

양전자 선형가속기에서 양전자의 포획과 집속

윤 무 현

(포항공대 물리학과 조교수)

포항 방사광가속기의 입사장치인 2.5 GeV 양전자 선형 가속기에서 양전자를 포획하는 solenoid lens 와 집속용 사극자석의 system 에 대하여 살펴보았다. 이론적 결과를 토대로 하여 이를 PLS 양전자 injector에 적용한 결과를 소개한다.

1. 서 론

포항 방사광가속기(PLS)의 저장링(storage ring)은 최대 에너지가 2.5 GeV인 전자 또는 양전자빔을 수시간동안 저장할 수 있도록 설계되었다. PLS system은 크게 나누어 빔을 저장링에 입사시키기 위한 injection system과 저장링 자체의 두 부분으로 구성되어 있다.

일반적으로 방사광 가속기 시설에서는 전자총(electron gun)으로부터 나오는 전자빔을 선형가속기(linear accelerator)로 어느정도의 에너지까지(대개 50-450 MeV)가속시킨 후 booster synchrotron 이라 불리는 원형가속기에 입사시켜 더욱 높은 에너지(저장링에서 돌고있는 빔의 에너지)까지 가속을 시키고 저장링에 빔을 입사시키는 방법을 택하고 있다. 이러한 입사방법은 선형가속기로 빔을 저장링의 에너지 까지 가속을 시킨 후 직접 저장링에 입사

키는 방법보다 가격이 저렴하다는 장점이 있는 반면에 선형가속기와 저장링 이외에 booster synchrotron이 별도로 필요하다는 복잡성에 단점이 있다고 할 수 있을 것이다. 그러나 최근 중국(People's Republic of China)에서 약 1.5GeV, 200 m 정도 길이의 positron 선형가속기를 저렴한 비용을 들여 ($\leq \$10M$) 개발하였다는 사실에 고무되어 PLS도 booster synchrotron을 사용하여 빔을 입사시키는 대신에 2.5 GeV 선형가속기를 중국과의 협력을 통하여 건설하려는 계획을 하게되었다. 중요한 부품들을 중국으로부터 구입함에 따라 선형가속기 건설에 사용되는 전체비용이 booster synchrotron이 포함된 입사 system의 비용과 서로 상응할 수 있게 되었으며 ($\leq \$20M$) 그리고 무엇보다도 전체의 system이 복잡하지 않게 되었다는 것이 장점이 될 수 있을 것이다. 또한 선형가속기에서 가속된 빔을 직접 저장링으로 주사시킴에 따라 booster synchrotron에서 빔을 가속시키는 시간만큼 저장링에서 요구하는 빔의 전류를 얻는데까지 걸리는 시간을 단축시키게 되었다는(예로써, 저장링에서 400 mA를 얻기까지 걸리는 시간이 4분 이내) 장점도 있다.

방사광 가속기의 저장링은 전자를 저장하는 경우와 양전자를 저장하는 경우의 두가지 방법이 있다. 양전자는 전자와 모든 물리적인 성질이 같고 다만

전하가 양수라는 차이만 있다. 그러나 전자가 저장 링 내에서 가속되는 경우에는 이들 전자가 저장 링 내의 진공관에 남아있는 기체 분자와 충돌하여 이온(ion)들이 생기게 되고 이 이온들은 전자와 서로 부호가 반대이기 때문에 coulomb력에 의한 인력을 받게된다. 특정한 조건하에서는 이들 이온이 달아나지를 못하고 전자의 경로 부근에 뭉쳐 모여 있게 되는데 이 때문에 전자빔의 질이 나빠지거나 저장 링의 진공상태가 나빠지게 되는 현상이 생기게 된다. (이를 ion trapping 현상이라 한다). 따라서 이러한 좋지 않은 현상을 회피하기 위하여 현재 추진되고 있는 제 3세대 방사광 가속기들은 양전자를 입사시키거나, 혹은 적어도 후에 전자를 양전자로 대체시킬 여지를 남겨 두고 있다. PLS도 초기 시동단계에서는 전자를 입사시킬 것이나 후에 양전자로 교체 할 수 있어야 함을 고려하여 선형가속기 및 저장 링을 설계하고 있는 중이다.

