

## 정지 위성 궤도의 평균 궤도 요소-I \*

- 궤도의 장반경, 이심률, 근지점 경도 -

최규홍 · 이정숙 · 박종욱 · 문인상  
연세대학교 천문기상학과  
(1989년 9월 20일 접수: 1989년 11월 20일 수리)

## MEAN ORBITAL ELEMENTS FOR GEOSYNCHRONOUS ORBIT-I \*

- Semi-major, eccentricity, and longitude of perigee -

Kyu-Hong Choi, Jeong-Sook Lee, Jong-Uk Park and In-Sang Moon  
Dept. of Astronomy and Meteorology, Yonsei University, Seoul 120-749  
(Received September 20, 1989; Accepted November 20, 1989)

### Abstract

The mean orbital elements for geosynchronous satellite are developed in terms of non-singular orbital elements. The true satellite position oscillates about the position calculated from the mean elements due to short period perturbations to the satellite motion. The displacement of a geostationary satellite from this mean orbit position is less than 1800m. The mean elements of  $e_r$  and  $e_s$  are obtained.

### 요 약

정지 위성 궤도의 평균 궤도 요소를 비 특이점 궤도 요소 항으로 연구하였다. 실제 위성의 위치는 평균 궤도로부터 단주기 섭동 만큼 위성 위치가 진동하는데, 그 진동의 진폭은 1800m 이하이다.  $e_r$ 와  $e_s$ 의 평균값도 얻었다.

---

\* Yonsei University Observatory Contribution No. 84.

## 1. 서 론

정지 위성 궤도의 궤도 요소에 관해서 Choi *et al.*(1987)은 영년 변화와 장주기 섭동만 연구하였고, 단주기 섭동을 고려하지 않아서 평균 궤도 요소를 얻을 수 없다. Park and Choi (1988)는 지구 중력장에 기인한 원 궤도에 가까운 위성 궤도의 평균 요소만을 구하였다.

Kamel *et al.*(1973)과 Kamel and Tibbitts(1973)에 의해 정지 위성 궤도에 대한 기본적인 섭동론이 제시되었지만 실제 궤도 조정을 하기 위한 평균 궤도 요소에 대해서는 연구가 되어 있지 않았다.

본 연구에서는 컴퓨터에 의한 Algebraic manipulation(Dasenbrock 1973)로 섭동함수를 급수 전개시켜 위성 궤도의 장반경, 이심률, 근지점 경도에 대한 단주기 섭동항을 구하고, 평균 궤도 요소에 응용해 보겠다.

## 2. 궤도 장반경의 평균 궤도 요소

정지 통신 위성에 대한 궤도 장반경의 변화를 고찰하여 보기로 하자. 궤도 장반경의 영년 변화는 오직 지구 중력장의 triaxiality에 의한 영향을 받는다. Choi *et al.*(1987)에 의한 궤도 장반경의 영년 변화  $\dot{a}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{a} = & -5.89 \sin(L+171.4) - 132.69 \sin 2(L+14.92) \\ & - 18.35 \sin 3(L-21.07) \quad (\text{m/day}) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

여기서 L은 위성의 평균 경도이다.

지구 중력장의  $J_2$ 항 때문에 생기는 단주기 섭동항은 정지 통신위성에서는 궤도 경사각의 2차항 오차 정도인 1m 이내의 크기를 갖게 되기 때문에 본 연구에서는 무시하였다.

궤도 장반경에 큰 영향을 미치는 단주기 섭동항은 달과 태양의 섭동력 때문에 생기게 된다. 섭동 방정식을 컴퓨터에 의한 Algebraic manipulation(Dasenbrock 1973)으로 모든 섭동항을 구하였다.

