〈論 文〉

日流出量 模擬 模型의 開發

Development of the daily runoff simulation model

金 陽 洙* · 徐 炳 夏** · 姜 琯 遠***
Kim Yang Su • Seo Byung Ha Kang Kwan Weon

Abstract

This study is aimed to develop a long-term daily runoff simulation model. The model is theoretically constructed and is applied to the practical problems to verify its reasonableness. A lumped, nonlinear model is proposed and is calibrated as quasilinearization procedures.

The hydrological data used in the paper are precipitation, runoff, and evaporation records in the Bochong Stream which is one of the tributaries of the Geum River.

要 旨

본 연구의 목적은 일단위 長期流出量 模擬 模型을 개발하는 것이다. 模型을 구성하여 실제유역에 適用하고 그 합리성을 檢討 하였다. 제안된 模型은 非線型 重合(lumped)模型이며 準線型化(Quasilinearization)技法에 의해 模型을 검정하었다.

이용된 자료는 금강수계의 하나인 보청천 유역의 降雨, 流出 및 蒸發量 資料이다.

1. 序 論

河川流域같은 복잡한 시스템을 模型化한다는 것은 결코 쉬운 일이 아니다.

더군다나 水文循環過程에서는 流域內 水文氣象因子까지 포함되기 때문에 문제는 더욱 복잡해진다. 일반적으로 模型은 數式으로 표시되며 模型의 特性은 媒介變數에 의해설명되어 진다. 대부분의 경우 하나의 문제해결에 對象模型은 여러개가 있을 수 있는데 가장 좋은 模型의 선택은 해결하고자 하는 문제의 범위에 달려 있다.

利水計劃時 필요한 日單位 長期流出量을 模擬하는데는 우리나라의 경우 日本에서 개발된 Tank Model(建設省水文硏究會, 1985)을 많이 이용하고 있다. Tank Model은 理論이 단순하고 入力資料의 數가 적어 우리나라의 실정에서 이용하기 편리한 점도 있으나 媒介變數의 초기값 推定과 媒介變數決定 과정에서 試散의 번거로움 등 短点도 있다.

*한국건설기술연구원 연구원
**한국건설기술연구원 수자원 연구실장
***인하대학교 교수

이외에 SWM(Stanford Watershed Model), USDAHL, SSARR Model등이 實驗的적으로 적용되고 있으나 入力資料數가 많고 모델내의 각종 係數등이 外國에 맞게 개발된 관계로 널리 쓰이지는 않고 있다.

本 硏究의 목적은 日單位 長期流出量을 模擬하는 模型을 개발하는 것이다. 模型의 구성시 신중하게 고려한 것은 入力資料가 우리나라 中, 小流域에서 쉽게 구할 수 있느냐 하는 것이다. 이때 媒介變數는 數值解法을 이용하여 自動으로 추정하였다.

2. 模型의 構成

模型의 구성은 먼저 降雨分離, 直接流出, 地下水流出을 나타내는 각각의 부분 模型을 구성하였으며, 이것을 조합하여 總流出模型을 구성하였다.

2.1 降雨分離模型

最近의 降雨-流出 문제는 降雨가 直接流出에 기여한 降雨와 地下水流出에 기여한 降雨로 分離하여 非線型 問題로 해결하는 硏究結果가 많이 發表되고 있다(建設省 土木硏究所, 1983 : 日本土木學會, 1985 : 建設省水文硏究會, 1971).

일반적으로 流域內의 降雨分離는 槪念的으로 다음과 같이 해석할 수 있다. 즉, 降雨가 일정한 强度 r_s 이하인 경우, 그 대부분이 地下水流出分 r_2로 되고, r_s를 초과할 경우에는 地下水流出分과 直接流出分 r_1로 分離되어 진다. 여기에서 r_s는 일종의 浸透能으로 看做할 수 있고, 土壤의 含水狀態에 의해서도 變化하는 것으로 고려할 수 있다. 결국 流域의 현재 土壤函水量이 클 경우 r_s는 작게 되고, 그 結果 比較的 작은양의 降雨에 의해서도 直接流出은 발생하게 되는 것이다. 여기에서 降雨分離는 다음과 같은 假定에 의해 模型화 하였다.