본 논문에서는 양전자 선형가속기의 빔의 제반 집속 system 에 관하여 살펴 보기로 하겠다. 먼저 양전자 생성직후, 이것을 포획하기 위한 solenoidal lens의 제반 특성에 대하여 소개를 할 것이다. 그리고 빔이 2.5 GeV 까지 가속되는 동안 집속을 하기 위한 사극자석 (quadrupole magnet)을 어떻게 배치하여야 하는가 하는 이론적인 근거와 실제 PLS 2.5 GeV 선형가속기의 집속 system을 소개하기로 하겠다.

2. 양전자원 (positron source)

PLS의 입사 system은 먼저 120 KV의 grid 전압으로 60 Hz로 작동되는 전자총으로부터 시작한다. 저장 링의 단일 bunch 방식 (single-bunch mode)에서 전자총은 8 A의 전류와 2ns의 pulse 길이를 갖는 전자빔을 방출한다. 이 전자빔은 전자 선형 가속기에서 250 MeV까지 가속된후 두개의 사극자석에 의하여 약 1.5mm 정도의 반경을 갖도록 텅스텐(원자 기호 =W) target에 집속이 된다. 텅스텐은 약 2 radiation의 길이 (약 7mm)가 되도록 두께가 조정되어 있고 이 target에 부딪힌 전자는 핵반응에 의하여 양전자를 방출하게 된다. 이때 방출된 양전자는 8-10 MeV에서 peak를 갖고 폭이 넓은 Gaussian 분

포를 갖게 된다. 일반적으로 전자 1000개에 대하여 8개 정도의 양전자가 생성됨이 computer simulation을 통한 연구에 의해 밝혀지고 있다. 그리고 양전자는 비교적 넓은 영역에 걸친 각분포를 보이고 있으며 이에 대한 경험적 공식은 다음과 같이 주어진다. 즉,

$$N(\theta) = N(\theta=0)e^{-\frac{\theta}{\theta_0}} \quad (1)$$

여기서, $\theta_0 \approx 0.35$ radian ($\approx 20^\circ$)이고 $N(\theta=0)$ 는 텅스텐 target에 대하여 연직 방향으로의 양전자 yield를 나타내고 있다. 따라서 이렇듯 급속히 퍼지는 양전자들을 포획하고 집속하기 위해서는 비교적 강하고 acceptance가 큰 집속 lens를 텅스텐 target 바로 직후에 설치하는 것이 필요하다. 이 경우 일반적으로 solenoidal lens가 적합하다. Solenoidal lens는 보통의 사극자석에 비해 acceptance가 크다는 장점이 있기 때문이다. 그러나 Solenoidal lens는 주어진 초점거리에 대하여 사극 자석보다 훨씬 큰 전기적 power가 요구된다는 단점이 있고 이러한 이유때문에 높은 power를 요하는 solenoidal lens에 있어서는 time-averaged power를 줄이기 위해 pulse 식으로 작동을 하는 것이 보편적이다. 본 논문에서 고려하고 있는 solenoid는 독일의 DESY, 스위스의 LEP, 그리고 미국 Argonne 국립연구소 등지에서 사용 또는 계획하고 있는 solenoidal lens의 설계를 따른 것으로 그 parameter들은 다음과 같다.¹⁾

- 길이 (L) = 4.6cm,
- 내부반경 (a) = 1.25 cm,
- 외부반경 (b) = 2.25cm,
- 전체 코일의 감은수 (N) = 16,
- layer의 수 = 2,
- inductance = 4 μ H,
- 최대전압 = 10 KV,
- layer당 감은수 = 8,
- 최대전류 = 6000 A,
- 최대자장 = 2 T,

pulse의 길이 = 10 μ s, half sine wave
Solenoid는 텅스텐 target으로부터 5mm 떨어진 곳에 위치하고 있다.

2.1 두겹 solenoid의 자장분포

두겹 solenoid 내에서의 자장의 분포를 계산하기 위하여는 우선 solenoid 중심축을 따라 자장이 어떻게 변하는가를 계산하여야 한다. 그러면 circular symmetric한 성질로부터 중심축에서의 자장을 Taylor 전개시킴으로써 모든 공간에서의 자장을 구할 수 있다.²⁾

두겹 solenoid 중심축에서의 자장은 쉽게 구할 수 있고 그 결과는 다음의 식에 의해 주어진다. 즉,

$$B_z(0,z) = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)L} \left\{ \left(z - \frac{L}{2} \right) \ln \frac{b + \sqrt{b^2 + \left(z + \frac{L}{2} \right)^2}}{a + \sqrt{a^2 + \left(z + \frac{L}{2} \right)^2}} - \left(z - \frac{L}{2} \right) \ln \frac{b + \sqrt{b^2 + \left(z - \frac{L}{2} \right)^2}}{a + \sqrt{a^2 + \left(z - \frac{L}{2} \right)^2}} \right\} \quad (2)$$

