

다수 발전기계통의 계통행렬의 구조 및 계산알고리즘에 관한 연구

On the Structure of System Matrix of the Multimachine Systems with Constant Impedance Loads and Calculating Algorithm

權 世 燮* · 宋 吉 永**
(Sae-Hyuk Kwon · Kil-Yeong Song)

요 약

정임피던스로 부하를 표현할 경우의 다수 발전기계통의 계통행렬의 각 원소를 계산하는 체계적인 방법을 제시하였다. 동기발전기는 이축모델 또는 고전모델로 모델링 된 경우를 다루었다. 계통행렬의 각 부분행렬 원소들간의 상호관계를 규명하고 이를 이용하여 어떤 부분행렬의 계산결과를 다른 부분행렬의 계산에 이용하도록 한다. n 개 발전기계통에서 이축모델로 표현하는 발전기의 대수가 많을수록 더욱 유효한 계산알고리즘을 제시하였으며, 이를 9모선 계통에 적용예를 보였다.

Abstract- A systematic procedure for the elements of system matrix is suggested for the multimachine systems with constant impedance loads. Synchronous machines are represented by either a two-axis model or a classical model. The interrelationship of submatrices of system matrix has been investigated. Once elements of one submatrix are determined, they can be used to calculate the elements of the other submatrix. This algorithm is more effective as the number of generators modeled by a two-axis model increases. It is illustrated for 9-Bus multimachine system.

1. 서 론

전력계통에 작은 규모의 부하변동등 계통교란의 크기가 작을 때에는 초기동작점에서 새로운 동작점으로 이행되게 된다. 초기동작점에서 새로운 동

작점으로 이행되는 천이과정에서 진동현상이 발생한다. 초기동작점 및 새로운 동작점간의 상태변수의 변화가 작은 경우에서 계통의 동작특성을 조사하기 위해서 계통방정식을 초기 동작점에 대하여 선형화하여 상태공간 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{X} = A(X_0)X + B(X_0)U \quad (1)$$

계통 행렬 A 의 각원소는 초기상태벡터 X_0 에 관계가 있다. 동태안정도의 관점에서 각 원소는 상

*正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博
 **正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 接受日字 : 1989年 6月 13日
 1次修正 : 1989年 10月 4日

수이다. 식 (1)로 표시되는 계통의 동적특성 (Dynamic Property)은 계통행렬의 고유치 (Eigenvalue)를 계산하여 보면 판별할 수 있다. 여러개의 발전기가 포함된 전력계통을 특정동작점에 대하여 식 (1)과 같이 표현하여 A행렬의 각 원소를 구하는 체계적인 방법에 대하여 고찰한다. 전력계통내의 부하(Load)는 정임피던스(Constant Impedance), 정전류(Constant Current), 정전력(Constant Power) 및 이의 혼합형으로 표시할 수 있다. 여기서는 부하를 정임피던스로 보고 계통행렬의 각 원소를 체계적으로 구하는 방법을 논의하기로 한다. n개의 발전기계통에서 이축모델로 표현되는 발전기의 수 m이 커지면 커질수록 보다 더 효율적인 알고리즘을 제시하였다. 각 동기발전기는 이축모델(Two-axis Model) 또는 고전모델(Classical Model)로 모델링하였다. 참고문헌 [1]의 9개 모선계통의 초기동작점에 대하여 계통행렬 A를 구하는 경우를 예시하였다.

본 연구에서는 다수발전기계통의 동태안정도 해석시 식 (1)의 계통행렬 A의 구조를 명확히하여, 계통행렬을 몇개의 부분행렬로 분할하여 비영행렬(Non-zero Matrix)원소들의 상호관계를 이용하여 효과적으로 행렬원소를 구하는 방법을 다루었다. 이 방법은 참고문헌 [1]에 제시된 계산방법을 보다 더 체계화 한 것이다.

