

層流擴散火焰의 輻射熱傳達 解析에 관한 研究

李度衡* · 崔炳輪**

A Study on the Radiative Heat Transfer Analysis in a Laminar Diffusion Flame

D. H. Lee · B. R. Choi

Abstract

The purpose of present study is to evaluate both the radiative heat loss from a flame and the local formation and oxidation rate of soot. The present paper describes a comprehensive mathematical model to deal with combustion and radiative heat transfer simultaneously. The involved radiative heat transfer model was based on the "heat ray tracing method" originally proposed by Hayasaka et. al.. Some predicted results were compared with the experiments.

1. 緒 論

연소장치란 연료가 가진 화학에너지가 열에너지로 변환될 때 생성된 열을 이용하는 장치를 말한다. 이것은 대부분 유동을 수반하면서 고온상태에 도달하여 다량의 열에너지를 방출하므로, 이러한 燃燒流에 대한 정보를 예측하기 위해서는, 유동의 해석과 연소의 반응동력학적인 해석에 부가하여, 복사열전달에 대한 해석을 해야한다. 그러나, 유동장의 현상이 미분방정식에 의하여 표현됨에 대해, 복사열전달은 임의 위치에서의 傳熱量이 系 전체의 온도분포에 관계하는 적분방정식으로 표현되어, 이들

을 동시에 시뮬레이션하기에 불편한 점이 많다. 따라서 복사열전달을 포함한 상세한 燃燒流의 수치해석을 할 때에는, 효율적으로 계산하기 위한 복사열전달의 해석모델이 필요하게 된다.

종래의 복사열전달의 해석모델로는, zone 法¹⁾, Monte Carlo 法²⁾, flux 法³⁾ 등이 있으나, 이들은 컴퓨터의 사용에 번잡한 계산을 필요로 하고, 해석의 精度를 높이기 위한 계산시간이 비효율적이며, 화염의 흡수계수(absorption coefficient)의 분포를 취급하기 힘들고, 또한 열방사의 방향성을 충분히 근사할 수 없는 등, 각각 문제점이 있다.

본 연구에서는 새로운 복사열전달의 해석모

* 정회원, 부산공업대학 기계공학과

** 정회원, 부산대학교 기계공학과

델인 放射熱線追跡法^{4,5)}의 원리를 채택하여, 그 개선 및 층류확산화염의 수치해석에 적용함을 목적으로 한다. 즉 연소류와 복사열전달을 동시에 계산할 때 필수적으로 나타나는 반복계산에 의한 수렴성을 조사하고, 연소기 내의 기체의 흡수계수를 두가지 모델을 채택하여, 이들이 연소기내부의 온도, 유속 및 농도등에 미치는 영향을 고찰했다.

2. 解析 모델

2.1 기본 방정식

Fig.1에 대상으로 하는 유동장을 나타냈다. 직경 70mm의 연소실 중심에 놓인 두께 없는

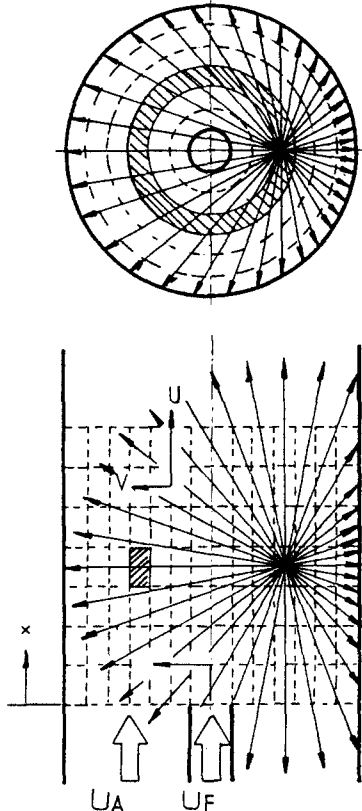


Fig.1 Flow configuration and concept of Radiative Heat Ray Tracing Method.