여기서 z 는 solenoid 축을 따른 방향이고 그밖의 모

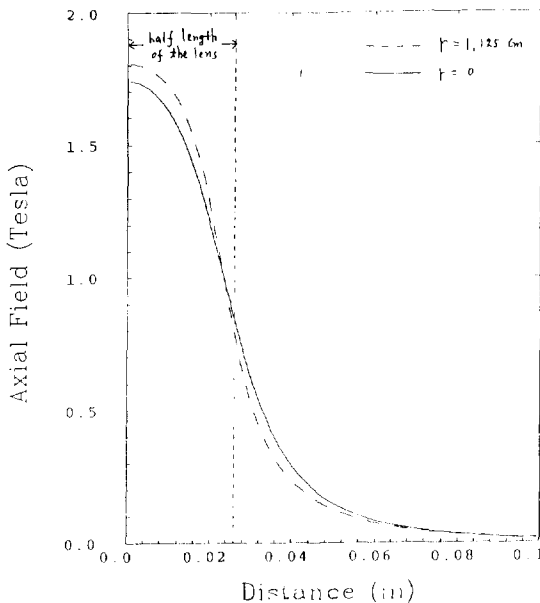


그림 1. 양전자 포획 solenoid의 B_z . 실선은 $r=0\text{cm}$ 에서의 B_z , 점선은 $r=1.125\text{cm}$ 에서의 B_z 을 의미한다.

든 parameter들은 앞에서 이미 정의되어 있다. 위의 식을 이용하여 off-the-axis에서의 자장을 다음의 급수전개로부터 얻을 수 있다.

$$B_z(r,z) = B_z(0,z) - \frac{r^2}{4} \frac{\partial^2 B_z(0,z)}{\partial z^2} + \frac{r^2}{64} \frac{\partial^4 B_z(0,z)}{\partial z^4} - \dots$$

$$B_r(r,z) = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_z(0,z)}{\partial z} + \frac{r^3}{16} \frac{\partial^3 B_z(0,z)}{\partial z^3} - \frac{r^5}{384} \frac{\partial^5 B_z(0,z)}{\partial z^5} + \dots$$

second-order까지의 자장분포의 analytical expression은 참고문헌²⁾에서 이미 계산을 하였으므로 여기서는 생략하기로 한다. 그림1에서는 $I=5000\text{A}$ 일 때 자장의 Z성분이 중심축과 그리고 $r=1.125\text{cm}$ 에서 어떻게 변하고 있는가를 보여주고 있다.

2.2 Solenoidal lens를 통한 양전자의 운동

본 절에서는 이미 참고문헌²⁾에서 계산을 한 solenoidal lens에서의 자장분포를 이용하여 lens를 통한 빔의 운동상태를 조사하여 보기로 하겠다. 먼저 주어진 parameter에서 solenoid의 focal power를 고려하여 보기로 하자. 원통좌표계 (r, ϕ, z)에서 입자의 운동방정식은

$$\gamma M_0 \frac{d^2 r}{dt^2} = -e B_z r \frac{d\phi}{dt} + \gamma M_0 r \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 \quad (3)$$

로 주어지고 빔의 궤적에 연결된 초기 flux가 0이라는 가정하에서 Busch의 정리³⁾를 기술하면

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{e}{2\pi\gamma r^2} (\Phi - \Phi_0) = \frac{e}{M_0 \gamma} \frac{B_z}{2} \quad (4)$$

이 된다. (4)식을 (3)식에 대입하고 독립변수를 t 로부터 z 로 바꾸게 되면 solenoid에서의 focal power를 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{e}{2M_0 \gamma \beta c} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} B_z^2 dz \quad (5)$$

