

〈論 文〉

解析的 擴散모델을 이용한 河道洪水追跡
A Channel Flood Routing by the Analytical Diffusion Model

劉 喆 相* 尹 龍 男**
Yoo, Chul Sang Yoon, Yong Nam

Abstract

The analytical diffusion model is first formulated and its characteristics are critically reviewed. The flood events during the 1985-1986 flood seasons in the IHP Pyungchang Representative Basin are routed by this model and are compared with those by the kinematic wave model. The results showed that the analytical diffusion model simulates the observed flood events much better than the analytical kinematic wave model. The present model is proven to be an excellent means of taking the backwater effects due to lateral inflow or downstream river stage variations into consideration in channel routing of flood flows. It also requires much less effort and computing time at a desired station compared to any other reliable flood routing methods.

要 旨

解析的 擴散 모델의 支配方程式의 유도과 解를 구성하는 各 項의 特性에 關係 상세하게 살펴본후 IHP 平昌江 代表流域의 1985-1986 洪水事象을 本 모델로 追跡하여 Kinematic Wave 모델에 의한 결과와 비교 하였다. 結果分析에 의하면 解析的 擴散 모델에 의한 解는 Kinematic Wave 모델에 의한 解보다 實測值에 훨씬 가까운 결과를 주는 것으로 나타났으며 本 모델은 특히 側方流入水나 下流水立變動에 의한 背水效果까지 고려하여 洪水를 追跡할수 있어 他 簡略解法 보다 精確한 結果를 줄 수 있음이 입증 되었다. 또한 이 모델은 원하는 特定 河川斷面에서의 流出水文曲線을 계산할 수 있어 電算時間과 所要資料 整理에 필요한 努力을 크게 줄일 수 있다.

1. 序 論

수리학적 홍수추적 방법은 不定流인 洪水流의 連續 方程式 및 運動量方程式(momentum

equation)을 연립하여, 初期 및 境界條件에 맞추어 해석함으로써 유출계산을 수행하는 것이므로 背水 效果가 심하고 變動性이 많은 하천 및

** 高麗大學校 工科大學 土木工學科 大學院

** 高麗大學校 工科大學 土木工學科 教授

逆流部를 가지는 하천의 경우에도 정확한 해석이 가능하게 된다.

그러나 連續方程式 및 運動量方程式을 數値解析을 사용하여 정확히 解析하는 데는 河川 全區間에 대해 짧은 내부구간 마다의 境界條件을 필요로 하고 또한 이를 순차적으로 계산하여 결과를 얻는데 상대적으로 긴 電算時間을 요구하게 된다.^{7), 8), 9), 10), 16)}

따라서 어떤 특정지점만의 水位變動을 알고자 할 때 좀더 간단하며 정확한 결과를 줄 수 있는 洪水追跡方法이 필요하게 된다. 이를 위해 本論文에서는 支配方程式 특히 運動量方程式을 간략화하여 해석하는 방법으로서 Kinematic Wave 모델과 달리 下流의 水位變動 및 側方流量 (lateral discharge)에 의한 背水效果를 고려해 줄 수 있는 解析的 擴散모델 (analytical diffusion model)을 이용하여 河道洪水追跡을 시행하도록 하겠다.

이를 위해 먼저 解析的 擴散모델의 特性을 알아본 후 IHP 代表流域인 平昌江 流域의 장평~방림 水位觀測所 區間에 適用하여 봄으로서 실제 하천에서의 適用性을 살펴보도록 하겠다. 아울러 Kinematic Wave 方程式의 解析的 結果를 이용하여 같은 지점에 洪水追跡을 실시, 그 結果를 앞의 解析的 擴散모델의 結果와 比較, 檢討해 보도록 하겠다.