(1) 우선, 上記의 r_s는 현시점 까지의 先行降雨量(r_f)에 의해 결정되어진다고 假定한다. 여기에서, r_f는 해당일을 基準로 하여 과거 5일간 우량의 합으로 한다.

5日先行降雨量에 대한 개념은 여러 연구결과에 많이 발표된 것과 같이 降雨終了後 5日 정도후에 土壤은 上限 侵透能까지 回復한다는 가정에 의한 것이다.

(2) 日本에서 全流域을 對象으로 구한 損失雨量曲線을 綜合하여 總降雨量과의 관계를 分析하여 본 結果 直接流出에 기여한 降雨量은 總降雨量의 제곱게 比例하는 것으로 나타났다(建設省 土木硏究所, 1983 : 日本土木學會, 1985).

따라서 直接流出에 기여한 降雨量은 日本의 硏究結果를 그대로 이용하여 다음과 같이 표시하였다.

$$r_1 = (a_1 + a_2 \cdot r_f) \cdot r^2 \qquad r_1 \leq r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$r_2 = r - r_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

여기에서, r : 總降雨量(mm/day)
r_1 : 直接流出에 기여한 降雨量 (mm/day)
r_2 : 地下水流出에 기여한 降雨量 (mm/day)
r_f : 5일 先行降雨量(mm)
a_1, a_2 : 常數

2.2 流出模型

流域이 일련의 貯水池와 河道로 구성되어 있다는 가정하에 流域 洪水追跡에서 貯留方程式은 다음과 같이 표시되어 진다(윤용남, 1986).

$$I - Q = K\frac{dQ}{dt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

여기에서 I 는 降雨量이며 Q는 流出量이고 K는 貯留常數이다.
식 (3)을 다시 정리하면

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{K}(I - Q) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

이고 1/k을 m로 치환하여 다음과 같이 쓸 수

있다.

$$\frac{dQ}{dt} = m(I - Q) \quad \cdots\cdots (5)$$

(가) 直接流出 模型

直接流出 模型은 식(5)에서 I가 直接流出에 기여한 降雨量, 즉 有效雨量일때이며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{q}_1 = \frac{dQ}{dt} = m(r_1 - q_1) \quad \cdots\cdots (6)$$

여기에서, q_1 : 直接流出高(mm / day)

m : 直接流出에 걸리는 저감계수 (1/day)

r_1 : 直接流出에 기여한 降雨量 (mm/day)

(나) 地下水流出 模型

地下水流出의 경우 直接流出에 비해 상대적으로 流量이 작으며 대부분 清明한 날씨하에 流出되기 때문에 流出分에 蒸發量을 고려하였다. 流域蒸發量은 해당일의 流域內 혹은 인근지점의 計器蒸發量에 일정한 율(k)을 곱한 값으로 가정하였다. 따라서 蒸發量을 고려하여 정리한 地下水流出 模型은 다음과 같다.

$$\dot{q}_2 = \frac{dq_2}{dt} = \phi(r_2 - q_2 - ke) \quad \cdots\cdots (7)$$

여기에서 q_2 : 地下水 流出量(mm/day)

ϕ : 地下水 流出에 걸리는 저감계수 (1/day)

e : 計器蒸發量(mm/day)

또 總流出高 q(mm/day) 는 다음과 같다.

$$q = q_2 + q_2 \quad \cdots\cdots (8)$$

식(1)에서부터 식(8)까지를 조합하여 정리하면 다음과 같은 總流出 및 地下水流出에 대한 非線型 常微分方程式型態의 模型을 언을 수 있다.

$$\dot{q} = -mq + \dot{q}_2 + mq_2 + m(a_1 + a_2 r_f)r^2 \quad \cdots\cdots (9)$$

(총유출모형)

$$\dot{q}_2 = -q_2\phi + \phi\{r - (a_1 + a_2 r_f)r^2\} - \phi ke$$

(지하수유출모형)

$$\cdots\cdots (10)$$

여기에서 未知變數는 m, ϕ, a_1, a_2, k 및 q, q_2의 초기조건이다.