연료포트(직경 20mm)에서 연료(C₃H₈)가 유속 u_F=4cm/s로 유입되고, 그 주위에 공기가 유속 u_A=60cm/s로 유입되는 동축층류확산화염을 해석대상으로 한다.

축대칭2차원흐름에 대하여, 단면내의 압력이 일정하다고 가정하여, 경계층 근사를 적용한다. 독립변수를

$$\psi_E \frac{\partial \omega}{\partial x} = -\rho v r, \quad \psi_E \frac{\partial \omega}{\partial r} = \rho u r \quad (1)$$

로 정의되는 무차원 유량함수 ω 와, 축 방향 거리 x 를 취한다. 단, ψ_E 는 연소실 벽면의 축 기준 유량함수값이다. 종속변수로써 축방향 유속 u , 전 엔탈피 h_s , 혼합분율 ϕ , 및 그을음의 질량분율 m_s 를 취한다. 이때 식(1)로부터 연속법칙은 만족되고, $x-\omega$ 평면상에서의 보존 방정식은 다음과 같다.

운동방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{r^2 \rho u \mu_{eff}}{\psi_E^2} \frac{\partial u}{\partial \omega} \right) - \frac{1}{\rho u} \left(\frac{dp}{dx} + (\rho - \rho_{ref})g \right) \quad (2)$$

에너지 식

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_s}{\partial x} = & \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{r^2 \rho u \mu_{eff}}{\psi_E^2 P_{reff}} \frac{\partial h_s}{\partial \omega} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \omega} \left[\frac{r^2 \rho u \mu_{eff}}{\psi_E^2} \left(1 - \frac{1}{P_{reff}} \right) \right] \\ & \frac{\partial (u^2/2)}{\partial \omega} + \frac{Q}{\rho u} \end{aligned} \quad (3)$$

혼합분율의 보존식

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{r^2 \rho u \mu_{eff}}{\psi_E^2 S_{ceff}} \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) \quad (4)$$

그을음의 보존식

$$\frac{\partial m_s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{r^2 \rho u \mu_{eff}}{\psi_E^2 S_{ceff}} \frac{\partial m_s}{\partial \omega} \right) + \frac{1}{\rho u} (S_r - S_b) \quad (5)$$

단, μ_{eff} , P_{reff} , S_{ceff} 는 점성계수, 프란틀수, 슈미트수의 유효치, ρ 는 밀도, ρ_{ref} 는 주위 공기의 밀도, p 는 압력, Q 는 단위체적당의 복

사열전달량, S_r 및 S_b 는 단위체적내의 그을음의 생성속도 및 산화속도이다. 식(2)에는 부력이 저속 확산화염의 유속에 영향을 미친다는 보고⁶⁾가 있어, 부력항을 첨가하였다.

또한, 연소실내의 국소의 단위체적 가스 중에 주목하는 원소의 Kg원자수를 E , 연료류 및 공기류 중에 포함되어있는 이들을 E_{Fu} 및 E_{Air} 라고 하면, 혼합분율 ϕ 는 다음 식으로 주어진다.

$$\phi = (E - E_{Air}) / (E_{Fu} - E_{Air}) \quad (6)$$

복사열전달량 Q 는 후술하는 방사열선추적법에 의해 계산하고, 복사열전달을 고려하지 않는 경우에는 $Q=0$ 로 한다.

또한, 본 해석에서 취급하는 중간생성물의 화학種은 C_3H_8 , O_2 , N_2 , H_2O , CO_2 , CO , H_2 의 7종류의 가스와 그을음(soot)을 합해서 8종류로 한다. 보존방정식(4)의 해로써 임의 위치의 혼합분율 ϕ 와, 식(5)에 의해서 그을음의 질량분율 m_s 이 구해지므로, 그을음 이외의 화학종의 농도는 ϕ 의 함수로써, 참고문헌[7]에 의해 계산했다. 단 그을음의 질량분율의 보존식(5)에 나타나는 S_r 및 S_b 는

