

# 선형계의 차수 및 파라미터 추정을 위한 Walsh함수 접근

## An Approach to Walsh Functions for Estimation of Order and Parameters of Linear Systems

安斗守\* · 裴鍾一\*\* · 李明珪<sup>§</sup>  
(Doo-Soo Ahn · Jong-il Bae · Myung-Kyu Lee)

### 요 약

일반적으로 입·출력 데이터로부터 시스템을 모델링하기 위해서는 다음의 두 단계를 거친다. 먼저 그 모델의 형태를 결정하고, 다음으로 입·출력의 관계로부터 적합한 파라미터를 추정해야한다. 본 논문에서는, 단일항 Walsh 함수를 이용하여, 입·출력의 관계로부터 선형계의 차수 및 파라미터를 동시에 추정하는 방법을 연구하였다. 모델의 차수는, Desai와 Fairman에 의해 정의된, 오차함수를 최소화 하도록 결정되며, 이때 미지의 시스템 파라미터는 최소자승법에 의해 반복적으로 추정된다.

**Abstract-**System modeling from input-output data is generally carried out in two steps. The first step is to determine the form of the model. In the second step, the parameters of the model in an appropriate form are estimated from input-output data. This paper presents a method, via single term Walsh functions, for simultaneous estimation of the order and the parameters of linear systems from input-output data. The estimation of the model order is based on minimizing an error function, which is defined by Desai and Fairman. Unknown system parameters are recursively estimated by the least square method.

### 1. 서 론

Walsh함수<sup>1)</sup>의 유용성은 실시간 신호처리의

응용에서 또한 연속 시스템 모델을 위한 파라미터 추정등의 응용에 있어서 잘 나타나 있다.

실시간 데이터 처리에서 Walsh함수는 컴퓨터 처리상 잇점이 있는데 이는 표본화된 연속 시간 신호들에 대한 Walsh계수들을 계산하는데 있어서 곱셈 연산을 할필요가 없고 고속변환 연산(FWT)이 유효하기 때문이다.<sup>2),3)</sup>

시스템의 해석과 합성을 위한 Walsh함수의 응용은 Corrington에 의해 암시된 바 있고, Chen과

\*正 會 員：成均館大 工大 電氣工學科 教授·工傳

\*\*正 會 員：釜山工業大學 電氣工學科 專任講師

§正 會 員：成均館大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字：1988年 4月22日

1次修正：1988年 10月22日

2次修正：1988年 12月30日

Shiao에 의해 이용 되었다.<sup>4),5)</sup>

이제까지 대부분의 Walsh함수를 이용한 연구는 고차의 적분을 위한 연산 행렬을 이용하여야 만 되었다. 이때의 문제점은 고차 행렬의 역변환을 포함하거나 아니면 작은 행렬들의 수많은 역변환과 Kronecker곱이 필요하게되어 반올림 오차나 절단 오차가 따르게 된다는 점이다.

Walsh함수의 도입시 적은 전개항으로 정확한 해를 얻기위한 방법으로, Bohn은 교번하는 입·출력의 관계로부터 계의 해석 및 식별을 위해 Walsh Fourier법을 이용하였다.<sup>6),7)</sup>

먼저 Walsh함수를 SAL(정현대칭 성분의 Walsh함수), CAL(여현대칭 성분의 Walsh함수)로 분리하고, 각각의 적분을 위한 연산행렬을 정의하여 이용하므로써 입·출력이 주기성을 갖는 시스템에 효율적으로 이용할 수 있음을 제시하였다.

이후 P. Rao는 1980년에 Walsh함수의 정의 구간인 시간구간[0,1)에 관계없이 부분적으로 연속인 해를 얻기 위한 Walsh함수의 단일항 접근 방법을 고안해냈다.<sup>8)</sup>

이를 이용하므로써 Rao는 Walsh와 block-pulse함수의 불편한 점을 제거할 수 있게 되었으며, Walsh함수의 이용방법에서문제가 되었던 Kronecker 곱과 적분을 위한 Walsh연산 행렬이 필요치 않게 되었다.<sup>9),11)</sup>

선형계의 시스템의 식별을 위한 Walsh함수의 이용은 이미 많은 연구에서 언급되어 왔다. 이들의 대부분의 연구는 모델의 차수는 이미 알고 있다고 전제된 상태에서 단지 그 시스템의 파라미터를 식별하는 문제만을 다루고 있다.