2. 理論的 背景

2.1 擴散모델의 發展過程

不定流인 洪水流의 支配方程式인 Saint Venant 方程式을 간략화하여 解析的인 解를 구하는 대표적인 방법에는 Kinematic Wave 모델과 擴散모델이 있다.^{2), 4), 13), 14), 20), 22), 23)} Kinematic Wave 모델은 運動量 方程式에서 慣性 및 壓力項이 摩擦 및 重力項에 비해 무시될 수 있다고 보고 解를 구하는 방법이며 擴散모델은 慣性項만이 壓力, 摩擦 및 重力項에 비해 무시될 수 있다고 보고 解를 구하는 方法이다.^{1), 2), 4), 13), 19), 20), 22)}

즉 不定流인 洪水流의 支配方程式이 다음의

Saint-Venant 方程式으로 표현될 때

$$V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = Q_L \quad (1)$$

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{g} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{Q_L (V \cdot U_L)}{gA} \quad (2)$$

여기서 x 는 上流境界로부터의 水平距離, V 는 흐름方向으로서 平均流速, A 는 河川斷面積, t 는 洪水經過時間, Q_L 은 單位幅當 側方流入流量, U_L 은 側方流의 平均流速의 흐름방향 成分, S_f 는 河道의 摩擦傾斜, S_0 는 河道傾斜, y 는 河川水深, g 는 重力加速度를 나타낸다.

식(2)에서 오른쪽 첫째항까지만을 고려하는 것이 Kinematic Wave 모델이며 擴散모델에서는 오른쪽 둘째항까지를 고려하게 된다.^{2), 4), 10), 20), 22)}

지금까지의 擴散모델은 모델誘導方法 및 假定에 따라 크게 3가지로 나눌 수 있는데 그 첫째가 1951년 Hayami에 의해 河川을 側方流가 없는 四角型 斷面으로 가정하고 河川의 不均一性을 고려하기 위해 擴散度(diffusivity) k 를 導入하여 誘導한 方程式이다.^{1), 5), 17), 18), 19)}

$$\frac{\partial y}{\partial t} + C_w \frac{\partial y}{\partial x} = K \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3)$$

여기서

$$K = \frac{y}{2} \frac{V}{\left(S_0 - \frac{\partial y}{\partial x}\right)} + k$$

$$C_w = \frac{3}{2} V$$

그러나 方程式(3)은 線形化된 偏微分方程式으로서 흔히 河川網에서 觀測되는 背水效果를 고려해 주지 못하는 단점을 가지고 있다.

Sutherland와 Barnett는 1972년 側方流나 河川斷面의 不均一性 및 一般化된 速度關係를 고려해 줌으로서 Hayami가 誘導한 式에 비해 보다 一般的인 擴散方程式을 誘導했다.^{5), 17), 18)}

$$\frac{\partial y}{\partial t} + C_0 \frac{\partial y}{\partial x} = K_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4)$$

여기서,

$$C_0 = (1 + \frac{m}{k})V$$

$$K_0 = (jVy \cos \phi) / (k \cdot S_1)$$

여기서 m, j는 흐름의 形態에 따라 決定되는 常數이고 ϕ 는 河道傾斜角이다.

그러나 이 方程式 역시 그 適用性에 있어서 三角形斷面 또는 廣幅矩形斷面に 한정되며 背水效果를 고려해 주지 못하고 있다.

최근에 Dorge 등(1983)과 Tingsanchali와 Manandhar(1985)는 앞의 式(3)과 같은 방정식에서 C_w 및 k를 일정한 값이라 가정하고 上流·下流 및 側方流의 境界條件을 고려하여 이들의 영향을 모두 포함하는 解析的인 解를 발전시켰다.^{5), 19)} 이것은 지금까지의 擴散모델중 가장 完璧한 것으로서 하천의 上流 및 下流境界條件은 물론 側方流에 의한 背水效果까지도 잘 고려해 주고 있다.

2.2 解析的 擴散모델의 誘導

앞의 方程式(3)은 側方流를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.^{5), 19)} 즉,

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{3}{2} V \frac{\partial y}{\partial x} = [k + \frac{y \cdot V}{2(S_0 - \frac{\partial y}{\partial x})}] \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$+ Q_i \quad (5)$$

여기서,

$$V = C [y(S_0 - \frac{\partial y}{\partial x})]^{2/3}$$

이고 C는 不定流에 대한 Chezy의 平均流速係數이다.