$$S_r = C_r P_{C_3H_8} \Phi^n (T/1000)^l \exp(-E/RT) \quad (7)$$

$$S_b = C_d m_s P_{O_2} T^{-1/2} \exp(-E/RT) \quad (8)$$

로 주어진다⁸⁾. 단, Φ 는 국소당량비로써 $\Phi = 15.67\phi / (1 - \phi)$ 로 나타나고, $P_{C_3H_8}$, P_{O_2} 는 각각 프로판, 산소의 분압, E 는 활성화에너지, R 은 일반기체상수이다. 경험상수는 $C_r = 0.52$, $C_d = 5 \times 10^4$, $n = 2.5$, $l = 3$, $E/R = 2 \times 10^4 K$ 로 했다.

보존방정식의 수치해법으로는 Patankar-spalding법⁹⁾을 수정하여 사용했다. 이때 격자 배열은, 연소기 반경을 140으로 부등분할하고, 축방향 격자간격은 연소기 반경의 0.2%로 하였다.

2.2 복사열전달 모델

방사열선추적법의 개념은, 임의의 가스요소

혹은 표면요소에서 주위를 향하여 방사되는 복사에너지, 유한갯수의 방사열선으로 치환하여, 그들을 추적함에 의해서 열선이 가진 에너지의 감쇄, 즉 흡수되는 에너지의 분포를 구하는 것이다. 따라서 하나의 열선은 Fig.2에 나타낸 바와같이 임의 요소에서 입체각 $\Delta\psi$ 의 범위에서 방출하는 복사ener지를 대표하는 것이 되고, 그 強度는 放射源의 강도에 비례하고, 분할수에 반비례한다.

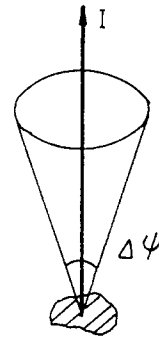


Fig.2 Concept of radiative heat ray.

강도 I_1 의 방사열선이 두께 l , 뒤에 고찰하게 될 흡수계수 k_a 의 가스요소를 통과할 때, 그 출구강도 I_0 는, Beer의 법칙에 따라 다음으로 표현된다 (Fig.3 참조).

$$I_0 = I_1 \exp(-k_a \cdot l) \quad (9)$$

연소기 내의 해석대상영역 (Fig.1 참조)을 축방향, 반경방향으로 유한개의 작은 요소로 분할하여, 같은 요소에 대해 (I, J) 또는 (i, j)로

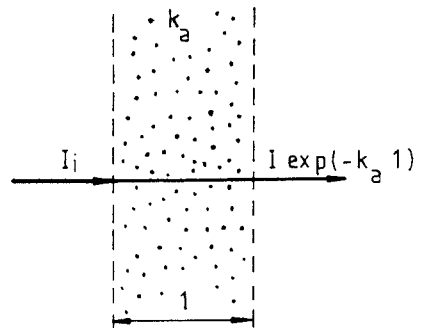


Fig.3 Absorption of radiative heat ray.

번호를 붙인다. 여기서의 대문자와 소문자는 같은 요소의 방사와 흡수를 구별하기 위한 것이다. 연소기 내의 벽면도 축방향으로 유한개의 요소로 분할하여, I_w 또는 i_w 로 번호를 붙인다. 따라서 하나의 가스요소는 사각형단면을 갖는 원고리모양이 되고, 벽요소는 원통면으로 된다.