달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_2(\cos \theta)$ 는 다음과 같다(단위는 meter이다).

$$\begin{aligned} (\Delta a)_{RM2} = & 967.67 \cos(2L-2LM) \\ & + 188.83 \cos(2L-2LM-MM) \end{aligned}$$

MEAN ORBITAL ELEMENTS- I

$$\begin{aligned}
 &+ 80.61 \cos (2L) \\
 &- 36.08 \cos (2L-LM-FM) \\
 &+ 35.82 \cos (2L-2LM+MM-2D) \\
 &+ 35.12 \cos (2L-LM+FM) \\
 &+ 30.67 \cos (2L-2LM-2D) \\
 &- 26.84 \cos (2L-2LM+MM) \\
 &+ 25.47 \cos (2L-2LM-2MM) \\
 &+ 7.56 \cos (2L-2LM-MM-2D) \\
 &- 7.04 \cos (2L-LM-MM-FM) \\
 &- 7.03 \cos (2L-2LM-MM+2D) \\
 &+ 6.72 \cos (2L-MM) \\
 &+ 6.44 \cos (2L+MM) \\
 &+ 3.79 \cos (2L-2LM+2FM) \\
 &- 3.12 \cos (2L-2LM-MH) \\
 &+ 3.08 \cos (2L-2LM+MH) \\
 &+ 2.92 \cos (2L-LM-MM+FM) \\
 &+ 2.83 \cos (2L-LM+MM+FM) \\
 &- 2.78 \cos (2L-2LM-2MM+2D) \\
 &+ 2.49 \cos (2L-2LM-3MM) \\
 &+ 2.08 \cos (2L-2LM-2D+MH) \\
 &+ 1.79 \cos (2L-2LM-MM+MH) \\
 &+ 1.67 \cos (2L-2LM+MM-2D+MH) \\
 &+ 1.67 \cos (2L+2LM) \\
 &+ 1.56 \cos (2L-2D) \\
 &- 1.56 \cos (2L-2LM-MM-MH) \\
 &- 1.52 \cos (2L+LM-FM) \\
 &+ 1.44 \cos (2L+LM+FM) \\
 &+ 1.32 \cos (2L+MM-2D) \\
 &+ 1.20 \cos (2L-MM+2D) \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_3(\cos \theta)$ 는 다음과 같다(단위는 meter이다).

$$\begin{aligned}
 (\Delta a)_{\text{RM3}} &= 83.68 \cos (3L-3LM) \\
 &+ 33.79 \cos (L-LM)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+23.26 \cos (3L-2LM-MM) \\
 &+11.69 \cos (L-3LM) \\
 &+11.47 \cos (L+LM) \\
 &+10.63 \cos (3L-LM) \\
 &+5.74 \cos (L-LM-MM) \\
 &-4.99 \cos (L-FM) \\
 &-4.68 \cos (3L-2LM-FM) \\
 &-4.68 \cos (3L-3LM+MM) \\
 &+4.63 \cos (L-2LM-FM)+4.64 \cos (L+FM) \\
 &+4.35 \cos (3L-3LM+MM-2D) \\
 &-4.37 \cos (L-2LM+FM) \\
 &+4.66 \cos (3L-2LM+FM) \\
 &+4.09 \cos (3L-3LM-2D) \\
 &+4.07 \cos (3L-3LM-2MM) \\
 &+3.35 \cos (L-3LM-MM) \\
 &+1.81 \cos (L+LM+MM) \\
 &+1.76 \cos (3L-LM-MM) \\
 &+1.78 \cos (L-LM+MM) \\
 &-1.29 \cos (3L-2LM-MM-FM) \\
 &+1.25 \cos (3L-3LM-MM-2D) \\
 &-1.16 \cos (3L-3LM-MM+2D) \dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_4(\cos \theta)$ 는 다음과 같다(단위는 meter이다).

$$\begin{aligned}
 (\Delta a)_{RM} &=7.56 \cos (4L-4LM) \\
 &+2.74 \cos (4L-4LM-MM) \\
 &+2.24 \cos (2L-2LM) \\
 &+1.46 \cos (2L) \\
 &+1.35 \cos (2L-4LM) \\
 &+1.30 \cos (4L-2LM) \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

태양의 섭동에 의한 단주기항의  $P_2(\cos \theta)$ 는 다음과 같다(단위는 meter이다).