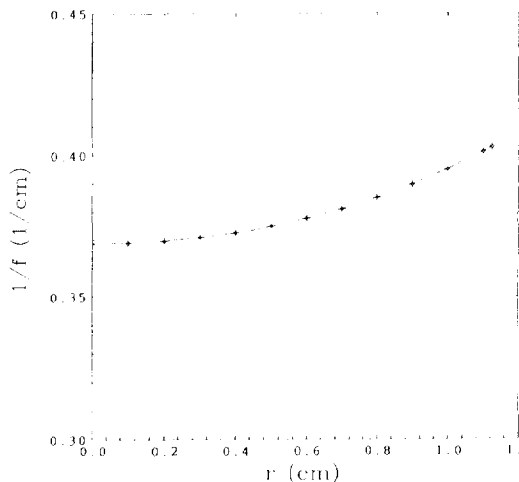


그림 2. r의 함수로 보여진 양전자 포획 solenoid의 focal power

여기서 $\beta = \frac{v}{c}$ 이고 c는 진공내에서의 빛의 속력이다. γ 는 상대론적 인자이며 $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}}$ 이다. 10 MeV 양전자의 경우 $r=20,5695$, $\beta=0.99882$ 이며 이 값들을 (5)에 대입하고 참고문헌 (2)의 B_z 값들을 넣으면 각각 다른 r에서의 focusing power를 얻을 수 있다. 이 결과가 그림 2에 요약되어 있다. 그림 2는 자장의 4차항 까지를 포함했을 경우이며 우리는 그림들 1과 2로부터 자장의 비선형 효과가 그다지 크지 않음을 알 수 있다. solenoid lens를 통한 빔의 구체적인 운동상태는 Lorentz 방정식을 computer를 이용하여 수치계산 함으로써 알 수 있으며 이를 위하여 우리는 2차 미분방정식인 Lorentz 방정식을 Runge-Kutta 방법을 사용하여 푸는 computer 프로그램을 개발하였다.

이로부터 얻어진 결과들 중의 하나가 그림 3과 4에서 보여지고 있다. 그림 3은 텅스텐 target에서의 위상공간(phase-space)에서 빔의 분포이며 이 빔은 80개의 균일하게 분포된 양전자들을 나타내고 있다. 이러한 입자들이 solenoid lens를 통과한 후 변화된 위상공간에서의 빔의 모양이 그림 4이다. 그림 4는 양전자 포획 solenoid의 역할을 분명히 보여주고 있다. 즉, solenoid는 target으로부터 급속히 증가하는 빔의 퍼짐을 줄여준다는 것이다. 좀더 자세히 살펴

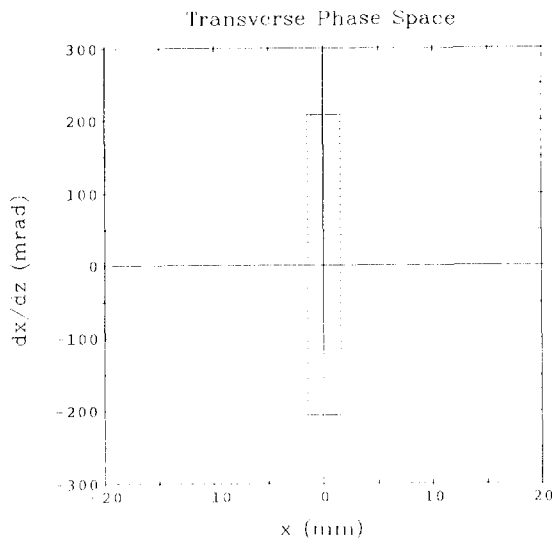


그림 3. 텅스텐 target에서, 위상공간에서 보여진 양전자의 분포

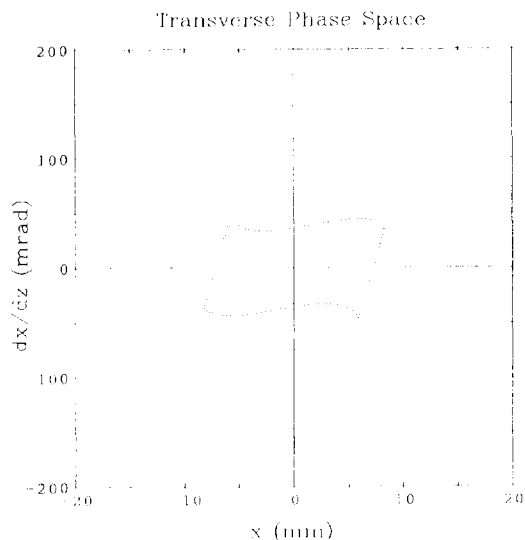


그림 4. Solenoid를 지난 후 z=10cm에서, 위상공간에서 보여진 양전자의 분포

보면 solenoid는 target 에서의 빔의 위상공간을 90도 돌려주는 역할을 하고 있음을 알 수 있는데 이러한 이유로 이 solenoid를 “quarter-wave transformer” 라고 부르기도 한다. 한 걸음 더욱 나아간 계산을 통하여 우리는 solenoid의 acceptance가 약