初期條件으로서 河川에서의 水位가 H로 일정하고 t時間 後의 上流 및 下流의 水位를 각각 U(t), D(t)라 하면 $y(0, t) = H + U(t)$, $y(\ell, t) = H + D(t)$ 가 된다. 여기서 ℓ 은 하천길이 이

다. 支流에서의 流入 및 流出을 Source 및 Sink로 취급하고 기타의 영향을 무시하면 非線型인 式(5)는 급수형태로 나타내어 다음과 같이 線形化할 수 있다.

$$y(x, t) = (H+h) [1 + \frac{\phi_1}{(H+h)} + \frac{\phi_2}{(H+h)} + \dots] \quad (6)$$

여기서 h는 初期水深 H를 基準으로 한 平均水深이다.

식(6)에서 $\phi_n(x, t) = \phi(x, t) + \phi_1(x, t)$ 라 놓고 대괄호안의 세번째 이하 項들을 무시하여 近似解를 取 하면 다음과 같다.

$$y(x, t) = H+h + \phi(x, t) + \phi_1(x, t) \quad (7)$$

여기서 $\phi(x, t)$ 는 다음 方程式(8)의 解가 되며, 이때의 境界條件 및 初期條件은 각각 (8-a) 및 (8-b)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = u \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (8)$$

$$\phi(0, t) = U(t) - k$$

$$\phi(\ell, t) = D(t) - k \quad (8-a)$$

$$\phi(x, 0) = -k \quad (8-b)$$

또한 $\phi_1(x, t)$ 는 다음 方程式(9)의 解로서 표시되며, 이때의 境界條件 및 初期條件은 각각(9-a), (9-b)와 같다.

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} + W \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + Q_i \quad (9)$$

$$\phi_1(0, t) = 0$$

$$\phi_1(\ell, t) = 0 \quad (9-a)$$

$$\phi_1(x, 0) = 0 \quad (9-b)$$

式(8) 및 (9)에서 μ 와 W는 각각 다음과 같다.

$$\mu = k + (H+k) \frac{Y_0}{2S_0}$$

$$W = \frac{3}{2} V_0$$

$$V_0 = C[(H+h)S_0]^{\frac{1}{2}}$$

式(8) 및 (9)를 Laplace 變換技法을 사용하여 解析하면 각각 다음과 같게 된다. ^{3), 5), 11), 12), 21)}

먼저 方程式(8)을 解析하면 다음과 같다.

$$\phi(x, t) = \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t) - h \quad (10)$$

$$\phi_1(x, t) = uR_1(x, t) + \sum_{j=1}^{m_1-1} R_1(x, t-j)(u_{j+1}-u_j) \quad (11)$$

$$\phi_2(x, t) = d_1R_2(x, t) + \sum_{j=1}^{m_2-1} R_2(x, t-j)(d_{j+1}-d_j) \quad (12)$$

$$R_1(x, t) = \text{EXP}\left(\frac{wx}{2\mu}\right) \cdot B(x, t) \quad (11-1)$$

$$R_2(x, t) = \text{EXP}\left(-\frac{wx'}{2\mu}\right) \cdot B(x', t) \quad (12-1)$$

$$B(p, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ S\left(p, \frac{2n\ell}{p} + 1, t\right) - S\left[p, \frac{2(n+1)\ell}{p} - 1, t\right] \right\}$$

$$S(p, b, t) = \text{EXP}\left(-\frac{wPb}{2\mu}\right)$$

$$-\frac{2b}{\sqrt{\pi}} \int_0^{P/2\sqrt{\mu t}} \text{EXP}\left(-b^2 \xi^2 - \frac{w^2 P^2}{16\mu^2 \xi^2}\right) d\xi$$

여기서 $x' = \ell - x$ 로서 下流境界로부터의 距離를 나타내고 上流境界 및 下流境界에서의 連續的인 水位變化는 單位時間區間마다의 段階形態로 바꾸어 近似化한다. 즉,

$$U(t) = u_j \quad j-1 < t < j, \quad j = 1, 2, \dots, m_1$$

$$D(t) = d_j \quad j-1 < t < j, \quad j = 1, 2, \dots, m_2$$

여기서 m_1, m_2 는 上流 및 下流의 水位變動 期間이다. 위에서 式(11-1) 및 (12-1)은 無次元의 係數로서 각각 側方流가 없는 경우 上流 및 下流境界의 單位水位上昇이 地點 x 에 미치는 영향을 나타내며 式(11) 및 (12)는 上流境界

및 下流境界의 水位變動이 地點 x 에 미치는 영향을 표시하고 있다. 따라서 式(10)은 側方流가 없는 경우에 上流境界의 水位變化는 물론 下流境界의 水位變化에 따른 地點 x 에서의 水位變化를 표시하게 된다.