$$(\Delta a)_{RS2}=434.26 \cos (2L-2LH)$$

MEAN ORBITAL ELEMENTS- I

$$\begin{aligned}
 &+37.32 \cos (2L) \\
 &+25.44 \cos (2L-2LH-MH) \\
 &-3.63 \cos (2L-2LH-MH) \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

- 여기서 L=Satellite's mean orbital longitude
- LM=Moon's mean orbital longitude
- MM=Moon's mean anomaly
- FM=Moon's mean argument of longitude
- D=Mean elongation of moon from the sun
- LH=Solar mean motion in longitude
- MH=Sun's mean anomaly

달과 태양의 단주기 섭동항은 다음과 같이 된다.

$$(\Delta a)_{\odot+L} = (\Delta a)_{RM2} + (\Delta a)_{RM3} + (\Delta a)_{RM4} + (\Delta a)_{RS2} \dots\dots\dots (6)$$

접음궤도 장반경  $a_{os}$ 에서 단주기 섭동항과 영년 섭동항을 빼면 평균 궤도 장반경  $\bar{a}$ 를 얻을 수 있다. 즉,

$$a_{os} = \bar{a} + \dot{a}t + (\Delta a)_{\odot+L} \dots\dots\dots (7)$$

여기서 t는 경과 시간이다.

식 (6)의 시간에 따른 궤도 장반경의 변화를 도표로 나타내면 그림 1과 그림 2가 된다.

달과 태양이 일직선상에 놓여 있는 경우는 그림 1과 같이 궤도 장반경의 변화가 약 1800m의 진폭을 가지게 되어 최대의 영향을 미치게 되고, 달과 태양이 90°의 위치에 있을 때는 그림 2와 같이 궤도 장반경의 변화가 약 800m의 진폭을 가지게 되어 최소의 영향을 미치게 된다.

3. 이심률(e)과 근지점 경도( $\tilde{\omega}$ )의 평균 궤도 요소

$e_c = e \cos \tilde{\omega}$ 와  $e_s = e \sin \tilde{\omega}$ 의 위상 평면상에서  $e_c$ 축 방향은 춘분점의 방향이다. 위상 평면상에서  $e_c$ 와  $e_s$ 의 위치는 타원 궤도의 중심쪽 방향과 반대이고, 그의 크기는 위성궤도의 이심률이 된다.  $e_c$ 와  $e_s$ 의 위치각은 근지점의 경도이다.

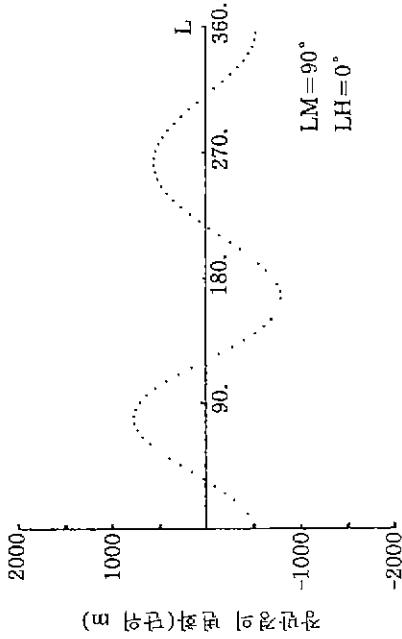


그림 1. 위상 경도(L)에 따른 장반경(a)의 변화  
(달, 태양 섭동력만 고려).

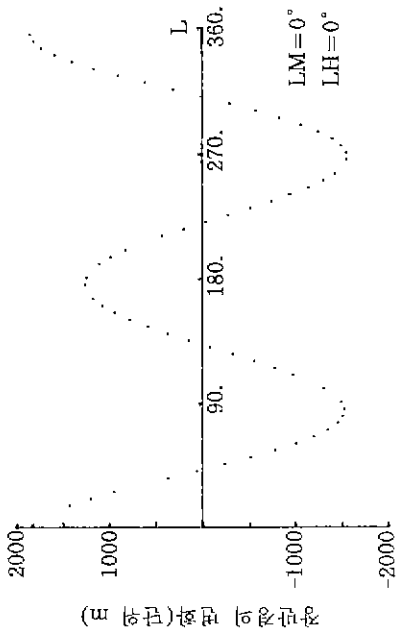


그림 2. 위상 경도(L)에 따른 장반경(a)의 변화  
(달, 태양 섭동력만 고려).