표 1. PLS 양전자 선형가속기에서 사극자석계의 parameter 들

Element	길이(m)	B'(T/m)
L1	0.1	
QD	0.2	-2.587
L15	0.15	
QF	0.2	4.443
L1	0.1	
A020	0.2	
QD1	0.3	-3.066
A03	0.3	
QF1	0.3	3.057
A03	0.3	
Q1	0.3	-4.664
A1	0.314	
Q2	0.3	4.664
A2	0.361	
Q3	0.3	-4.664
A3	0.411	
Q4	0.3	4.664
A4	0.465	
Q5	0.3	-4.664
A5	0.523	
Q6	0.3	4.664
A6	0.585	
Q7	0.3	-4.664
A7	0.652	
Q8	0.3	4.644
A8	0.724	
Q9	0.3	-4.644
A9	0.802	
Q10	0.3	4.664
A10	0.885	
Q11	0.3	-4.664
A11	0.975	
Q12	0.3	4.664
A12	1.071	
Q13	0.3	-4.664
A13	1.175	
Q14	0.3	4.664
A14	1.287	
Q15	0.3	-4.664
A15	1.407	
Q16	0.3	4.664

A16	1.537	
Q17	0.3	-4.664
A17	1.676	
Q18	0.3	4.664
A18	1.826	
Q19	0.3	-4.664
A19	1.987	
Q20	0.3	4.664
A20	2.160	
Q21	0.3	-4.664
A21	2.347	
Q22	0.3	4.664
A22	2.547	
Q23	0.3	-4.664
A23	2.763	
Q24	0.3	4.664
A24	2.995	
Q25	0.3	-4.664
A25	3.245	
Q26	0.3	4.664
A26	3.513	
Q27	0.3	-4.664
A27	3.802	
Q28	0.3	4.664
A28	4.113	
Q29	0.3	-4.664
A29	4.447	
Q30	0.3	4.664
A30	4.807	
Q31	0.3	-4.664
A31	5.194	
Q32	0.3	4.664
A32A	1.6046	
LM1	1.0	
QM1	0.3	-6.943
LM2	0.5	
QM2	0.3	6.241
LM3	5.0	
QM3	0.3	-7.252
LM4	0.5	
QM4	0.3	9.076
LM5	1.0	
A010	0.1	
Q33	0.3	-3.903
A33	5.114	
Q34	0.3	3.903

A34	5,493	
Q35	0,3	-3,903
A35	5,898	
Q36	0,3	3,903
A36	6,331	
Q37	0,3	-3,903
A37	6,795	
Q38	0,3	3,903
A38	7,292	
Q39	0,3	-3,903
A39	7,823	
Q40	0,3	3,903
A40	8,391	
Q41	0,3	-3,903
A41	8,999	
Q42	0,3	3,903
A42	9,645	

360mm.mrad 정도임을 알 수 있다. 이 값이 다음 장의 양전자 집속용 사극자석을 계산하는 빔의 초기 조건으로 이용이 될 것이다.

3. 집속용 사극자석

앞 장에서 우리는 양전자 포획용 solenoid에 대하여 살펴 보았다. solenoid를 통과한 양전자들은 선형 가속기의 첫 부분인 waveguide에 들어서게 된다. 선형가속기 이론에 의하면 빔이 상대론적 속력($v \approx c$)에 접근함에 따라 transverse 방향으로의 집속은 없어지게 되고 이러한 이유로 인하여 빔이 점점 퍼지는 것을 방지하기 위하여 집속용 자석이 필요하게 된다. 일반적으로 각 길이가 3,05m인 처음 두 waveguide 에서는 그 둘레를 solenoid로 휘감아 (자장이 약 0,3T 정도)빔을 더욱 집속시키고 있는데 이는 양전자 포획용 solenoid를 나온 빔은 여전히 그 크기가 선형 가속기의 main section이 받아들일 수 있는 크기보다 약간 더 크기 때문이다. 처음 두 waveguide를 통해 나온 양전자 빔은 양전자 선형 가속기의 main section이 받아들일 수 있는 빔의 크기에 상응하게 되어 그 이후는 본 장에서 논의할 사극자석으로 집속이 가능하다. 집속용 사극자석을 논하기에 앞서 PLS 양전자 선형가속기의 wave-guide 계의 parameter들을 알아볼 필요가 있다. 사극자석

배치에 요구되는 waveguide의 parameter들은 다음과 같다.