입·출력의 데이터로부터 시스템을 모델링 하기 위해서는 2단계가 필요하다. 먼저 모델의 형태를 결정해야 하고, 다음 그 모델에서의 파라미터들을 추정해 내야한다.

본 연구는 선형 다변수계의 차수 및 파라미터를 결정하기 위하여 Walsh함수를 도입한다. 파라미터의 추정 방법으로, 먼저 이산 시간 모델의 파라미터들을 추정해낸 다음 그에 동등한 연속 시간 모델의 파라미터들을 결정하는 방법과는 달리, 본 연구의 방법은, 입·출력의 표본치들로부터 직접 시연속 선형계의 차수 및 파라미터들을 동시에 결정하는 문제를 다룬다.

계의 차수는 Deasai와 Fairman<sup>16)</sup>에 의해 정의된 오차 함수를 최소화하도록 결정하고, 미지의 시스템 파라미터는 최소자승법에 의해 데이터가 추가될

때마다 수정되도록 한다.

또한 이러한 연구에 Walsh함수의 단일항 전개에 의한 접근 방법을 시도하고자 한다.

## 2. Walsh 함수에 의한 급수전개

구간 [0, 1)에서 적분가능한 임의 함수  $y(t)$ 는 Fourier 급수나 멱급수에 의하여 전개되는 것처럼 Walsh함수로 다음과 같이 전개된다<sup>11-15)</sup>

$$y(t) = \sum_{i=0}^{m-1} y_i \phi_i(t) \tag{2.1}$$

$$= \mathbf{y} \boldsymbol{\phi}(t) \tag{2.2}$$

단,  $\mathbf{y} = [y_0 \ y_1 \ \dots \ y_{m-1}]$

$$\boldsymbol{\phi}(t) = [\phi_0(t) \ \phi_1(t) \ \dots \ \phi_{m-1}(t)]^T$$

식 (2.2)에서처럼 임의의 함수의 적분함수 역시 Walsh 함수로 전개될 수 있으며 적분을 위한 Walsh 연산 행렬(P)을 이용하여 적분함수를 표현하면 다음과 같다.<sup>4), 5), 12)</sup>

$$\int y(t) dt = \mathbf{y} \int \boldsymbol{\phi}(t) dt = \mathbf{y} \mathbf{P} \boldsymbol{\phi}(t) \tag{2.3}$$

그런데 구간 [0, 1)은 m개의 구간으로 세분되며 그구간에서의 함수는 상수값을 취하게 되는데, 이때 함수는 각구간에서 부분적으로 연속인 상수값을 취하게 되며, 이는 세부구간 즉 샘플링 구간을 작게 했다고하면, [0, 1)에서 m개의 Walsh함수 전개에 의한 결과는 각세부구간에 대하여 Walsh 함수의 단일항을 적용한 결과와 같은 효과를 얻을 수 있음을 의미한다.<sup>8), 11)</sup>

따라서  $\tau = mt$ 로 스케일링하면  $t \in [0, 1/m)$  일때  $\tau \in [0, 1)$  이 된다.

첫번째 세부구간에서  $y(\tau)$ 와  $\dot{y}(\tau)$ 를 다음과 같이 Walsh함수의 단일항 전개하자.

$$y(\tau) = y_1 \phi_0(\tau) \tag{2.4}$$

$$\dot{y}(\tau) = z_1 \phi_0(\tau) \tag{2.5}$$

라 하면 계수  $y_1$ 과  $z_1$ 은 양변에  $\phi_0(\tau)$ 를 곱하고 적분을 취하므로써 얻어진다.<sup>8), 9)</sup>

$$y_1 = \int_0^1 y(\tau) \phi_0(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^1 y(\tau) d\tau \quad (\because \phi_0(\tau) = 1) \quad (2.6)$$

$$z_1 = \int_0^1 \dot{y}(\tau) \phi_0(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^1 \dot{y}(\tau) d\tau$$

$$= y(1) - y(0) \quad (2.7a)$$

즉,  $y(1) = z_1 + y(0)$  (2.7b)