2. 다기계통의 정식화

그림1은 정임피던스 부하를 가진 전력계통을 축약하여 계통내의 n개 발전기 단자와 접속된 것을 나타낸다. 각 발전기의 전압 및 전류는 그림에 표시한 바와 같으며 이들은 각 발전기의 q축을 기준으로 하여 표시할 수 있으며, 또한 계통기준(System Reference)에 대하여 표시할 수도 있다. 식 (2)에 표시한 전압 및 전류페이서는 각 발전기 q축을 기준으로 하여 표시한 것이다. [1]

$$\left. \begin{aligned} \bar{V} &= [\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_n]^t \\ \bar{I} &= [\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_n]^t \end{aligned} \right\} (2)$$

각 발전기전압 및 전류페이서를 계통기준에 대하여 표시한 것을 식 (3)과 같이 표시하기로 한다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{V} &= [\hat{V}_1, \hat{V}_2, \dots, \hat{V}_n]^t \\ \hat{I} &= [\hat{I}_1, \hat{I}_2, \dots, \hat{I}_n]^t \end{aligned} \right\} (3)$$

초기 정상상태에서 전류 및 전압페이서는 식

(4)의 관계가 있으며 여기서 Y는 n개 발전기단자로 축약된 계통의 어드미턴스 행렬이다.

$$\bar{I} = Y\bar{V} \quad (4)$$

각 발전기 단자전압 및 전류페이서를 각 발전기 q축을 기준으로 했을 때와 계통 기준으로 했을 때의 상호관계를 그림 2에 나타냈다. 식 (5)는 두개의 기준표현간의 변환관계를 나타낸 것이다. 여기서 δ_i 는 계통기준에 대한 i-발전기의 q축의 위상각이다. 소문자 첨자 d 및 q는 발전기를 기준으로 한 것을 나타내며, 대문자첨자 D 및 Q는 계통기준에 대한 것을 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}_i &= e^{j\delta_i} \bar{V}_i \\ \hat{I}_i &= e^{j\delta_i} \bar{I}_i \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} (5)$$

식 (4)를 식 (5)의 관계를 이용하여 각 발전기 q축을 기준으로 한 전압 및 전류 페이서의 상호관계를 나타내도록 한 것이 식 (6)이다.

$$\bar{I} = (T^{-1}YT)\bar{V} = M\bar{V} \quad (6)$$

여기서

$$T = \text{diag}[e^{j\delta_1}, e^{j\delta_2}, \dots, e^{j\delta_n}]$$

식 (6)을 초기동작점에 대하여 선형화하면 식 (7)과 같다. 첨자 "0"는 초기 동작점을 의미하며, 첨자 "Δ"는 미소변화분을 의미한다. [1]

$$\bar{I}_\Delta = M_0 \bar{V}_\Delta + M_\Delta \bar{V}_0 \quad (7)$$

여기서 $M_0(i, k) = Y_{ik} e^{j\delta_{ki0}}$ 이고 Y_{ik} 는 어드미턴스 행렬 Y의 (i, k)위치의 원소이다. 행렬 M_Δ 의 대각원소는 모두 영이며, 비대각원소는 다음과 같다.

$$M_\Delta(i, k) = jY_{ik} e^{j\delta_{ki0}} \delta_{ki\Delta} \quad i \neq k \quad (8)$$

여기서

$$\delta_{ki\Delta} = \delta_{k0} - \delta_{i0}$$

식 (7)에서 발전기 i의 전류 $\bar{I}_{i\Delta}$ 에 대한 식은 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i\Delta} &= \sum_{k=1}^n Y_{ik} e^{j\delta_{ki0}} \bar{V}_{k\Delta} \\ &+ j \sum_{k=i+1}^n Y_{ik} e^{j\delta_{ki0}} \bar{V}_{k0} \delta_{ki\Delta} \end{aligned} \quad (9)$$

혼란의 우려가 없는 경우 $\bar{I}_{i\Delta}$, $\bar{V}_{k\Delta}$ 및 $\delta_{ki\Delta}$ 에서 첨자 "Δ"를 생략할 수 있다. 발전기 k 및 i의 위상각차 미소변화분 δ_{ki} 는 기준 발전기 r의 위상각에 대하여 표시한다.