각 waveguide의 길이=3,05m
가속 gradient=16,7 MV/m

따라서 처음 두 waveguide를 통과한 후 빔의 에너지는 111,87MeV이고 (10 MeV+16,7MeV/m×6,1 m) 이때의 빔의 emittance(위상공간에서 빔의 면적/ π)는 26,55mm.mrad이 된다. 이 값은 본 연구의 결과로부터 얻어진 것이며 이는 Argonne 국립연구소에서 추진하고 있는 Advanced Photon Source (APS)의 양전자 선형가속기의 경우 450 MeV에서 빔의 emittance가 6,6mm.mrad(95% 빔)이라는 값과 일치되기도 한다.⁴⁾

일반적으로 집속용 사극자석은 FODO 라는 배열방식으로 나열되는데 이는 focusing-drift space-defocusing-drift space의 순서로 자석이 나열되는 것을 의미한다.

양전자 선형가속기의 길이가 길어짐에 따라 필요한 사극자석의 수는 점차 늘어나게 되고 따라서 전원(power supply)의 비용을 줄이기 위해서는 될 수 있는 한 모든 사극자석 자장의 gradient($\frac{dB_x}{dy} = \frac{dB_y}{dx} = B'$)를 같게하는 것이 바람직하다. 주어진 조건하에서 요구되는 사극자석의 세기와 자석들의 간격을 알기 위해서는 FOFO계에 대한 이론을 살펴보는 것이 필요하다.

3.1 FODO 계

먼저 그림 V와 같은 사극자석의 배치를 고려해 보기로 한다. 사극자석의 길이를 $2l$, 그리고 세기를 $K(= \frac{B'}{B\rho})$, 간격을 L 이라 두기로 한다. 그림 5의 half-period에 대한 변환 matrix는 잘 알려져 있고⁵⁾, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

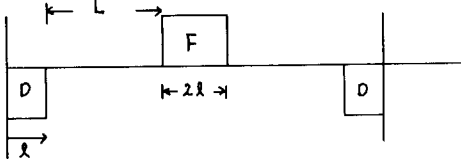


그림 5. FODO 사극자석들의 예

$$\begin{aligned}
 &= \begin{pmatrix} \cos\phi \cosh\phi + \sin\phi \sinh\phi \\ + \frac{L}{\ell} \phi \cos\phi \sinh\phi \\ \frac{\phi}{\ell} (\cos\phi \sinh\phi - \sin\phi \cosh\phi) \\ - \frac{L}{\ell} \phi \sin\phi \sinh\phi \end{pmatrix} \\
 &\quad \begin{pmatrix} \frac{\ell}{\phi} (\cos\phi \sinh\phi + \sin\phi \cosh\phi \\ + \frac{L}{\ell} \phi \cos\phi \cosh\phi) \\ \cos\phi \cosh\phi - \sin\phi \sinh\phi \\ - \frac{L}{\ell} \phi \sin\phi \cosh\phi \end{pmatrix} \quad (6)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\phi = \ell \sqrt{|k|}$$

일반적으로 빔의 envelope 방정식은

$$\sigma'' \pm k\sigma - \frac{\varepsilon^2}{\sigma^3} = 0$$

로 표현된다⁵⁾ 여기서 σ 는 빔의 크기, σ' 은 σ 의 거리에 대한 변화율이다. 그리고 ε 은 빔의 emittance를 나타낸다. 주어진 초기조건(σ_0, σ'_0) 하에서 위식의 해는 다음과 같은 matrix로 표현될 수 있다.

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sigma}{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{\sigma_0} \cos\phi - \sigma'_0 \sin\phi \right) \\ \frac{\sigma'}{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{\sigma_0} \cos\phi - \sigma'_0 \sin\phi \right) \\ - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\varepsilon}{\sigma_0} \sin\phi + \sigma'_0 \cos\phi \right) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\sigma_0 \sigma}{\varepsilon} \sin\phi \\ \frac{\sigma_0}{\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{\sigma} \cos\phi + \sigma' \sin\phi \right) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\phi = \int_0^s \frac{\varepsilon}{a} d\tau$$

위식에서 $\sigma'_0 = 0$, $\sigma'_1 = 0$ 라는 조건을 대입하면,

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \cos\phi & \frac{\sigma_0 \sigma_1}{\varepsilon} \sin\phi \\ -\frac{\varepsilon}{\sigma_0 \sigma_1} \sin\phi & \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \cos\phi \end{pmatrix} \quad (8)$$

이 얻어지는데, 이로부터

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2} &= \frac{a}{d}, \quad \sigma_0^2 \sigma_1^2 = -\varepsilon^2 \frac{b}{c} \\
 \sigma_0^4 &= -\varepsilon^2 \frac{bd}{ac}, \quad \sigma_1^4 = -\varepsilon^2 \frac{ab}{cd} \quad (9)
 \end{aligned}$$

이 얻어진다.