3. 模型變數의 결정

模型變數를 결정하는 방법에는 여러가지가 있는데, 본 硏究에서는 準線型化技法(Quasilinerarization)(Reklaitis, 1983 : Haimes, 1977 : Yeh, 1971)을 이용하였다.
이 方法은 제약조건이 없고 초기값을 갖는 問題解析에 많이 쓰이는데 非線型方程式을 간단히 線型化하여 最小自乘法과 Newton-Raphson Method를 이용하여 方程式의 最適解를 구한다. 準線型化技法에 의한 問題解析過程을 순서대로 정리하면 다음과 같다.

3.1 原問題의 線型化

變數가 x_1, x_2, x_3,……, x_N인 非線型函數 f(x,t)를 초기값 X_0 에 관해 Tayor series를 적용하면,

$$f_i(x^{(1)},t) \doteq f_i(x^{(0)}, t) + \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial fi(x^{(0)}, t)}{\partial x}(x_j^{(1)} - x_j^{(0)}) \quad \text{----------} (11)$$

윗식을 다시 정리하면

$$f_i(x^{(1)},t) \doteq \underbrace{f_i(x^{(0)},t) - \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial f_i(x^{(0)},t)}{\partial x_j^{(1)}} \cdot X_j^{(0)}}_{B} + \underbrace{\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial f_i(x^{(0)},t)}{\partial x_j}}_{A} \underbrace{X_j^{(1)}}_{X} \quad \cdots\cdots (12)$$

여기에서 N는 未知變數의 갯수이다. 식(12)에서 A, B 부분은 已知값이며, 따라서 非線型函數 f(x,t)는 식(12)와 같이 線型 近似化 되었다. 마찬가지로 原問題제의 식 (9), (10)을 線型 近似化하기 위하여 편의상 未知變數를 (q_1, q_2, m, a_1, a_2, ϕ, k)=(X_1,……, X_7)로 置換하여 식 (9), (10)과 같이 재정리 하였다.

$$\dot{X}_1 = -X_3X_1 + (X_3 - X_6)X_2 + (X_3 - X_6)X_4 + X_5r_f)r^2 + X_6r - X_6X_7e$$

(총유출모형) ························ (13)

$$\dot{X}_2 = -X_6X_2 + X_6\{r - (X_4 + X_5r_f)r^2\} - X_6X_7e$$

(지하수유출모형)

·················· (14)

그리고 정리된 식(13), (14)를 식 (12)의 형태로 線型 近似化하면 다음과 같다.

$$\dot{X}_1^{(n+1)} = X_3^{(n)}(X_1^{(n)} - X_2^{(n)}) - (X_3^{(n)} - X_6^{(n)})\cdot(X_4^{(n)} + X_5^{(n)}r_f)r^2 + X_2^{(n)}X_6^{(n)} + X_6^{(n)}X_7^{(n)}e - X_3^{(n)}X_1^{(n+1)} + (X_3^{(n)} - X_6^{(n)})X_2^{(n+1)} + (-X_1^{(n)} + X_2^{(n)} + r^2X_4^{(n)} + r^2r_fX_5^{(n)})X_3^{(n+1)} + (-X_2^{(n)} + r - r^2X_4^{(n)} - r^2r_fX_5^{(n)} - eX_7^{(n)})X_6^{(n+1)} + r^2(X_3^{(n)} - X_6^{(n)})X_4^{(n+1)} + r^2r_f(X_3^{(n)} - X_6^{(n)})X_5^{(n+1)} - eX_6^{(n)}X_7^{(n+1)}$$