가스요소 (I, J)의 복사에너지양 $St_g(IJ)$ 및 벽요소의 복사에너지양 $St_w(I_w)$ 은,

$$St_g(IJ) = 4\sigma k_a T_g^4 \Delta V(I, J) \quad (10)$$

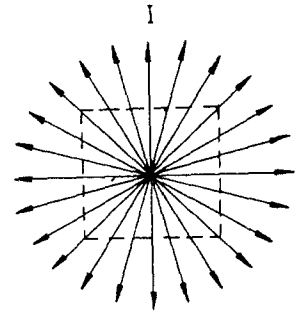
$$St_w(I_w) = \epsilon_w \sigma T_w^4 \Delta A(I_w) \quad (11)$$

으로 된다. 단, σ 는 Stefan-Boltzmann constant, T_g 는 가스온도, T_w 는 벽온도, k_a 는 가스의 흡수계수, ϵ_w 는 벽면방사율, $\Delta V(I, J)$ 는 가스요소 (I, J)의 체적, $\Delta A(I_w)$ 는 벽요소 (I_w)의 면적이다.

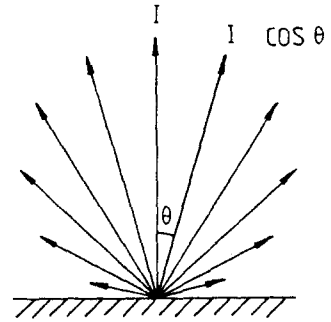
각 가스요소에는 단위 방사강도 I의 방사열선 N개를 같은 간격으로 방사하고 있는 点放射源 (Fig. 4(a))이 원주방향으로 n개 늘어서 있는 것으로 한다. 또한 벽요소에는 半球방향으로 N/2개의 방사열선을 방사하고 있는 점방사원 (Fig. 4(b))가 원주방향으로 n개 늘어서 있는 것으로 한다. 이때, 벽요소에서의 방사강도는, Lambert의 cosine법칙에 의해, 입체각 θ 방향의 방사강도 I_θ 는 다음식으로 주어진다.

$$I_\theta = I \cdot \cos\theta \quad (12)$$

이들의 각 방사열선의 경로를 추적하면, 통과하는 가스요소의 열선에 따른 두께 l과 그 요소의 흡수계수 k_a 를 이용하여, 임의 요소 (I, J)에서 방사된 열선이 계속하여 요소 (i, j) 또는 (i_w)에 흡수되는 값을 구할 수 있다. 이 흡수에너지양을 요소 (I, J)의 총방사에너지에 대해 무차원화 하면, 요소 (I, J)의 형태계수에 상당하는 放射熱線吸收率分布 $RD(IJ \rightarrow ij)$ 및 $RD(IJ \rightarrow i_w)$ 를 구할 수 있다. 이것을 모든 가스요소 및 벽요소에 대하여 계산한다. 가스요소 (i, j)에 흡수되는 수열량 $q_r(ij)$ 는,



(a) gas element



(b) wall element

Fig.4 Emission of radiative heat rays.

(a) Radiation from the gas element.

(b) Radiation from the wall element.

$$q_r(ij) = \sum_i \sum_j [RD(IJ \rightarrow ij) \cdot St_g(IJ)] \quad (13)$$

$$+ \sum_{I_w} [RD(I_w \rightarrow ij) \cdot St_w(I_w)] \quad (14)$$

로 주어진다. 요소 (i, j)가 식 (9)에 의해 얻은 방사수열량 $q_r(ij)$ 및 이 요소의 방사에너지양 $St_g(IJ)$ 에서, 각 요소 (i, j)의 참수열량 $Q_r(ij)$ 는,

$$Q_r(ij) = [q_r(ij) - St_g(IJ)] \quad (15)$$

이다. 또한 식 (3)중의 복사열전달량 Q와는 다음의 관계가 성립한다.

$$Q = Q_r(ij) / \Delta V(ij) \quad (16)$$

식 (7)에서 각 요소 (I, J)의 흡수계수 k_a 는 다음의 2종류의 모델을 고려했다.

model 1

흡수계수 k_a 가 그을음의 체적분율 f_v 에 비례한다고 하여¹⁰⁾, 다음 식으로 주어진다.

$$k_a = \frac{36n^2k(\pi/\lambda)f_v}{(n^2(1-k^2)+2)^2+4n^4k^2} \quad (17)$$

단, n 및 nk 는 복소굴절율(complex index of refraction) $m=n-ink$ 의 실수부 및 허수부의 값이고, 파장 $\lambda=800nm$ 에 대해서 $n=1.57$, $nk=0.49$ 의 값으로 하였다.