$$\begin{aligned} \delta_{ki} &= (\delta_r - \delta_i) - (\delta_r - \delta_k) \\ &= \delta_{ri} - \delta_{rk} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 정리하면 식 (9)는 식 (11)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{I}_i &= \sum_{k=1}^n C_{ik} \bar{V}_k - j \sum_{k=1}^n C_{ik} \bar{V}_{k0} \delta_{rk} \\ &\quad + j \left(\sum_{k=1}^n C_{ik} \bar{V}_{k0} \right) \delta_{ri} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $C_{ik} = Y_{ik} e^{j\delta_{ki0}}$

식 (11)에서 만약 $i=r$ 이면 세번째 항은 존재하지 않는다. 식 (11)에서 \bar{I}_i , \bar{V}_{k0} , \bar{V}_k , Y_{ik} 및 $e^{j\delta_{ki0}}$ 는 복소 수량이고 δ_{rk} 및 δ_{ri} 는 실수량이다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_i &= I_{qi} + jI_{di} \\ \bar{V}_k &= V_{qk} + jV_{dk} \\ Y_{ik} &= G_{ik} + jB_{ik} \\ e^{j\delta_{ki0}} &= \cos \delta_{ki0} + j \sin \delta_{ki0} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

식 (11)의 복소수형태의 수식을 실수형태의 수식으로 바꾸면 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} &= \sum_{k=1}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} V_{qk} \\ V_{dk} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} V_{dk0} \\ -V_{qk0} \end{bmatrix} \delta_{rk} \\ &\quad - \left(\sum_{k=1}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} V_{dk0} \\ -V_{qk0} \end{bmatrix} \right) \delta_{ri} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서

$$[F_{ik}] = \begin{bmatrix} G_{ik} & -B_{ik} \\ B_{ik} & G_{ik} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_{ki0} & -\sin \delta_{ki0} \\ \sin \delta_{ki0} & \cos \delta_{ki0} \end{bmatrix}$$

3. 발전기 방정식

그림 1에 나타난 n 개 발전기중 1에서부터 m 까지의 발전기는 이축모델로 모델링하고, $(m+1)$ 에서부터 n 까지 $(n-m)$ 개의 발전기는 고전모델로

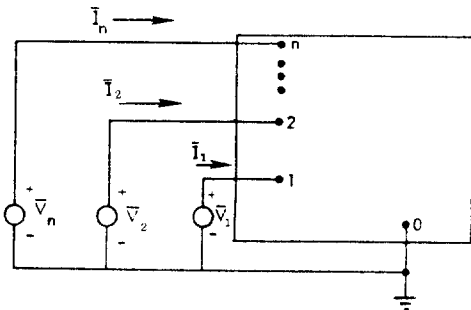


그림 1. 축약된 n-포트 회로망
Fig. 1 Reduced n-port Network

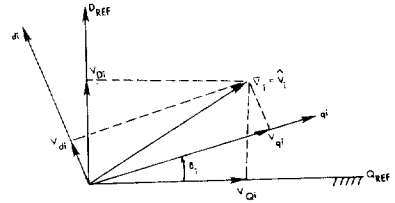


그림 2. 발전기 기준축 및 계통 기준축과의 관계
Fig. 2 Relationship between Generator Reference and System Reference

모델링한 경우를 생각하면 계통의 선형화된 미분 방정식은 다음과 같다.

이축모델

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau'_{doi} \dot{E}'_{qi} \\ \tau'_{qoi} \dot{E}'_{qi} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} + [X_i] \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \tau_i \dot{\omega}_i &= - [I_{qio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} \\ &\quad - [E'_{qio}, E'_{dio}] \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} - D_i \omega_i + T_{mi} \\ \dot{\delta}_i &= \omega_i \\ i &= 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (14-1)$$

여기서

$$[X_i] = \begin{bmatrix} 0 & (X_{di} - X'_i) \\ -(X_{qi} - X'_i) & 0 \end{bmatrix}$$

고전모델

$$\begin{aligned} \tau_i \dot{\omega}_i &= -E'_{io} I_{qi} - D_i \omega_i + T_{mi} \\ \dot{\delta}_i &= \omega_i \\ i &= m+1, m+2, \dots, n \end{aligned} \quad (14-2)$$

그림 1에 표시한 각 발전기 모선을 발전기 내부 모선으로 생각하고 발전기의 저항 및 발전기 직축과도 리액턴스 X'_{di} 가 이미 어드미턴스 행렬 계산시 고려되었다고 하면 식 (13)의 V_{qk} , V_{dk} 는 내부기전력의 q 및 d 성분 즉 E'_{qk} 및 E'_{dk} 와 같다. 식 (13)을 식 (14)에 치환하여 정리하면 다음과 같다.