方程式(9)도 같은 方法으로 다음과 같이 해석된다. 즉,

$$\phi_3(x, t) = q_{L1}R_3(x, t) + \sum_{j=1}^{m_3-1} R_3(x, t-j)(q_{Lj+1} - q_{Lj}) \quad (13)$$

$$R_3(x, t) = \frac{\text{EXP}\left(\frac{wx}{2\mu}\right)}{2\mu\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\mu t}} \left[\text{EXP}\left(-\frac{w^2 P^2}{16\mu^2}\right) \times \int_{x_1}^{x_2} I(x, \xi, P) d\xi \right] dP \quad (13-1)$$

$$I(x, \xi, P) = \left(-\frac{w\xi}{2\mu}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \{ I'(2n\ell + x + \xi, P) - I'(2n\ell + x + \xi, P) + I'(2(n+1)\ell - x + \xi, P) - I'(2(n+1)\ell - x + \xi, P) \}$$

$$I'(b, P) = \text{EXP}\left(-\frac{b^2}{P^2}\right)$$

여기서 q_{Lj} 는 u_j 및 d_j 와 마찬가지로 다음과 같이 近似化한다.

즉,

$$Q_j(t) = q_{Lj} \quad j-1 < t < j, \quad j = 1, 2, \dots, m_3$$

여기서 m_3 는 地流(tributary)의 水位變動時間이며 式(13-1)의 x_1, x_2 는 支流의 두 쪽의 위치를 나타낸다. 式(13-1)로 나타나는 $R_3(x, t)$ 는 $R_1(x, t)$ 나 $R_2(x, t)$ 와 달리 時間의 次元을 가지며 上流 및 下流水位가 一定할 때 單位幅의 支流의 單位水位上昇이 單位幅의 本流의 地點 x 에 미치는 영향을 나타낸다.

그러므로, 上流, 下流境界 및 側方流量的 영향을 모두 고려한 t 시간에 地點 x 에서의 水位는 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$y(x, t) = H + \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t) + \phi_3(x, t) \quad (14)$$

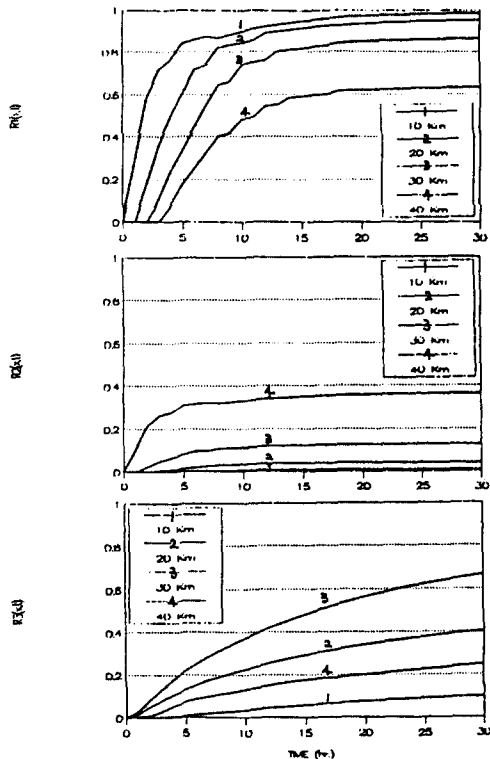
즉, 이 식은 앞의 說明과 같이 上流, 下流境界 및 側方流量的 影響을 效果的으로 나타내 주고 있음을 알 수 있다.