model 2

흡수계수 k_a 의 온도의존성도 고려하여, Hottel의 회색체 근사¹¹⁾를 사용하여, 다음 식으로 주어진다.

$$k_a = \sum_{n=1}^3 a_n k_n \quad (18)$$

여기서 하중인자 a_n 은 온도 T 의 1차식으로, 또한 k_n 은 CO_2 와 H_2O 의 분압 P_{CO_2} , P_{H_2O} 및 그을음의 질량분율을 이용하여 각각 다음의 식으로 나타낸다.

$$a_n = b_{1,n} + b_{2,n}T \quad (19)$$

$$k_n = k_{g,n} \cdot (P_{CO_2} + P_{H_2O}) + k_{s,n} \cdot m_s \quad (20)$$

단, 식(19) 및 (20)에 나타나는 각 상수값은 Table 1과 같다.

Table 1. Empirical constants for absorption coefficients of gases.

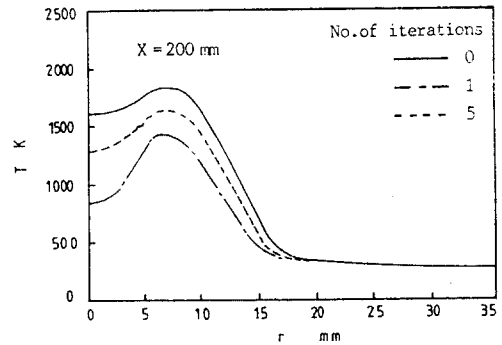
n	$b_{1,n}$	$b_{2,n}$	$k_{g,n}$	$k_{s,n}$
1	0.130	0.000265	0	3460
2	0.595	-0.000150	0.835	960
3	0.275	-0.000115	26.25	960

실제의 계산에서는 $x=400mm$ 까지의 영역을 반경방향 5mm간격으로 7분할, 축방향 40mm간격으로 10분할하고, 한 요소 속에 점방사원을 100개 등간격으로 분포시켜, 각 하나의 방사원에서 500개 합계 5×10^5 개의 방사열선을 사출하여, 이들을 추적했다. 경계조건으로는

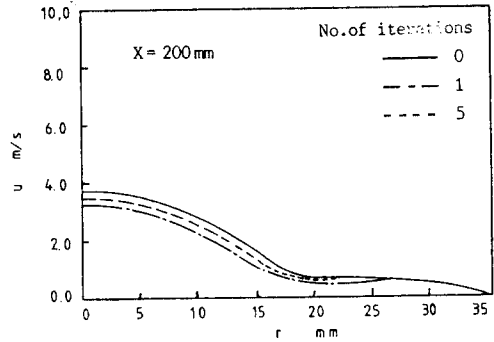
유입·유출면은 개방되고, 연소실 벽은 300K로 일정하게 하였다.

3. 結果 및 考察

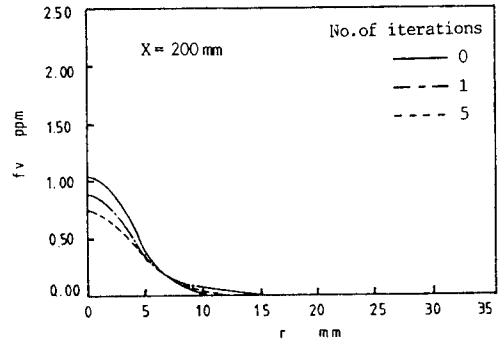
복사열전달량을 구하기 위해서는, 우선 전체의 온도, 그을음, 및 각 화학종의 농도를



(a) Temperature



(b) Velocity



(c) Soot

Fig.5 Convergence of the iteration calculation procedure.