이축모델

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau'_{doi} \dot{E}'_{qi} \\ \tau'_{qoi} \dot{E}'_{di} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^n [X_i] [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \\ &\quad + \sum_{k=1}^n [X_i] [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{dk0} \\ -E'_{qk0} \end{bmatrix} \delta_{rk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\sum_{k \neq i}^n [X_i][F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{qko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \right) \delta_{ri} + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \tau_i \dot{\omega}_i & = - [I_{oio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} \\
 & - [E'_{qio}, E'_{dio}] \sum_{k=1}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \\
 & - [E'_{qio}, E'_{dio}] \sum_{k=i}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk} \\
 & + [E'_{qio}, E'_{dio}] \left(\sum_{k \neq i}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qio} \end{bmatrix} \right) \delta_{ri} \\
 & - D_i \omega_i + T_{mi} \\
 \delta_i & = \omega_i \\
 i & = 1, 2, \dots, m \tag{15}
 \end{aligned}$$

식 (15)에서 $k \geq m+1$ 인 경우, 즉 k 번째 발전기가 고전모델로 모델링이 되는 경우에는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 0 \\ -E'_{ko} \end{bmatrix} \quad k \geq m+1 \tag{16}
 \end{aligned}$$

고전모델

$$\begin{aligned}
 i & = m+1, \dots, n \\
 \tau_i \dot{\omega}_i & = - [E'_{io}, 0] \sum_{k=1}^m [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \\
 & - [E'_{io}, 0] \sum_{k=i}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk} \\
 & + [E'_{io}, 0] \sum_{k \neq i}^n [F_{ik}] \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{ri} - D_i \omega_i + T_{mi} \\
 \delta_i & = \omega_i \tag{17}
 \end{aligned}$$

식 (15)에서 식 (17)까지의 미분방정식을 그림 3에서 보았다. 여기서 A'_{VV} 는 각 원소가 2×2 실수 행렬인 $m \times m$ 행렬이며, A'_{VA} 는 각 원소가 2×1 실수 행렬인 $m \times (m-1)$ 행렬이다. A'_{SV} 는 각 원소가 1×2 실수 행렬이고 A'_{SA} 는 $n \times (n-1)$ 행렬이다.

$$A'_{SS} = \text{diag}[-D_1, -D_2, \dots, -D_n]$$

$$A'_{AS} = \begin{matrix} & & & 1 & 2 & 3 & \cdots & r-1 & r & r+1 & \cdots & n \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \cdot \\ \cdot \\ r-1 \\ r+1 \\ \cdot \\ \cdot \\ n \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccccccc} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{array} \right]
 \end{matrix}$$

행렬 A'_{SS} 에서 D_i 는 발전기 i 의 제동상수(Damping Constant)이다. 여기서 행렬 A'_{SS} 및 A'_{AS} 는 초기동작점과는 전혀 관계가 없는 상수행렬이다. 그림 3의 부분행렬 A'_{VV} , A'_{VA} , A'_{SV} 및 A'_{SA} 의 각 원소는 식 (15) 및 식 (17)에서 유도하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & A'_{VV} \text{의 } (i, k) \text{ 위치의 원소 } A'_{VV}(i, k) \\
 & A'_{VV}(i, k) = [X_i][F_{ik}] \quad i \neq k \\
 & A'_{VV}(i, i) = [X_i][F_{ii}] - U_2 \\
 & i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, m \tag{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & A'_{SV} \text{의 } (i, k) \text{ 위치의 원소 } A'_{SV}(i, k) \\
 & A'_{SV}(i, k) = -[e_{io}][F_{ik}] \quad i \neq k \\
 & A'_{SV}(i, i) = -[e_{io}][F_{ii}] - [I_{qio}, I_{dio}] \\
 & e_{io} = [E'_{qio}, E'_{dio}] \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & e_{io} = [E'_{io}, 0] \quad i = m+1, \dots, n \\
 & k = 1, 2, \dots, m \tag{19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & A'_{VA} \text{의 } (i, k) \text{ 위치의 원소 } A'_{VA}(i, k) \\
 & A'_{VA}(i, k) = [X_i][F_{ik}][e'_{ko}] \quad i \neq k \\
 & A'_{VA}(i, i) = - \sum_{k \neq i}^n [X_i][F_{ik}][e'_{ko}] \\
 & i = 1, 2, \dots, m \\
 & k = 1, 2, \dots, r-1, r+1, \dots, n \tag{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [e'_{ko}] & = \begin{bmatrix} E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \quad k = 1, \dots, m \\
 [e'_{ko}] & = \begin{bmatrix} 0 \\ -E'_{ko} \end{bmatrix} \quad k = m+1, \dots, n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & A'_{SA} \text{의 } (i, k) \text{ 위치의 원소 } A'_{SA}(i, k) \\
 & A'_{SA}(i, k) = -[e_{io}][F_{ik}][e'_{ko}] \quad i \neq k \\
 & A'_{SA}(i, i) = [e_{io}] \sum_{k \neq i}^n [F_{ik}][e'_{ko}] \\
 & i, k = 1, \dots, r-1, r+1, \dots, n \tag{21}
 \end{aligned}$$