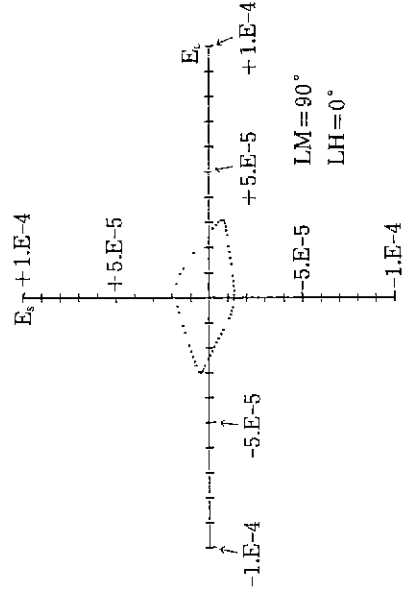


그림 3. E<sub>s</sub>-E<sub>x</sub>의 단주기 변화  
(달, 태양 섭동만 고려).

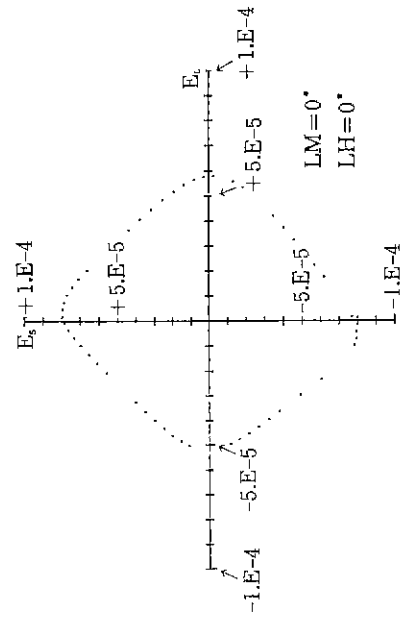


그림 4. E<sub>s</sub>-E<sub>x</sub>의 단주기 변화  
(달, 태양 섭동만 고려).

MEAN ORBITAL ELEMENTS- I

정지 통신위성에 관한  $e_2$ 와  $e_3$ 의 영년 변화는 달의 섭동과 태양 복사의 영향을 받고, 장주기 변화는 달의 섭동에 의한 영향을 받는다(Choi *et al.* 1986).