계산해야 한다. 그리고 이들의 값을 이용하여 복사열전달량 Q 를 계산한다. 이 Q 를 각 요소마다 구하여 유동장의 계산에 넣어 다시 온도, 그을음 및 각 화학종의 농도를 구하는 식으로 계산을 진행한다. 이와같이 유동장과 복사열전달의 계산을 서로 반복하여, 수렴시킬 필요가 있다. 수렴상황을 알아보기 위하여, 흡수계수 k_a 는 model 1을 사용하여 계산했다.

Fig. 5에 $x=200\text{mm}$ 단면에서 온도 T , 유속 u 및 그을음 f_v 의 반복계산에 의한 영향을 나타냈다. 온도는 복사열전달을 고려하지 않은 경우 (No. of iterations=0)에 비해서, 이를 고려한 경우에는 상당히 큰 온도강하를 나타내고 있다. 그리고 수렴값은 반복계산을 많은 값과, 첫번째 반복계산값의 중간에 위치하고 있음을 보아, 온도는 반복계산에 의해서 진동하면서 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이때 그을음은 반복횟수가 증가함에 따라, 체적분율이

감소해 가면서 수렴하고 있다. 한편, 유속에 대해서는 수렴계산을 반복해도 그다지 큰 변화를 보이지 않음으로 보아, 복사열전달의 영향을 거의 받지 않는 것으로 생각된다. 본 해석 조건의 경우에는 4, 5회의 반복계산에 의해 거의 모든 수렴해가 얻어진 값으로 해석을 진행한다.

Table 2는 방사열선흡수율분포의 예로써, 가스요소 (5, 4)에서 방사된 복사에너지가 각 요소에 흡수된 비 $RD(54 \rightarrow ij)$, $RD(54 \rightarrow iw)$ 를 나타내고 있다. 대상으로 하는 화염이 작고, 연소실 벽을 300k의 흑체로 가정하고 있으므로, 가스요소 (5, 4)에서 방사된 열에너지의 대부분은 벽에서 흡수되어 있음을 알 수 있다. 따라서, 가스요소의 복사흡수량은 그다지 문제로 되지않고, 방사에 의한 손실만이 온도분포에 영향을 주고있음을 알 수 있다.

Fig. 6에 흡수계수에 관한 2종류의 모델을

Table 2. Radiation energy absorption rate distribution (emitting element(5,4))

j/i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$<10^{-7}$	9.39×10^{-5}	2.42×10^{-4}	3.53×10^{-4}	1.71×10^{-3}	1.49×10^{-4}	4.48×10^{-5}	8.81×10^{-6}	$<10^{-7}$	10^{-7}
2	5.35×10^{-6}	1.83×10^{-4}	2.14×10^{-4}	3.45×10^{-4}	1.46×10^{-3}	1.22×10^{-3}	2.63×10^{-5}	8.82×10^{-6}	2.83×10^{-7}	$<10^{-7}$
3	2.33×10^{-6}	6.52×10^{-6}	1.35×10^{-5}	4.06×10^{-5}	2.55×10^{-4}	7.76×10^{-5}	7.76×10^{-6}	3.52×10^{-6}	2.81×10^{-6}	$<10^{-7}$
4	1.10×10^{-6}	7.98×10^{-6}	1.95×10^{-5}	4.17×10^{-5}	3.00×10^{-4}	2.79×10^{-5}	8.13×10^{-6}	3.07×10^{-6}	3.23×10^{-6}	1.21×10^{-6}
5	0.00	1.42×10^{-9}	9.23×10^{-9}	1.61×10^{-6}	2.32×10^{-5}	1.16×10^{-5}	7.65×10^{-5}	5.77×10^{-6}	2.84×10^{-6}	3.31×10^{-6}
6	0.00	0.00	0.00	0.00	6.20×10^{-7}	2.12×10^{-6}	2.96×10^{-6}	2.54×10^{-6}	4.47×10^{-6}	5.45×10^{-6}
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.54×10^{-7}	1.12×10^{-6}	2.95×10^{-6}	$<10^{-7}$	1.57×10^{-6}
wall	6.62×10^{-4}	1.97×10^{-2}	3.96×10^{-2}	1.39×10^{-1}	5.37×10^{-1}	1.39×10^{-1}	3.98×10^{-2}	1.98×10^{-2}	6.62×10^{-4}	3.47×10^{-4}