여기서 우리는 focusing 자석의 중심에서 $\sigma_{\max} = \sigma_1$, 그리고 defocusing 자석의 중심에서 $\sigma_{\min} = \sigma_0$ 라 가정하기로 하자. 그리고 beat factor라고 불리는 m 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$m = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}$$

그러면

$$m^2 = \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \right)^2 = \frac{a}{d} = \frac{1 + \tanh\phi \left(\tan\phi + \frac{L}{\ell} \phi \right)}{1 - \tanh\phi \left(\tanh\phi + \frac{L}{\ell} \phi \right)} \quad (10)$$

가 얻어진다. 여기서 ϕ 는 $\ell \sqrt{|k|}$ 이다.

위식을 전개하면,

$$m^2 \approx \frac{1 + \left(1 + \frac{L}{\ell}\right) \phi^2 - \frac{L}{\ell} \phi^4}{1 - \left(1 + \frac{L}{\ell}\right) \phi^2 - \frac{L}{\ell} \phi^4} \quad (11)$$

이 얻어지는데, 이로부터 사극자석에서의 입자의 운동은 분모가 0보다 클때 안정된다는 것을 알 수 있다. 즉,

$$\frac{L}{\ell} < \frac{1-\phi^2}{\phi^2(1+\phi^2)} < \frac{1}{\phi^2} \quad (12)$$

한편 마찬가지로의 방법에 의해,

$$\sigma_{\max}^2 \times \sigma_{\min}^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \approx \frac{\epsilon^2}{k^2 \ell^2} \frac{2+\frac{L}{\ell}}{\frac{2}{3}+\frac{L}{\ell}} \quad (13)$$

이 얻어지고, (11)과 (13) 식으로부터

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}^2 &= \sigma_1^2 = m \frac{\epsilon}{|k|\ell} \frac{2+L/\ell}{\frac{2}{3}+L/\ell}, \\ \sigma_{\min}^2 &= \sigma_2^2 = \frac{1}{m} \frac{\epsilon}{|k|\ell} \frac{2+L/\ell}{\frac{2}{3}+L/\ell} \end{aligned} \quad (14)$$

이 된다.

한편 사극자석계의 acceptance를 조사하기 위하여 $\sigma_{\max}^2 + \sigma_{\min}^2 = a^2$ 로 두고 a를 빔이 진동할 수 있는 최대 진폭이라 가정하기로 하자. 그러면 (14) 식으로부터,

$$\epsilon^2 = \frac{a^2}{4} [1 - (2\alpha - 1)^2 \phi^4] \frac{\phi^4}{\ell^2} \left[\frac{\alpha - \frac{2}{3}}{\alpha} \right] \quad (15)$$

가 얻어지는데 여기서 $\alpha = \frac{L+2\ell}{2\ell}$ 이라 정의하고 filling factor라 부르기로 한다. 이로부터 사극자석의 세기 k를 ϵ^2 가 최대이어야 한다는 조건으로부터 $(\frac{d(\epsilon^2)}{dk} = 0)$ 구할 수 있는데 그 결과는

$$k = \frac{1}{\sqrt{2}(2\alpha-1)\ell^2} \quad (16)$$

이다.

(16)식을 (15)식에 대입하면,

$$\epsilon^2 = \frac{a^4}{16\ell^2} \frac{\alpha - \frac{2}{3}}{\alpha(2\alpha-1)^2} \quad (17)$$

윗식을 α 에 관한 식으로 고쳐쓰면,

$$\alpha^3 - \alpha^2 - \alpha \frac{1-\eta^2}{4\eta^2} + \frac{1}{6\eta^2} = 0 \quad (18)$$

이고 여기서 $\eta^2 = \frac{16\ell^2\epsilon^2}{a^4}$ 로 정의하였다. α 가 3개의 실수인 해를 갖기 위해서는

$$\eta^4 + 6\eta^2 - 3 < 0 \quad (19)$$

이어야 하고 이때 3개의 실수해는

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2\sqrt{\frac{\eta^2+3}{36\eta^2}} \cos \frac{\phi}{3} + \frac{1}{3} \\ \alpha_2 &= -2\sqrt{\frac{\eta^2+3}{36\eta^2}} \cos \left(\frac{\phi}{3} + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} \\ \alpha_3 &= -2\sqrt{\frac{\eta^2+3}{36\eta^2}} \cos \left(\frac{\phi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (20)$$