단주기 섭동항은 지구 중력장의  $J_2$ 항(Park and Choi 1988)과, 그리고 달과 태양의 섭동력 때문이다. 달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_2(\cos \theta)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_2)_{RM2} = & 3.47552 \times 10^{-5} \cos (L-2LM) \\
 & + 0.69264 \times 10^{-5} \cos (L-2LM-MM) \\
 & + 0.37775 \times 10^{-5} \cos (3L-2LM) \\
 & - 0.32762 \times 10^{-5} \cos (L) \\
 & - 0.17603 \times 10^{-5} \cos (L-LM-FM) \\
 & + 0.16477 \times 10^{-5} \cos (L-LM+FM) \\
 & + 0.13099 \times 10^{-5} \cos (L-2LM+MM-2D) \\
 & + 0.11469 \times 10^{-5} \cos (L-2LM-2D) \\
 & + 0.09594 \times 10^{-5} \cos (L-2LM-2MM) \\
 & - 0.09440 \times 10^{-5} \cos (L-2LM+MM) \\
 & - 0.08296 \times 10^{-5} \cos (L+2LM) \\
 & + 0.07325 \times 10^{-5} \cos (3L-2LM-MM) \\
 & - 0.03451 \times 10^{-5} \cos (L-LM-MM-FM) \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_3)_{RM2} = & -3.68091 \times 10^{-5} \sin (L-2LM) \\
 & - 0.90108 \times 10^{-5} \sin (L) \\
 & - 0.73369 \times 10^{-5} \sin (L-2LM-MM) \\
 & + 0.37775 \times 10^{-5} \sin (3L-2LM) \\
 & - 0.13891 \times 10^{-5} \sin (L-2LM+MM-2D) \\
 & - 0.12146 \times 10^{-5} \sin (L-2LM-2D) \\
 & - 0.10160 \times 10^{-5} \sin (L-2LM-2MM) \\
 & + 0.09993 \times 10^{-5} \sin (L-2LM+MM) \\
 & - 0.09448 \times 10^{-5} \sin (L+2LM) \\
 & + 0.09090 \times 10^{-5} \sin (L-LM-FM) \\
 & - 0.08506 \times 10^{-5} \sin (L-LM+FM) \\
 & - 0.07649 \times 10^{-5} \sin (L-MM) \\
 & + 0.07325 \times 10^{-5} \sin (3L-2LM-MM) \\
 & - 0.07115 \times 10^{-5} \sin (L+MM) \\
 & + 0.04522 \times 10^{-5} \sin (L+LM-FM)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -0.04175 \times 10^{-5} \sin (L+LM+FM) \\
 & +0.03186 \times 10^{-5} \sin (3L) \quad \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_3(\cos \theta)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_c)_{RM3} &= +0.22434 \times 10^{-5} \cos (2L-3LM) \\
 & +0.06280 \times 10^{-5} \cos (2L-3LM-MM) \\
 & +0.03687 \times 10^{-5} \cos (4L-3LM) \\
 & +0.01871 \times 10^{-5} \cos (2L-LM) \quad \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_s)_{RM3} &= -0.23087 \times 10^{-5} \sin (2L-3LM) \\
 & -0.06463 \times 10^{-5} \sin (2L-3LM-MM) \\
 & -0.03837 \times 10^{-5} \sin (2L-LM) \\
 & +0.03687 \times 10^{-5} \sin (4L-3LM) \\
 & +0.01282 \times 10^{-5} \sin (2L-3LM+MM) \quad \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

달의 섭동에 의한 단주기항의  $P_4(\cos \theta)$ 는 다음과 같다.

$$(\Delta e_c)_{RM4} = 0.01816 \times 10^{-5} \cos (3L-4LM) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_s)_{RM4} &= -0.01816 \times 10^{-5} \sin (3L-4LM) \\
 & -0.01475 \times 10^{-5} \sin (L-2LM) \quad \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

태양의 섭동에 의한 단주기항의  $P_2(\cos \theta)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_c)_{RS2} &= 1.50461 \times 10^{-5} \cos (L-2LH) \\
 & +0.17150 \times 10^{-5} \cos (3L-2LH) \\
 & -0.15165 \times 10^{-5} \cos (L) \\
 & +0.08826 \times 10^{-5} \cos (L-2LH-MH) \\
 & -0.04113 \times 10^{-5} \cos (L+2LH) \quad \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta e_s)_{RS2} &= -1.59348 \times 10^{-5} \sin (L-2LH) \\
 & -0.41715 \times 10^{-5} \sin (L) \\
 & +0.17150 \times 10^{-5} \sin (3L-2LH)
 \end{aligned}$$



MEAN ORBITAL ELEMENTS- I

$$\begin{aligned}
 & -0.09347 \times 10^{-5} \sin (L-2LH-MH) \\
 & -0.04680 \times 10^{-5} \sin (L+2LH) \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

달과 태양의 단주기 섭동항은 다음과 같다.

$$(\Delta e_c)_{\odot+\text{L}} = (\Delta e_c)_{RM2} + (\Delta e_c)_{RM3} + (\Delta e_c)_{RM4} + (\Delta e_c)_{RS2} \dots\dots\dots (16)$$

$$(\Delta e_s)_{\odot+\text{L}} = (\Delta e_s)_{RM2} + (\Delta e_s)_{RM3} + (\Delta e_s)_{RM4} + (\Delta e_s)_{RS2} \dots\dots\dots (17)$$