(총유출모형)

·· (15)

$$\dot{X}_2^{(n+1)} = X_6^{(n)}X_2^{(n)} + X_6^{(n)}(X_4^{(n)} + r_fX_5^{(n)})r^2 + X_6^{(n)}X_7^{(n)}e - X_6^{(n)}X_2^{(n+1)} + (-X_2^{(n)} + r - r^2X_4^{(n)} - r^2r_fX_5^{(n)} - eX_7^{(n)})X_6^{n+1} - r^2X_6^{(n)}X_4^{(n+1)} - r^2r_fX_6^{(n)}X_5^{(n+1)} - eX_6^{(n)}X_7^{(n+1)}$$

(지하수유출모형)

································· (16)

3.2 線型常微分方程式의 解析

線型 微分方程式의 總解(Total solution)는 중첩의 원리에 의해 特異解(Particular solution)와 同次解(Homogeneous solution)의 합으로 표시된다. 總解 $X_{(t)}$를 式으로 표시하면,

$$X_{(t)}^{(n+1)} = X^P{}_{(t)}^{n+1} + \sum_{i=1}^{N} X_i^{n+1} X_{i(t)}^{h\ n+1} \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

여기에서, $X^P(t)$는 特理解로서 모든 初期條件이 0 일때 微分方程式의 解이며 $X_i^h(t)$는 i번째의 初期値가 1, 나머지 初期値가 0 일때 微分方程式의 解로서 同次解라 한다. 特理解와 同次解를 구하기 위한 數値積分法은 Adams predictor corrector method를 이용하였으며, 초기값은 Runge Kutta Method (Canahan, 1969 : IMSL, 1984)를 이용하여 결정하였다.

3.3 誤差函數의 決定

일반적으로 誤差函數는 誤差제곱의 합으로 표시된다. 이것은 각각의 資料點에 대해 實測値와 計算値의 差를 自乘하여 합한 것으로서 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\hat{G} = \sum_{j=1}^{n} [\bar{X}(tj) - X(tj)]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

여기에서, $\bar{X}(tj)$는 實測値이고 $X(tj)$는 計算値이다. 本 硏究에서는 流量을 流出高로 換算하여 比較하였으며, 各各의 誤差를 實測流出高($\bar{X}(tj)$)로 나누어 最終 誤差函數를 다음과 같이 定義하였다.

$$G = \sum_{j=1}^{n} \{(\hat{X}(tj) - X(tj)) / \hat{X}(tj)\}^2 \cdots\cdots\cdots (19)$$

式(17)을 式(19)에 代入하여 整理하면 다음과 같다.

$$G = \sum_{j=1}^{n} \left\{ \frac{\hat{X}^1(t_j) - [X^P(t_j) + \sum_{k=1}^{n} X_k X_k^h(t_j)]}{\hat{X}(t_j)} \right\}^2 \cdots\cdots (20)$$

여기에서, n는 總資料數이고 N는 未知變數의 數 이다.

3.4 未知變數의 決定

誤差函數의 頂點(Stationary point)은 N개의 未知變數를 偏微分 하므로써 구할 수 있는데, 여기에서 誤差函數는 自乘값으로 항상 陽의 값을 갖기 때문에 이때 頂點은 最少값을 갖는다. 따라서 誤差函數가 最少가 되는 점 즉, 頂點을 구하기 위한 조건으로 각각 偏微分한 式을 0으로 놓으면 되고, 이때 얻어진 N개의 方程式을 풀면 最適의 變數를 구할 수 있다.