식 (13)에서 정의된 2×2 실수 행렬 F_{ik} 는 식 (22)와 같이 간단하게 계산할 수 있으며 F_{ki} 도 F_{ik} 를 구하는 과정에서 간단히 계산할 수 있다.

F_{ik} 가 두 개 행렬의 합(sum)이라면 F_{ki} 는 동일한 두 개 행렬의 차(difference)이다. 즉 a, b, c 및 d 의 4개를 결정하면 $(a-c)$, $(a+c)$, $(b+d)$ 및 $(b-d)$ 만 계산하면 F_{ik} 및 F_{ki} 둘 모두가 결정된다. 행렬 F_{ii} 는 초기위상각과는 관계없이 i -발전기의 자기어드미턴스 G_{ii} 및 B_{ii} 로 구성할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned}
 [F_{ik}] & = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c & -d \\ d & -c \end{bmatrix} \\
 [F_{ki}] & = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -c & -d \\ d & -c \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 a &= G_{ik} \cos \delta_{kio} \\
 b &= B_{ik} \cos \delta_{kio} \\
 c &= B_{ik} \sin \delta_{kio} \\
 d &= G_{ik} \sin \delta_{kio}
 \end{aligned}$$

식 (18)과 식 (20)을 관찰하면 식 (18)에서 이미 계산된 결과를 식 (20)에서 이용할 수 있다. 식 (20)의 부분행렬의 원소들은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 A'_{VA}(i, k) &= A'_{VV}(i, k)[e'_{ko}] \quad i \neq k, k \leq m \\
 A'_{VA}(i, k) &= [X_i][F_{ik}][e'_{ko}] \quad i \neq k, k > m \\
 A'_{VA}(i, i) &= - \sum_{k \neq i}^n A'_{VA}(i, k) \quad (23)
 \end{aligned}$$

식(19)와 식 (21)을 관찰하면 역시 식 (19)에서 이미 한번 계산한 결과를 식(21)에 이용할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 A'_{SA}(i, k) &= A'_{SV}(i, k)[e'_{ko}] \quad i \neq k, k \leq m \\
 A'_{SA}(i, k) &= -[e_{io}][F_{ik}][e'_{ko}] \quad i \neq k, k > m \\
 A'_{SA}(i, i) &= - \sum_{k \neq i}^n A'_{SA}(i, k) \quad (24)
 \end{aligned}$$