그리고  $y(\tau) = \int \dot{y}(\tau) d\tau + y(0)$  이므로

$$y_1 \phi_0(\tau) = z_1 \int_0^1 \phi_0(\tau) d\tau + y(0) \phi_0(\tau) \quad (2.8a)$$

즉,  $y_1 = \frac{1}{2} z_1 + y(0)$  (2.8b)

여기서  $y(0)$ 는 초기조건이다. 따라서 임의의 세부구간  $k$ 번째에 대하여는 식 (2.7), (2.8)로부터

$$y_k = \frac{1}{2} z_k + y(k-1) \quad (2.9)$$

$$y_k = z_k + y(k-1) \quad (2.10)$$

으로 반복적인 계산에 의해 각 구간에서의 값이 결정됨을 알 수 있다.

### 3. 단일항 Walsh 함수를 이용한 계의 차수 및 파라미터 결정

주어진 입·출력의 관계로부터, 다음으로 표현되는 시스템의 차수 및 파라미터 추정을 생각하자.

$$\frac{d^n}{dt^n} y(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \frac{d^i}{dt^i} u(t) \quad (3.1)$$

시간  $t \in [0, 1/m)$ 에 대하여 Walsh 함수의 단일항 전개에 의한 결과는  $t \in [0, 1)$ 에 대하여 Walsh 함수  $m$ 개 항으로 유한급수 전개에 의한 효과와 같다.<sup>8), 9)</sup>

그런데 Walsh 함수는  $t \in [0, 1)$ 에서 정의되므로,  $t \in [0, 1/m)$ 에 대하여 Walsh 함수의 단일항 전개를 위해서는  $\tau = mt$ ,  $\tau \in [0, 1)$ 로 스케일링하여야 한다.<sup>10), 11)</sup> 그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{d^n}{dt^n} y(t) + \sum_{i=0}^{n-1} \hat{a}_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \hat{b}_i \frac{d^i}{dt^i} u(t) \quad (3.2)$$

단,  $\hat{a}_i = a_i / m^{n-i}$ ,  $\hat{b}_i = b_i / m^{n-i}$

식 (3.2)를 Walsh 함수 단일항으로 표현하면,

$$y_1^n \phi_0(\tau) + \sum_{i=0}^{n-1} \hat{a}_i y_1^i \phi_0(\tau)$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \hat{b}_i u_1^i \phi_0(\tau) \quad (3.3)$$

단,  $\frac{d^i}{dt^i} y(t) = y_1^i \phi_0(\tau)$ ,  $\frac{d^i}{dt^i} u(t) = u_1^i \phi_0(\tau)$

$y_1^i$ 는  $t \in [0, 1/m)$  즉  $\tau \in [0, 1)$ 에서  $\frac{d^i}{dt^i} y(\tau)$ 를 Walsh 함수 단일항 전개에 의한 계수이며, 첨자 1은  $t \in [0, 1/m)$ 의 구간을 의미한다.

$y_1^i$ 는 출력  $y(\tau)$ 의 단일항 계수로 다음과 같이 결정된다.

즉,  $y(t) = y_1^0 \phi_0(\tau)$ 에서, 양변에  $\phi_0(\tau)$ 를 곱하고 적분을 취하면

$$y_1^0 = \int_0^1 y(\tau) \phi_0(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^1 y(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

그리고  $y(\tau) = \int \frac{d}{dt} y(\tau) d\tau + y(0)$  이므로

$$y_1^0 \phi_0(\tau) = \int y_1^1 \phi_0(\tau) d\tau + y^0(0) \phi_0(\tau)$$

$$= \frac{1}{2} y_1^1 + y^0(0) \quad (3.5a)$$

즉,  $y_1^1 = 2 \{ y_1^0 - y^0(0) \}$  (3.5b)

여기서  $y^0(0)$ 는 초기조건으로  $y^0(0) = y(0)$ 이다.

