE 820746.
2. Oliver, L.R., Henderson, D.D. "Torque Sensing Variable Speed V-Belt Drive", SAE 720708.
3. Oliver, L.R., Hornung, K.G., Swenson, J.E. and Shapiro, H.N., "Design Equations for a Speed and Torque Controlled Variable Ratio V-Belt Transmission", SAE 730003.
4. Keller, D.L. and Wilson, R.E., "Design and Development of a High Horsepower Torque Sensing Variable Speed Drive", SAE 720709.
5. Oliver, L.R., Hornung, K.G. and Shapiro, H.N., "An Automatic V-Belt Transmission with an Asymmetrical Belt", ASME, J of Engineering for Industry, pp.771-778, 1973.
6. Rosenberg, R.C. and Kamopp, D., "Introduction to Physical System Dynamics", McGraw-Hill, 1983.
7. Beukeboom, J., Dixhoorn, J.J.V. and Meerman, J.W., "Simulation Mixed Bond Graphs and Block Diagram on Personal Computer Using THTSIM, J of F.I., Vol.319, pp.257-267, 1985.
8. Rosenberg, R.C., "The Enport-6 User's Manual", 1986.

9. Dixhoorn, J.J.V., "Simulation of Bond Graphs on Minicomputers", J of D.S.M.C., pp.9-14, 1979.
10. Stieg, R.F., Dolan, J.P., Worley, W.S. and Gerbert, B.G., U.S. Patent, Patent Number: 4,534,748, 1985.
11. Karnopp, D.C., "Lagrange Equations for Complex Bond Graph Systems", J of D.S.M.C., pp.300-306, 1977.