로 주어진다. 여기서

$$\cos \phi = -\frac{9+\eta^2}{216\eta^2} \sqrt{\left(\frac{36\eta^2}{\eta^2+3} \right)^3}$$

이다. 사극자석의 간격은 다음의 식에 의하여 주어진다. 즉,

$$\lambda = \int_0^{L+2\ell} \frac{dz}{p} \approx \frac{L+2\ell}{p}$$

라고 둘 때

$$L_n = L_1 e^{(n-1)\lambda\gamma} \quad (21)$$

이다. 여기서 γ 는 이미 앞에서 정의한 상대론적 인자이다.

3.2 결 과

이상의 식들로부터 주어진 조건하에서 (즉, $p, \ell, \epsilon, \gamma$ 가 주어질 때)가장 적합한 FODO 사극자석들의 배치를 계산할 수 있다. 이를 위하여 간단한 computer 프로그램을 만들었고 이로부터 PLS 양전자 선형가속기의 초기 변수들을 사용하여 PLS 사극자석의 배치를 살펴보기로 하였다. 초기조건으로 다음과 같은 변수들을 설정하였다. 즉,

$$\begin{aligned} \text{에너지 } E_0 &= 137.15 \text{ MeV,} \\ \epsilon &= 21.6743 \text{ mm.mrad,} \\ a &= 8 \text{ mm} \\ \ell &= 0.15 \text{ m} \\ E' = dE/dx &= 16.31236 \text{ MeV/m} \end{aligned}$$

이로부터 얻어진 결과가 그림 6에서 보여지고 있다. 그림 6에서 우선 처음의 두 waveguide로부터 나온 117.87MeV 빔이 137.15MeV까지 4개의 matching

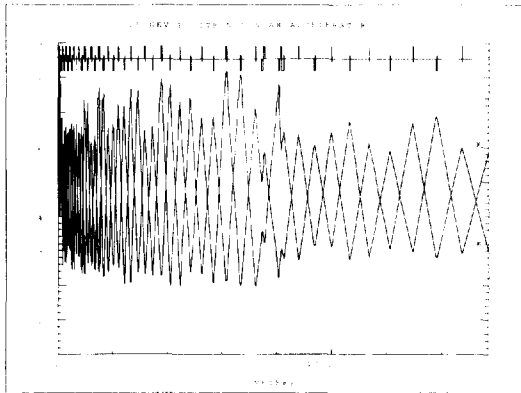


그림 6. PLS 양전자 선형가속기의 FODO system x, y 방향의 빔의 크기가 mm 단위에 의해 표시되어 있다.

사극자석에 의해 그 크기가 조정되어 있다. 그후로는 $B'=4.664\text{T/m}$ 인 FODO system이 1.3GeV까지 계속되어 있고 1.3GeV에서는 beam analyzing station이 있어 약 5m 정도의 공간을 두었으며 이로 인해 4개의 새로운 사극자석이 놓여진다. 이후 2.5 GeV까지 $B'=3.9027\text{T/m}$ 인 다른 FODO계가 연결이 된다. 표 1에서는 FODO 계의 상세한 배열을 보여 준다. 빔의 최대크기는 8mm 정도로 고정되어 있고 이는 선형 가속기 wave-guide의 최소 bore의 크기보다 작다. 1.3GeV까지 처음 2개의 waveguide를 제외하고는 모든 waveguide들이 서로 맞닿아 있고 beam analyzing system 이후의 waveguide들도 마찬가지로 맞닿아 있다.

4. 결 론

이상으로 양전자 선형가속기에서 양전자 포획 solenoid와 집속용 사극자석의 원리에 대해 살펴보았다. 이론적 바탕으로 PLS 양전자 선형가속기에 적용 하였으며 이로부터 얻어진 결과들을 제시하였다.

참 고 문 헌

- 1) G. Stange, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-26, No.3, June 1979, 4145-4148.
- 2) M. Yoon, LS-122, Argonne National Laboratory, June 1988.
- 3) O. Klemperer and M. E. Barnett, Electron Optics, 3rd Ed., Cambridge Univ. Pr. 1971
- 4) Argonne National Laboratory, 7 MeV Advanced Photon Source Conceptual Design Report
- 5) K. Steffen, High Energy Beam Optics, Interscience Publishers, 1965.