이상 식 (23) 및 식 (24)에서 그림 3의 각 부분

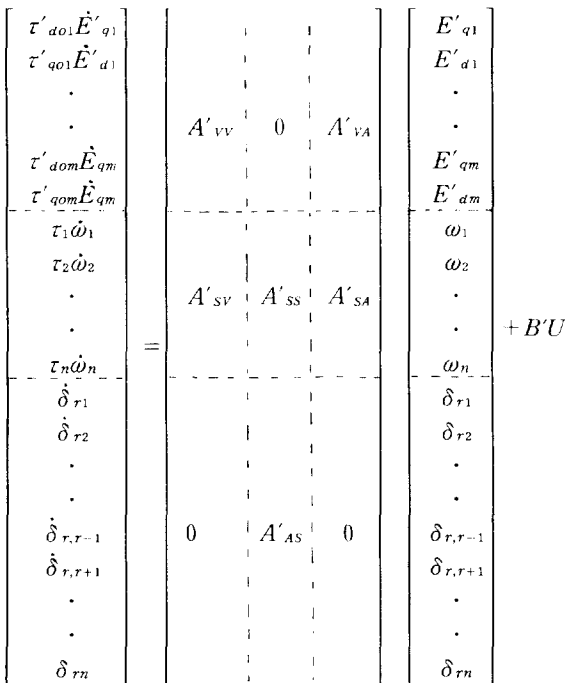


그림 3 계통의 선형화된 미분방정식과 계통 행렬 A'의 구조

Fig 3 Linearized System Differential Eqmation and the Structure of System Matrix A'

행렬 원소간의 관계식을 유도하였다. A'_{VV} 및 A'_{SV} 계산과정에서 이미 계산된 원소들을 A'_{VA} 및 A'_{SA}의 원소 계산과정에서 이용할 수 있다.

4. 수치계산례

그림 3 및 식 (18)에서 식 (24)까지를 근거로 참고문헌[1]에 예시된 9모선 계통에 대한 수치계산례를 들어 연구의 알고리즘을 설명한다. 그림 4는 9모선계통의 단선결선도이다. 표1에 주어진 초기동작점 및 발전기정수를 보였다. 발전기 내부전압에 대하여 축약된 계통의 Y행렬은 식 (25)와 같다. 발전기 1은 고전모델로, 발전기 2 및 3은 이축모델로 모델링 하였으며, 발전기 1의 위상각을 기준으로 하였다. 우선 모든 부분행렬 원소의 계산의 기본이 되는 F행렬의 각 원소를 식 (22)로 구한다. F_{23}, F_{21} 및 F_{31}을 구하면 F_{32}, F_{12} 및 F_{13}는 식 (22)로 간단히 계산된다.

$$Y = \begin{matrix} & & 2 & & 3 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .4200-j2.7238 & .2133+j1.0879 \\ .2133+j1.0879 & .2770-j2.3681 \\ .2871+j1.5129 & .2096+j1.2256 \end{bmatrix} & & & \\ & & & 1 & \\ & & & .2871+j1.5129 & \\ & & & .2096+j1.2256 & \\ & & & .8455-j2.9883 & \end{matrix} \quad (25)$$

표 1 발전기정수 및 초기치
Table 1 Machine Parameters Initial Values

발전기 정수 및 초기치	발전기1 (고전모델)	발전기2 (2축모델)	발전기3 (2축모델)
H(sec)	23.64	6.4	3.01
$\tau_J = 2H\omega_R$ (P.U)	17,824.14	4,825.4863	2269.4865
τ'_{a0} (P.U)	3377.8404	2261.9467	2220.4777
τ'_{q0} (P.U)	0	201.69	226.19
$X_d - X'_d$ (P.U)	.0852	.7760	1.1312
$X_q - X'$ (P.U)	.0361	.7447	1.0765
E'_{q0} (P.U)	—	.7882	.7679
E'_{d0} (P.U)	—	-.6940	-.6668
I_{q0} (P.U)	.6780	.9320	.6194
I_{d0} (P.U)	-.2872	-1.2902	-.5615
δ_{0i} (deg)	2.2717°	61.0975°	54.1431°
E_n (P.U)	1.0566	—	—

$$[F] = \begin{matrix} & & 2 & & 3 & & 1 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc|ccc} & & & & & & & & \\ .4200 & 2.7238 & & .3434 & -1.0541 & 1.4430 & -.5375 & \\ -.23238 & .4200 & & 1.0541 & .3434 & .5375 & 1.4430 & \\ .0800 & -1.1057 & & .2770 & 2.3681 & 1.0935 & -.5918 & \\ -1.1057 & .0800 & & -2.3681 & .2770 & .5918 & 1.0935 & \\ -1.1458 & -1.0287 & & -.8347 & -.9216 & .8455 & 2.9833 & \\ 1.0287 & -1.1458 & & .9216 & -.8347 & -2.9833 & .8455 & \end{array} \right] & (26) \end{matrix}$$