또한  $y_1^1 = \int_0^1 \frac{d}{dt} y(\tau) \phi_0(\tau) d\tau$

$$= y^*(1) - y^*(0) \quad (3.6a)$$

즉,  $y^*(1) = y_1^1 + y^*(0)$  (3.6b)

$y^*(1)$ 은  $y(\tau=1)$ 이며 첨자 0을 표시한 것은 다음 구간  $t \in [1/m, 2/m)$ 에서 초기값으로 이용됨을 표시한

다. 식 (3.5)와 (3.6)의 관계를  $k$ 번째 세부구간  $t \in [(k-1)/m, k/m)$ 에 대하여 생각하면 다음과 같 이 쓸 수 있다.

$$y_k^1 = 2 \{y_k^0 - y^0(k-1)\} \quad (3.7)$$

$$y^0(k) = y_k^1 + y^0(k-1), k=1, 2, \dots \quad (3.8)$$

또한  $i$ 번째 도함수  $\frac{d^i}{dt^i} y(t) = y_i^f \phi_i(t)$ 에 대하여 고려 하면, 식 (3.5)와 (3.6)의 관계로부터

$$y_i^f = 2 \{y_i^{f-1} - y^{f-1}(0)\} \quad (3.9)$$

$$y^{f-1}(1) = y_i^f + y^{f-1}(0), i=1, 2, \dots \quad (3.10)$$

따라서 식 (3.7), (3.8)과 (3.9), (3.10)을 종합하 면 다음의 결과 식을 얻을 수 있다.

$$y_k^i = 2 \{y_k^{i-1} - y^{i-1}(k-1)\} \quad (3.11)$$

$$y^{i-1}(k) = y_k^i + y^{i-1}(k-1), i, k=1, 2, \dots \quad (3.12)$$

각각의  $k$ 값에 대해 즉,  $k$ 번째 구간에서  $i$ 를 반복하 므로써  $n$ 차 까지의 도함수에 대한 Walsh함수의 단 일항 전개에 대한 계수  $y_k^i$ 를 얻을 수 있다.  $k$ 번째 구간에 대하여 식 (3.3)을 파라미터  $\hat{a}_i, \hat{b}_i$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$S_k f = h_k, t \in [(k-1)/m, k/m) \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } S_k &= [y_k^{n-1}, y_k^{n-2}, \dots, y_k^0, \dots, -u_k^{n-1}, \dots, -u_k^n] \\ f &= [\hat{a}_{n-1}, \hat{a}_{n-2}, \dots, \hat{a}_0, \hat{b}_{n-1}, \dots, \hat{b}_0]^T \\ h_k &= -y_k^n \end{aligned}$$

따라서 이용가능한  $k$ 개의 입·출력의 샘플들에 대 하여 미지의 파라미터들은 다음의 최소 자승법<sup>13),14)</sup>에 의해 구할 수 있다. 단, 미지 파라미터의 수가  $2n$  개 이므로 위 식이 선형독립이 되기 위해서는  $k \geq 2n$  의 조건을 만족하여야 한다.

$$Sf = h \quad (3.14a)$$

$$f = [S^T S]^{-1} S^T h \quad (3.14b)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } S &= [S_1^T S_2^T \dots S_k^T]^T \\ h &= [h_1 h_2 \dots h_k]^T \end{aligned}$$

시스템의 차수는 이용가능한 입·출력의 데이터가 주어지는 구간  $[0, T)$ 에서 보조구간  $[0, T_j) j=1, 2, \dots T_j \in [0, T)$ 에 대해서도 시스템 파라미터  $a_i, b_i$ 는 시불변(time-invariant)이므로 각각의 보조구간에서 추정된 파라미터가 일정한 값으로 수렴하는가를 봄 으으로써 결정할 수 있다.<sup>15),16)</sup>

여기서 임의의 구간에서 추정된 파라미터들 즉  $f_j$ 의 값을 비교하기 위하여 다음과 같은 오차함수를 도입한다.

$$E(n) = \sum_{j=0}^p \|f_{j+1} - f_j\| \quad (3.15)$$

위 식은 시스템이  $n$ 차라고 가정하고  $j+1$ 번째와  $j$ 번째 보조구간에서 각각의 추정 파라미터  $f_{j+1}$ 와  $f_j$ 의 오차의 합을 나타내고 있다.