절유 궤도 요소  $(e_c)_{os}$ 와  $(e_s)_{os}$ 에서 단주기 섭동항, 영년 섭동항, 장주기 섭동항을 빼면 평균 궤도 요소  $\bar{e}_c$ 와  $\bar{e}_s$ 를 각각 얻을 수 있게 된다. 즉,

$$(e_c)_{os} = \bar{e}_c + \dot{e}_c t + (\Delta e_c)_{\odot+\text{L}} + (\Delta e_c)_{lp} \dots\dots\dots (18)$$

$$(e_s)_{os} = \bar{e}_s + \dot{e}_s t + (\Delta e_s)_{\odot+\text{L}} + (\Delta e_s)_{lp} \dots\dots\dots (19)$$

이고, 여기서  $\dot{e}_c$ 와  $\dot{e}_s$ 는 영년 섭동항이며,  $(\Delta e_c)_{lp}$ 와  $(\Delta e_s)_{lp}$ 는 장주기 섭동항인데 Choi *et al.* (1986)에서 값이 제시되어 있다.

달과 태양의 단주기 섭동 방정식 (16)식과 (17)식을  $e_c$ 와  $e_s$ 의 위상면상에 도표로 나타내면 그림 3과 그림 4가 된다.

달과 태양이 일직선상에 놓여 있는 경우는 그림 3과 같이 이심률이  $8 \times 10^{-5}$  정도의 최대값을 갖게 되고, 달과 태양이  $90^\circ$  위치에 있을 때는 그림 4와 같이 이심률이  $3 \times 10^{-5}$  정도의 최소값을 갖게 된다.

4. 결 론

궤도 장반경의 평균 궤도 요소는 지구 중력장의 triaxiality에 의한 영년 변화와 달과 태양의 단주기 섭동에 의해 영향을 받는다. 달과 태양이 일직선에 놓여 있는 경우는 약 1800m의 진폭과 12시간의 주기를 가진 궤도 장반경의 변화에 최대의 영향을 미치고, 달과 태양이  $90^\circ$ 의 위치에 있는 경우에는 궤도 장반경을 12시간의 주기를 가지고 약 800m의 진폭으로 최소의 영향을 미친다.

이심률과 근지점 경도의 평균 궤도 요소  $e_0$ 와  $e_s$ 는 태양 복사압과 달 섭동에 의한 영년 변화, 달과 태양에 의한 단주기 섭동과 장주기 섭동의 영향을 받는다. 특히 단주기 섭동은 약 24시간의 주기를 가지고, 이심률의 크기가  $3 \times 10^{-5} \sim 8 \times 10^{-5}$  정도의 변화를 하게 된다. 그러므로 달과 태양의 단주기 섭동 때문에 정지 위성 궤도의 이심률을  $3 \times 10^{-5}$ 보다 더 적게 줄일 수 없다는 이야기이다.

### 감사의 말씀

이 연구는 1988년 전반기 과학재단 일반연구비의 지원으로 이루어졌으며 한국과학재단에 대하여 깊은 감사를 드립니다.

### 참고문헌

- Choi, K. H., Park, J. W., Lee, B. S., Jo, J. H., and Lee, Y. S. 1986, 한국우주과학회지, 3, 93.  
Choi, K. H., Park, J. W., and Kim, K. M. 1987, 한국우주과학회지, 4, 25.  
Dasenbrock, R. R. 1973, *NRL Report 7564*(NRL: Washington, D.C.), pp. 1-67.  
Kamel, A., Ekman, D. and Tibbitts, R. 1973, *Celestial Mechanics*, 8, 129.  
Kamel, A. and Tibbitts, R. 1973, *Celestial Mechanics*, 8, 45.  
Park, P. H. and Choi, K. H. 1988, 한국우주과학회지, 5, 111.