2.3 各 函數의 特性

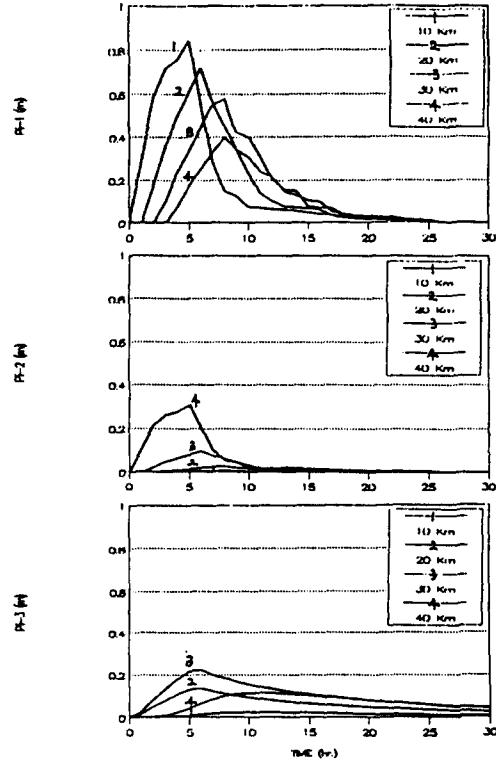
2.2節에서 간단히 說明한 各式들의 具體的인 特性을 살펴보기 위해 임의의 w 및 μ 값을 假定하여 各 函數들의 時間·距離에 따른 變化 및 上流, 下流境界 및 支流의 水位變化에 따른 變化樣相을 살펴보기로 한다.

여기서는 河川길이 l 을 50km로 하고 單位幅의 支流가 25km 地點에 있으며 $w = 1.0$ (m/sec), $\mu = 10,000$ (m²/sec)라 假定했을 때 地點 $x = 10, 20, 30, 40$ km에서의 $R_1(x, t)$, $R_2(x, t)$, $R_3(x, t)$ 는 그림(2-1)과 같다.

또한 같은 條件에서 上流, 下流境界 및 支流의 水位變動이 單位時間동안 均一하게 1m의 上昇일 때 $\phi_1(x, t)$, $\phi_2(x, t)$, 및 $\phi_3(x, t)$ 의 變化는 그림(2-2)과 같다.



(그림 2.1) 係數 $R_1(x, t)$, $R_2(x, t)$, $R_3(x, t)$



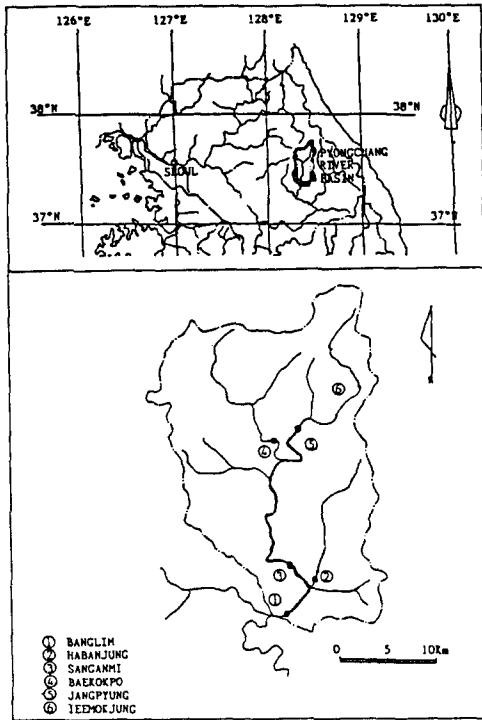
(그림 2.2) 函數 $\phi_1(x, t)$, $\phi_2(x, t)$, $\phi_3(x, t)$ 의 變化

3. 資料의 選擇 및 整理

3.1 適用河川의 選定

本 研究에서는 解析的 擴散모델의 特性인 下流水位 變動 및 側方流에 의한 背水效果가 고려될 수 있도록 平昌江의 장평~방림의 水位觀測地點을 選擇하였다. 이때 상안미 水位觀測地點은, 上流境界로서 장평교의 水位變動, 下流境界로서 방림의 水位變動 또는 側方流로서 백옥포 및 하반정의 水位變動의 影響을 모두 포함시킬 수 있다. 선정한 水位觀測地點의 위치는 그림(3-10) 수록하였다.

장평, 백옥포, 상안미, 하반정 및 방림의 水位觀測 기록은 1983년 이후 比較的 잘 구비되어 있으며 本 研究에서는 1985年 8月 9~21日 및 1986年 7月 9~31日까지의 資料를 自記水位記錄紙로



(그림 3.1) 河道追跡 區間의 位置

부터 獲得 時間區間마다의 계단형 資料로 整理한 후 解析의 擴散모델에 適用하였다.