式(13)을 未知變數 $X_k(0)(k=1, 2, \cdots\cdots, N)$에 대해 偏微分하여 整理하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\sum_{k=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{J} \frac{X_k^h(t_j) \cdot X_j^h(t_j)}{(X(t_j))^2} \right] X_k^{(0)}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{J} X_k^h(t_j)\,[X^P(t_j) - X(t_j)]}{(X(t_j))^2} \quad \cdots\cdots\cdots (21)$$

여기에서, J는 資料日數이고 N는 未知變數의 갯수이다. 式(21)을 Ax=b 形態로 再整理하면,

$$A = a_{jk} = \sum_{j=1}^{J} X_j^h(t_j) X_k^h(t_j) / (\hat{X}(tj))^2$$
$$b = \sum_{j=1}^{J} X_k^h(t_j)[X^P(t_j) - \hat{X}(tj)] / (\hat{X}(tj))^2$$
$$X = [X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \cdots\cdots, X_N^{(0)}]^T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (22)$$

여기에서, T는 전치행렬 표시이다. 未知變數 X_N은 여러가지 方法으로 구할 수 있으나 本 硏究에서는 Gauss 消去法(Canahan, 1969)을 이용하였다.

3.5 收檢의 判定

收檢性의 点檢은 實測値와 計算値의 差가 충분히 작아졌는가, 다시말해서 最適의 變數가 구해졌는지를 檢定하는 것이다. 變數 決定過程에서 계산된 誤差가 誤差許用範圍안에 들면 計算수행을 中斷하고 결정된 變數를 解로 택한다. 收檢의 判定公式은 다음과 같다.[6]

$$| X_i^{(n+1)} - X_i^{(n)} | \leq \epsilon \cdot \max \{ | X_i^{(n+1)} | \cdot | X_i^{(n)} | \} \quad (23)$$

여기에서 X_i은 未知變數이고 ϵ는 入力資料로 주어지는 許用誤差이다. 이때 산정된 變數를 前段階에 산정된 變數와 條件式(16)과 같이 比較하여 만족하면 計算은 中斷되고, 그렇지 않으면 현재 산정된 變數를 初期値로 하여 式(23)을 만족할 때까지 이제까지의 計算過程을 되풀이 한다.

4. 模型의 適用

設定된 模型을 檢定하기 위하여 實際流域에 模型을 適用하였다. 適用對象流域은 錦江水系인 보청천의 산계, 기대 流域이며 이용된 資料는 日雨量, 日流出量 그리고 計器蒸發量이다. 日雨量과 蒸發量의 流域平均値는 流域內 있는 여러 觀測所의 資料를 이용하여 Thiessen방법에 의해 구하였으며 流出量은 작성되어 있는 水位-流量關係曲線을 이용하여 日平均水位로 부터 산정하였다. 자세한 資料 現況은 IHP 報告書(建設部 1986, 1987, 1988) 부록편에 記述되어 있다. 計算過程에서 實測値와 計算値의 比較는 流出量을 流出高로 換算하여 比較하였으며, 式(23)에서 誤差의 限界를 결정하는 상수값 ϵ는 0.05로 하였다.

그리고 모델변수 $q, q_2, m, a_1, a_2, \phi, k$의 초기값은 2.0, 1.0, 1.0, 0.01, 0.00001, 0.002, 0.1로 하였으며 最終 決定된 變數값은 表 1과 같다.

그림 1,2는 實測流出高와 計算流出高를 圖示한 것이다. 그리고 그림 3,4는 기대 流域의 1986년도 降雨-流出資料에 의해 決定된 모델변수를 이용하여 1984, 1987년도의 日流出量을 模擬하고 實測値와 比較·圖示한 것이다.

5. 結 果 分 析

模型 적용 대상유역인 산계와 기대는 같은 보청천 水系로서 기대가 산계보다 流域面積이 약 100㎢ 정도 작다. 그런데 이 두 지점은 流出特性

表 1 流域別로 결정된 변수값.