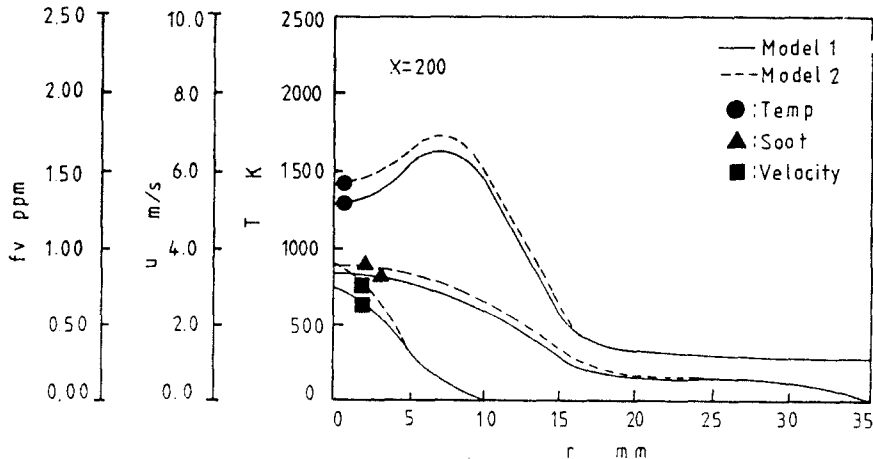


Fig.6 Effect of absorption coefficient models.

사용하여 계산한 온도 T , 유속 u , 그을음의 체적분율 f_v 를 비교하여 나타냈다. model 1의 경우가 온도분포가 낮게 나타나 있으나, 분포의 형상은 유사하고, 최대값도 같은 위치에 있다. 또한, 온도의 최대 위치는 복사열전달을 고려하지 않은 경우도 변화가 없다. 한편, 유속에 대한 영향은 여기서도 작고, 그을음의 체적분율에는 큰 영향이 나타난다.

Fig. 7에 $x=100\text{mm}$ 와 $x=200\text{mm}$ 단면에서 온도 T 와 유속 u 의 실험치⁽²⁾와 계산치를 비교해 나타냈다. 양쪽 모두 온도의 최대값은 다소 다르지만, 형상등은 비교적 잘 일치하고 있다. 단지 $x=200\text{mm}$ 에서의 온도 분포가 축에서 바깥쪽으로 벗어나 있으며 이 경향은 하류에서 크게 나타났다. 여기서는 계산방법에 중점을 두고 있으므로 양자의 비교는 중요한 의미를

갖지 않으나, 화염중의 제량의 상세한 분포를 이용하여 복사열전달을 평가할 수 있게 된 것은 유효할 것이다.

4. 結 論

동축층류화산화염의 시뮬레이션에 복사열전달의 해석모델을 고려하여 수치해석을 하였다.

해석결과가 실험치와 비슷한 값을 나타내고 있음을 보아, 복사열전달에 관한 본 해석수법은 유효함을 알 수 있다. 흡수계수가 중간생성물 및 온도에 의존하여, 반복계산은 필수적이며, 본 해석의 경우 5회정도의 반복계산으로 거의 완전한 수렴해를 얻을 수 있었다. 또한 복사열전달을 고려함에 의해 온도및 그을음의 영향은 크게 나타났으나, 유속에는 큰 변화가 없었다.

본 해석에서는 벽면을 저온의 흑체를 가정하였으므로, 기체에서의 복사에너지는 벽면에서 많이 흡수되는 것으로 나타났다. 그러나 계산의 목적이 벽면에서의 열교환에 있을 경우에는, 벽면에서의 흡수와 반사를 엄밀히 고려함으로써, 본 해석수법의 응용범위를 넓힐 수 있을 것으로 사료된다.