3.2 河川特性 資料의 蒐集

본 研究에 必要한 流路길이, 河幅, 河道傾斜 및 水位~流量과의 關係資料(Rating Curve)는 1987年 IHP 報告書의 資料를 引用하였다. 다만 河道傾斜는 洪水追跡 全 區間에 對해 一定하다고 보았다.

4. 解析의 擴散모델을 利用한 河道洪水追跡 結果

4.1 基底水深 및 係數 C, k의 決定

基底水深 (base flow depth) 은 洪水가 發生하기 前 一定期間동안 變動없이 유지되는 水深으로서 本 研究에서는 洪水가 시작되기 직전의 水深으로 간주하였으며 計數 C 및 k의 決定은 1986年 6月 23日~31日 사이의 洪水資料를 利用하여 다음과 같이하였다.

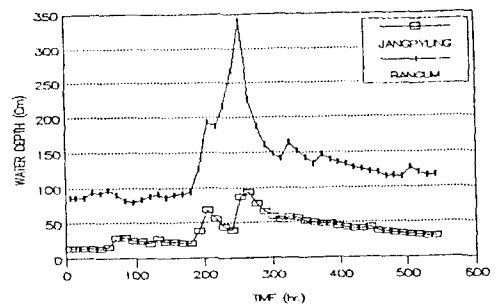
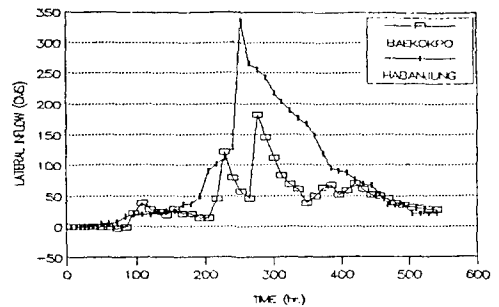
먼저 k값을 0으로 假定하고 C값을 變化시켰을 때 Peak 洪水深의 變化를 관찰 實側値에 比較적 가까운 結果를 주는 C값을 適切히 선택하였다. 이 경우에는 C값이 130~210 사이일 때 實側値에 比較적 가까운 結果를 얻을 可하였으며 우선 C값을 150으로 假定하였다.

k값은 C값을 150으로 假定했을 때 k값의 變化에 따른 Peak 洪水深의 變化를 살펴봄으로써 決定할 수 있다. 이 경우에 있어서는 k값이 11,000~13,000 사이일 때 實側値와 가장 가까운 結果를 얻을 可하였으며 本 論文에서는 k값을 12,000으로 決定한다.

또한 앞서 假定한 C값의 正確性을 판단하기 위해 k값을 12,000으로 고정했을 때 C값에 따른 Peak 洪水深의 變化를 살펴본 結果 앞서 決定한 C값이 이 河川의 경우 가장 適切함을 알 수 있었다.

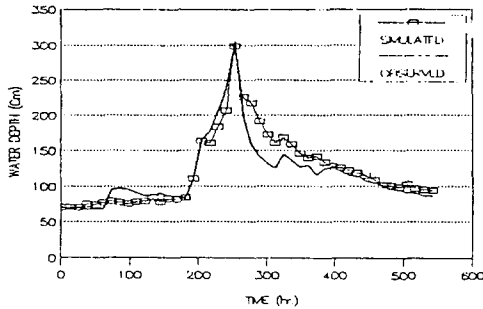
4.2 洪水追跡의 結果

4.1節에서 決定된 係數 C (=150) 및 k (=1,200)을 使用하여 1986年 7月 9~31日의 洪水事



(그림 4.1) 1986年 7月 9~31日의 洪水事象(하), 借方流入(上)에 위한 境界條件

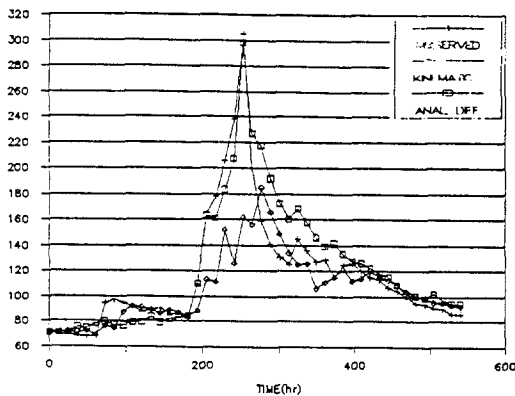
象에 對해 施行한 洪水追跡 結果는, 上流, 下流 및 側方流入에 對한 境界條件이 그림(4.1)과 같을 때 그림(4.2)와 같이 나타났다.