그림 3의 각 부분행렬은 다음과 같다.

$$A'_{VV} = \begin{pmatrix} X_2 F_{22} & X_2 F_{23} \\ X_3 F_{32} & X_3 F_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_2 & 0 \\ 0 & U_2 \end{pmatrix}$$

$$A'_{SA} = \begin{bmatrix} e_{20}(F_{21}e'_{10} + F_{23}e'_{30}) & (-e_{20}F_{23})e'_{30} \\ (-e_{30}F_{32})e'_{20} & e_{30}(F_{31}e'_{10} + F_{32}e'_{20}) \\ (-e_{10}F_{12})e'_{20} & (-e_{10}F_{13})e'_{30} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} -3.1137 & .3259 & .8180 & .2665 \\ -.3128 & -3.0284 & -.2557 & .7850 \\ 1.2508 & .0905 & -3.6788 & .3133 \\ -.0861 & 1.1903 & .2982 & -3.5493 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2.6341 & -1.1284 \\ -1.1803 & 2.4309 \\ -1.6969 & -1.3358 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$A'_{VA} = \begin{pmatrix} -X_2(F_{21}e'_{10} + F_{23}e'_{30}) & (X_2 F_{23})e'_{30} \\ (X_3 F_{32})e'_{20} & -X_3(F_{31}e'_{10} + F_{32}e'_{20}) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.9332 & -.7501 \\ .8552 & -.4323 \\ -.9394 & 2.2463 \\ -.8784 & 1.5516 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$A'_{SV} = \begin{bmatrix} -e_{20}F_{22} & -e_{20}F_{23} \\ -e_{30}F_{32} & -e_{30}F_{33} \\ -e_{10}F_{12} & -e_{10}F_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q20} & I_{a20} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{q30} & I_{a30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} \begin{bmatrix} -3.1534 & -.5652 & .4609 & 1.0692 \\ .6758 & .9024 & -2.4112 & -1.0723 \\ 1.2107 & 1.0869 & .8194 & .9738 \end{bmatrix} \quad (29)$$

계통행렬 A

$$10^{-4} \begin{bmatrix} -13.766 & 1.4408 & 3.6164 & 1.1782 & 0 & 0 & 0 & 8.5466 & -3.3162 \\ -15.509 & -150.15 & -12.678 & 38.921 & 0 & 0 & 0 & 42.402 & -21.434 \\ 5.6330 & .40757 & -16.568 & 1.4110 & 0 & 0 & 0 & -4.2306 & 10.116 \\ -3.8065 & .52624 & -13.184 & -156.92 & 0 & 0 & 0 & -38.835 & 68.597 \\ -6.5349 & -1.1713 & .95514 & 2.2157 & -2.0723D_2 & 0 & 0 & 5.4587 & -2.3384 \\ 2.9778 & 3.9762 & -10.624 & -4.7249 & 0 & -4.4063D_3 & 0 & -5.2007 & 10.811 \\ .67925 & .60979 & .49480 & .54632 & 0 & 0 & -.56104D_{11} & -.95202 & -.74943 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & -10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & -10000 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식 (27)의 비대각원소들 X_2F_{23} 와 X_3F_{32} 을 계산한 후 식 (28)의 비대각 원소를 $(X_2F_{23})e'_{30}$ 및 $(X_3F_{32})e'_{20}$ 로 바로 계산할 수 있다.

식 (29)의 비대각원소 $-e_{20}F_{23}$, $-e_{30}F_{32}$, $-e_{10}F_{12}$, $-e_{10}F_{13}$ 를 일단 계산한 후 식 (30)의 비대각원소를 e'_{20} 또는 e'_{30} 를 오른쪽에서 곱하여 계산한다. 식 (30)의 대각요소도 식 (28)의 비대각요소 계산시의 $(F_{21}e'_{10} + F_{23}e'_{30})$ 및 $(F_{21}e'_{10} + F_{23}e'_{20})$ 를 이용하여 e_{20} 또는 e_{30} 를 왼쪽에서 곱하여 계산한다.