流　域	流域面積 (km²)	適用期間	收散回數	변 수 값						
				q1	q2	m	a1 (10^{-3})	a2 (10^{-5})	ϕ	k
산　계	475.7	1986년 4.1~11.30	4	0.377	0.724	0.023	0.3	0.8	0.006	0.161
기　대	316.5	1986년 4.1~11.30	8	0.043	0.132	0.357	0.198	0.106	0.005	0.126

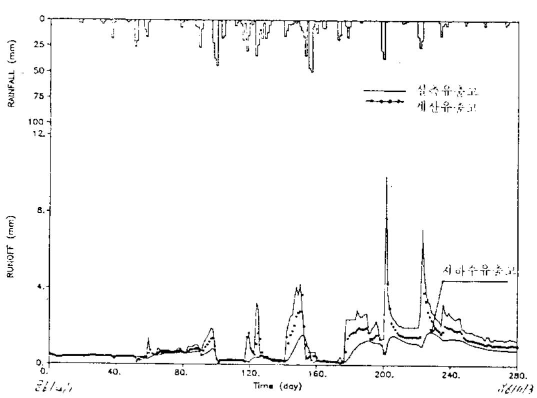

Fig. 1 Runoff Simulation(San gye station, 1986)

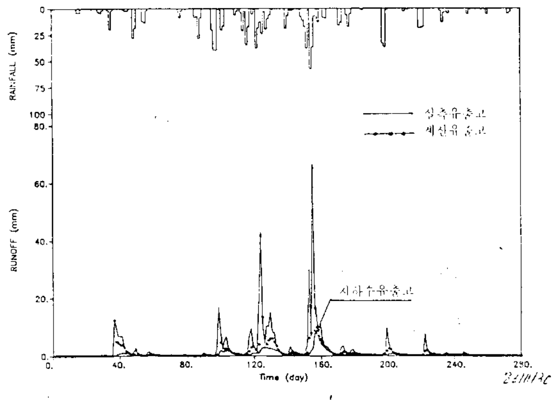

Fig. 2 Runoff Simulation(Gi dae station, 1986)

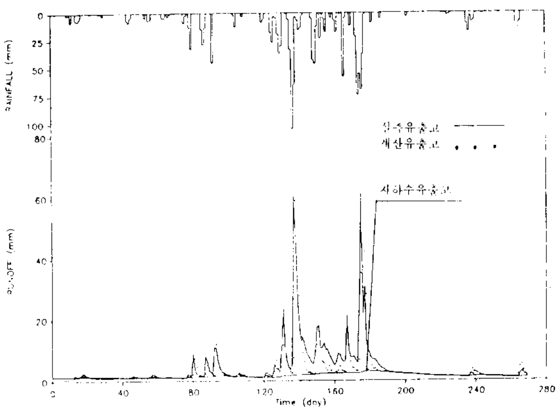

Fig. 3 Runoff Simulation(Gi dae station, 1984)

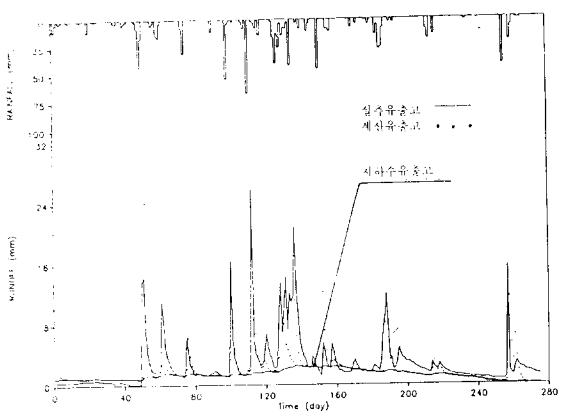

Fig. 4 Runoff Simulation(Gi dae station, 1987)

은 완전히 달라, 일반적으로 流域面積이 작은 기대지점이 홍수시 尖頭流量이 크고 遲滯時間도 流域面積에 비해 짧은 것으로 알려져 있다. 이러한 特性은 媒介變數 m(저감계수)에 그대로 반영되어 表 1과 같이 기대유역이 산계유역보다 m값이 상당이 크게 나타났다. 그리고 媒介變數 k는 物理的 意味로 증발접시계수인데 실제 증발접시계수와 차이가 크게 난다.