(그림4.2) 1986年 7月 9~31日의 洪水事象에 對한 洪水追跡 結果 및 實測值와의 比較

4.3 Kinematic Wave 모델을 利用한 河道洪水追跡 結果와의 比較

1986年 7月 9~31日의 洪水事象에 대한 解析的 擴散모델 및 Kinematic Wave 모델의 解析的 結果를 利用한 洪水追跡 結果의 比較는 그림(4.3)에 나타나 있다.



(그림4.3) 1986年 7月 9~31日의 洪水事象에 대한 解析的 擴散모델 및 Kinematic wave 모델의 比較

그림에서 볼수 있듯이 解析的 擴散모델에 의한 洪水追跡의 結果가 Kinematic Wave 모델을 利用한 洪水追跡 結果보다 實測值에 더욱 접근하고 있음을 알 수 있다.

구체적으로 살펴보면 1986年 7月 9~31日의 洪水事象의 경우 그림(4.1)와 같이 上流部에서의

水位變動幅이 相對的으로 下流部의 水位變動幅에 비해 작으므로 해서 下流部의 水位變動 및 側方流入에 의한 背水效果가 고려되지 않는 Kinematic Wave 모델의 경우 洪水追跡 結果가 만족스럽지 못하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 또한 실제로 Kinematic Wave 모델의 적용에 있어서, 上流部에서 충분히 고려되어야 할 側方流入이 觀測資料가 없는 관계로 고려되지 못한 것도 만족스럽지 못한 洪水追跡 結果의 原因이라 할 수 있겠다.

5. 結論

本 研究에서는 Kinematic Wave 모델과 달리 下流水位의 變動 및 特性을 살펴본뒤, IHP 代表 流域인 平昌江流域(장평~방림水位 觀測地點 사이)에 적용, 1986年 7月 9~31日의 洪水事象에 대해 洪水追跡 結果와 比較하였다.

위와 같이 過程을 통하여 다음과 같은 結果를 얻을 수 있었다.

1. 어느 特定地點만의 水位變動을 알고자 할 때 不定流인 洪水流의 支配方程式인 Saint-Venant 方程式을 初期 및 境界條件에 맞추어 數值解析을 利用 解析하는 것보다 解析的 擴散모델을 사용하는 것이 相對的으로 적은 資料를 필요로 하며 洪水追跡方法도 간단하다.

2. Saint-Venant 方程式을 간략화 하여 洪水追跡을 실시하는 경우 變動性이나 背水效果가 심한 河川에서는 上流境界의 水位變動만을 고려해 주는 Kinematic Wave 모델보다 上流境界는 물론 下流의 水位變動 및 側方流에 의한 背水效果까지도 고려해 주는 解析的 擴散 모델이 더 좋은 結果를 줄 수 있다.

3. 解析的 擴散모델의 경우 기존의 洪水資料로부터 決定되는 係數 C, k에 따른 洪水追跡 結果의 차이가 클수 있으므로 係數 決定에 주의를 기울여야 한다. 平昌江의 경우에 있어서 解析的 擴散모델의 適用에 필요한 係數 C 및 k는 각각 150 및 12,000이 적절한 것으로 나타났다.