이상 예시한 계산절차로 앞 단계에서 이미 계산된 결과의 일부를 그 뒤 단계 계산에서 이용할 수 있음을 보였으며 식 (27)~식 (30)의 부분행렬을 그림 3의 위치에 배열한다. 최종단계로 그림 3의 각 시정수 τ'_{doi} , τ'_{qoi} 또는 τ_i 로 해당되는 행을 나누어주면 계통행렬의 각 원소가 결정된다. 표 1에 제시한 해당 시정수로 나눈후의 계통행렬은 다음과 같다.

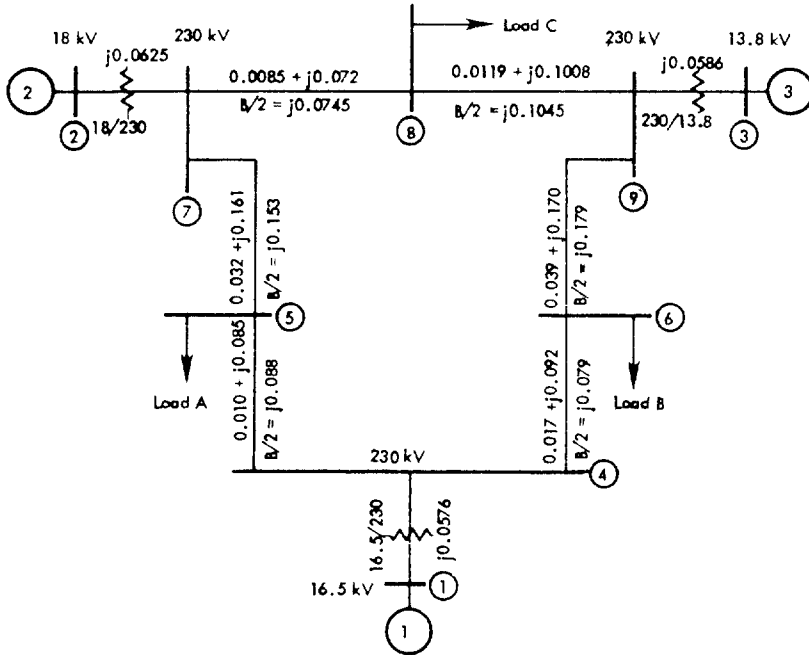


그림 4 9모선 계통의 단선결선도
 Fig. 4 One-line Diagram of 9-Bus System

5. 검토 및 결론

이상의 수식유도 및 수치예를 통하여 그림 3의 부분행렬 계산에서 A'_{vA} 의 원소의 일부는 이미 계산된 A'_{VV} 원소를 이용할 수 있으며, A'_{SA} 원소 계산시는 A'_{SV} 및 A'_{VA} 계산시의 계산결과를 이용할 수 있다는 사실을 관찰할 수 있다. A'_{VV} 의 대각 2×2 원소들은 발전기 내부 전압모션에서 분 자기 어드미턴스에서 직접적으로 계산할 수 있다. 초기 동작점을 다르게 하더라도 자기어드미턴스가 변화하지 않는다면 이 원소들도 변화하지 않는다. 그림 3의 모든 부분행렬이 계산된 후 각 행에 상응하는 τ'_{doi} , τ'_{qoi} 또는 τ_i 로 나누어주면 식 (1)의 계통행렬의 모든 원소를 구할 수 있다.

n 개 발전기의 전력계통에서 m 개의 발전기를 이 축모델로 모델링을 하고 m 이 상당히 클 경우는 그만큼 많은 계산결과를 이용할 수 있으므로 m 이

n 에 가까울수록 더 능률적인 일거리들이다. 다수 발전기계통의 동태안정도 해석시 계통행렬의 각 부분행렬 원소들의 상호관련성 및 이를 이용한 계산방법을 제시하고 수치계산례를 통하여 참고문헌 [1]의 계산과정과 비교하여 보면 제시된 계산방법이 보다 더 능률적인것으로 생각된다.

이 논문은 1988년도 문교부지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

[1] P.M. Anderson and A.A. Fouad, Power System Control and Stability, Iowa State Press, 1977.