이것은 媒介變數 k에 크게 영향을 미치는 蒸發量과 저수위 流量 資料의 正確度에 문제가 있는 것으로 판단된다. 그리고 그림 1, 2, 3, 4에 나타난것과 같이 實測流出高와 計算流出高가 비교적 잘맞아 모델의 基本假定은 무리가 없는 것으로 판단되었으며 媒介變數의 추정시 나타난 문제점을 두가지로 요약하면 다음과 같다.

첫째 이용자료의 不正確性이었다. 그 결과 媒介變數가 갖는 物理的인 의미와 상당히 다른 媒介變數가 추정되는 경우가 발생 하였다.

둘째, 본 연구에서 이용한 準線型化技法은 最適解로의 收檢速度가 빨라 널리 쓰이고 있는데, 본 연구에서 적용해본 결과 초기값을 잘못 선정할 경우 수렴이 안되었다. 초기값을 예상 할 수 없을경우 충분한 여유을 두고 초기값을 택해야 하는데 이 경우 종종 發散이 일어났다.

6. 結　論

본 硏究結果와 앞으로의 硏究課題을 要約하면 다음과 같다.

1)그림 1, 2, 3, 4에 나타난 것과 같이 實測流出高와 計算流出高가 잘 맞아 모델의 基本假定은 무리가 없는 것으로 判斷되었다.

2)媒介變數 k에 物理的인 意味를 附與했을때 증발접시계수로 解釋할 수 있는데 산정된 k값은 實際 증발접시계수와는 차이가 많다. 따라서, 변수값의 範圍를 決定하여 制約條件을 주는 方法을 檢討해 볼 필요가 있다.

3)媒介變數의 초기값은 媒介變數가 갖는 物理的意味를 고려하여 最適解에 근사하게 결정하여야 하며 最適解와 너무 차이가 있는 값을 初期値로 擇 할 경우 發散이 되는 경우가 많았다.

그리고 本 硏究에서는 降雨分離模型의 構成에서 日本의 硏究結果를 많이 참고 하였는데, 이

부분은 우리나라의 降雨－流出資料를 分析하여 再檢討해야 될 것으로 사료된다.

参 考 文 獻

1. 建設部 (1984, 1986, 1987) 國際水文開發計劃 代表流域 研究調査 報告書
2. 建設省 土木研究所 댐부수자원연구실 (1983) 準線型化 手法を用いた 水循還 モデレの機械的 同定法, 日本 土木研究所 제 1911호.
3. 建設省水文研究會(1971) 流出計算例題集, 全 日本建業技術協會.
4. 日本土木學會水理委員會(1985) 流出率 おとび モデルの流出解析 評價 定式化.
5. 윤용남(1986) 공업수문학, 청문각, 서울
6. Carmahan, B. H., H. A. Luther, J. O. Wilkes(1969) Applied Numerical Method, John Wiley & Sons, New York.
7. Chow, V. T., D. R. Maidment, L. W. Mags(1988) Applied Hydrology, Mcgraw–Hill, New York.
8. Haimes, Y. Y.(1977) Hierarchical Analysis of water Resources System, Mcgraw Hill, New York.
9. IMSL Library(1984) IMSL INC, Vol. 1.
10. Raghumath, H. M.(1985) Hydrology, John Wiley & Sons, New York.
11. Reklaitis, G. V., A. Ravindran(1983) Engineering Optimization, John Wiley and Sons, Toronto.
12. Yeh, W. W., G. W. Tauxe(1971) Quasil–linearization of Aguifer Parameter, Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, pp. 375–381.