參考文獻

1. Hottel, H.C. and Cohen, E.S., "Radiant Heat Exchange in a Gas-filled Enclosure: Allowance for Non uniformity of Gas Temperature", A.I.Ch.E. Journal, Vol.4, No.1 pp.3~14(1958)
2. Howell, J.R., Mory, K.S., and Harold, R., "Analysis of Heat-Transfer Effect in Rocket Nozzles Operating with very High Temperature Hydrogen", NASA TR R-220(1965)
3. Siddall, R.G., "Flux methods for the analysis of radiant heat transfer", J.Inst. Fuel, Vol. 47 pp.101~109(1974)

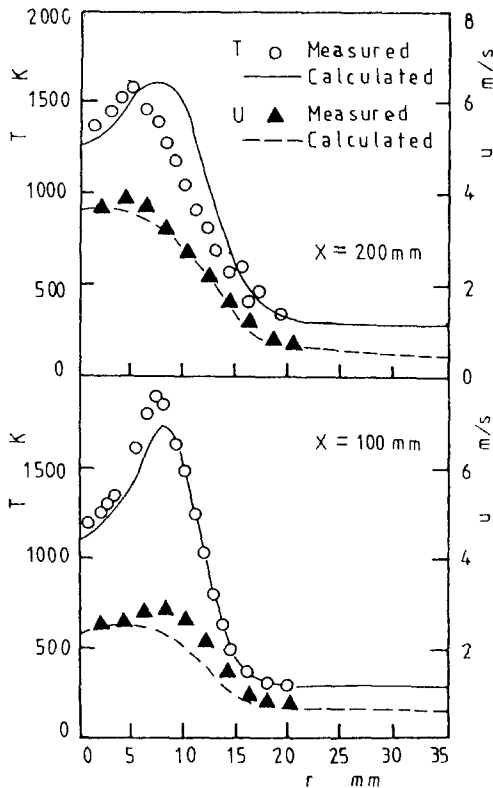


Fig.7 Radial profiles of temperatures and velocities.

4. 早坂洋史, 工藤一彦, 谷口 博, 仲町一郎, 大森敏明, 片山隆夫, “放射熱線法による 放射熱傳達の 解析”, 日本機械會論文集(B編), 52卷, 476號, pp. 1734~1740(1986)
5. Hayasaka, H., “A direct simulation Method for the Analysis of Radiative Heat Transfer in Furnaces”, ASME, HTD,- Vol. 74, pp.59~63(1987).
6. 水谷幸夫, 矢野和明, 杉原敏彦, “同軸流擴散火焰の數値解と実測値との 比較”, 日本機械學會論文集, 44卷, 385號, pp. 3177~3187(1978).
7. Abam, D.P.S., “Computation of the aerothermodynamic field of laminar diffusion flames”, Proc. I.M.E., Vol. 198, No.12, pp. 175~187(1984).
8. Abbas. A.S., and Lockwood, F.C., 1985, “Prediction of soot concentrations in turbulent diffusion flames”, J.Inst. Energy, Vol. 58, No.436, pp.112~115(1985).
9. Patankar, S.V. and Spalding, D.B., “Heat and Mass Transfer in Boundary Layers”, Intertext Books, London(1971).
10. Dalzell, W.H. and Sarofim, A.F., “Optical Constants of Soot and Their Application to Heat-Flux Calculations”, Trans. ASME, Ser. C, Vol.91, No.1, pp.100~104(1969).
11. Beer, J.M., “Heat Transfer in Flames”, (Ed. Afgan, N.H. and Beer, J.M.), John Wiley and Sons, New York, pp.29~45(1974).
12. 水谷幸夫, 香月正司, 諸石敏彦, “燃燒現象のレーザ計測とモデリング”, 日本科研成果報告集, pp.5~53(1986).