4. 擴散모델의 適用에 있어 解析的 方法이 아

닌 數值解析 方法을 利用할 경우 기존의 洪水資料로 부터 施行錯誤法(trial and error method)으로 決定되는 係數 C 및 k는 河川의 地形特性 資料를 利用하여 單位區間마다 다르게 決定될 수

있으며 이렇게 구한 係數들을 利用한 洪水追跡 結果는 河川全 區間에 대해 一定하게 決定된 係數 C 및 k를 利用하는 解析의 方法보다 더 좋은 結果를 기대할 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

1. Akan, A. and Yen, B., C., *Diffusion Wave Flood Routing In Channel Network*. J. of Hydraulics Div. ASCE. Vol. 107, No. HY6, June. 1981.
2. Anderson, M.G. and Burt, T.P., *Hydrological Forecasting*, John Willey & Sons, 1985, pp.437-503.
3. Arfken, G., *Mathematical Methods for Physicists*. 3rd Ed. Academic Press Inc., 1985, pp.794-864.
4. Chow, V.T., Maidment, D. and Mays, L., *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, 1988, pp.279-290.
5. Gonwa, W. and Kavvas, L. A., *Modified Diffusion Equation for Flood Propagation In Trapezoidal Channels*, J. of Hydrology, 83(1986), pp.119-136.
6. Hromadka II, T.V. and Devries, J.J., *Kinematic Wave Routing and Computational Error*, J. of Hydraulics Engineering ASCE, Vol. 114, No. 2, Feb. 1988.
7. Joliffe, I.B., *Computation of Dynamic Waves in Channel Networks*, J. of Hydraulic Eng. ASCE, Vol. 110, No. 10, Oct. 1984.
8. Amein, M. and Fang, C.S., *Implicit Flood Routing in Natural Channel*, J. of Hydraulics Div., ASCE, Vol. 96, No. HY12, Dec. 1970
9. Amein, M. and Chu, H. L., *Implicit Numerical Modeling of Unsteady Flows*, J. of Hydraulics Div. ASCE, Vol. 101, No. HY6, June, 1975.
10. Morris, E. and Woolhiser, D., *Unsteady One-Dimensional Flow Over a Plane: Partial Equilibrium and Recession Hydrograph*, W.R.R. Vol. 16, No. 2 pp. 335-360, April, 1980.
11. Spiegel, M. R., *Laplace Transforms*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Book Company, 1965, pp.42-77.
12. Ogata, A. and Banks, R.B., *A Solution of the Differential Equation of Longitudinal Dispersion in Porous Media*, U.S. Geological Survey, Professional Paper No. 411-A, 1961
13. Ponce, V., Li, R. and Simons, D.B., *Applicability of Kinematic and Diffusion Models*, J. of Hydraulics Div. ASCE, Vol. 104 No. HY3, Mar. 1978..
14. Ponce, V., and Simons, D.B., *Shallow Wave Propagation in Open Channel Flow*, J. of Hydraulic Div. ASCE, Vol., 103, No. Hy12 Dec. 1977.
15. Li, R. M., Simons D. B. and Stevens, M. A., *Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing*, W.R.R., Vol. 11, No. 2, April, 1975.
16. Price, R. k., *Comparison of Four Numerical Methods for Flood Routing*, J. of Hydraulics Div. ASCE, Vol. 100 No. HY7, July, 1974.
17. Sutherland, A., and Barnett, A., *Diffusion Solution to Flows with Upstream Control*, J. of Hydraulics Div, ASCE, Vol. 98. No. HY11, Nov. 1972
18. Thomas, I.E. and Wormleation, R.R., *Flood Routing Using a Convective Diffusion Mod-*

- el, Civil Engineering and Public Works Review, 1970, pp.257-259*
19. Tringsanchali, T., and Manandhar, S. *Analytical Diffusion Model for Flood Routing*, J. of Hydraulic Eng. ASCE. Vol. 111, No. 3, Mar. 1985.
 20. Vieira, D. *Conditions Governing the Use of Approximations for the Saint-Venant Equations for Shallow Surface Water Flow*. J. of Hydrology. 60 (1983), pp.43-58.
 21. Watson, E.J. *Laplace Transforms and Applications*, Van Nostrand Reinhold Company, 1981, pp.108-150.
 22. 윤용남, “공업수문학”, 청문각, 1986, pp. 363 - 391
 23. 최영박, “수문학”, 보성출판사, 1981
 24. 건설부, “국제수문개발관 획 (IHP) 대표무역 연구조사 보고서”, 1982.
 25. 건설부, “국제수문개발계획 (IHP) 대표유역 연구조사 보고서”, 1987.