원래의 시스템 차수가  $n^*$ 라하면 각 보조구간에서 추정된 파라미터들 즉  $f_j$ 의 값은 일정한 값으로 유지되고 위 식은 0으로 수렴하게 된다.  $n=1, 2, \dots$ 에 대하여 오차함수를 비교하게 될 때  $n^*$ 에 서 오차함수가 0에 가까운 값으로 수렴한다고 하면 그 시스템의 차수를  $n^*$ 차라고 결정한다.

#### 4. 시뮬레이션

##### 적용예 4.1

입·출력이 다음으로 주어진 시스템의 차수 및 파 라미터를 결정하는 문제를 생각하자.

$$u(t) = \sin(t)$$

$$y(t) = -.5 \exp(-t) - .5 \sin(t) + .5 \cos(t)$$

샘플링구간을 1/100 즉  $m=100$ 으로 하고,  $t \in [0, 1)$ 에서 파라미터를 추정하고 1/100 마다 추가되는 데이터들을 이용하여  $n=1$ 에 대하여 연속적으로 파 라미터를 추정한 결과가 그림 1.1에 나타나 있다. 그림을 보면  $a, b$ 가 각각 1, -1에 수렴하고 있음 을 알 수 있다.

그림 1.2는  $n=2$ 로 했을 때의 결과이다. 여기에 서는 추정된 파라미터 값들이  $b_1$ 을 제외 하고는 일 정한 값에 수렴되지 못하고 있다.

또한  $t \in (0, 2)$  구간에서의  $E(1)=0.41317E-08$ 이 며,  $E(2)=0.11858E+01$ 이다. 따라서 이러한 결 과를 볼 때 이 시스템은 1차계이며 시스템 파라메 터는  $a=1, b=-1$ 임을 알 수 있다.

본 예에서 예로든 원래의 시스템은 다음과 같다.

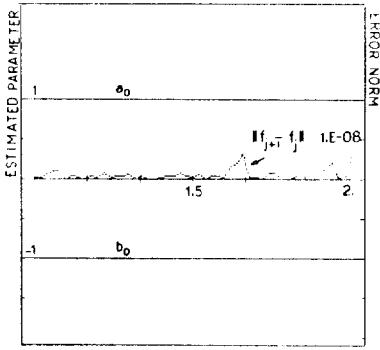


그림 1.1  $n=1, m=100$  일 때  
 예 4.1의 추정 파라미터 및 오차  
**Fig. 1.1** Estimated parameters and error norm  
 in example 4.1 where  $n=1, m=100$ .

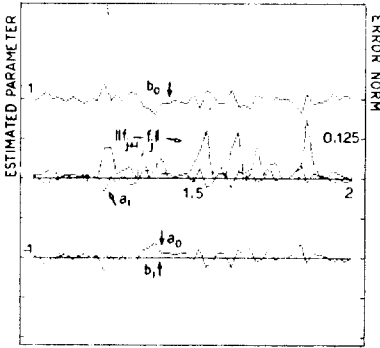


그림 1.2  $n=2, m=100$  일 때  
 예 4.1의 추정 파라미터 및 오차  
**Fig. 1.2** Estimated parameters and error norm  
 in example 4.1 where  $n=2, m=100$ .

$$\frac{d}{dt} y(t) + y(t) = -u(t)$$

적용예 4.2

입·출력이 다음과 같은 시스템을 예로 들어 보자.

$$u(t) = \sin(t)$$

$$y(t) = -1.5\exp(-t) + 8\exp(-2t) + 1\sin(t) + 7\cos(t)$$

샘플링 구간을 1/50으로 하고  $t \in [0, 1]$ 에서 50

개의 데이터를 이용하여 파라미터를 추정하고 이후 매 1/50 초마다 추가되는 데이터를 이용 연속적으로 추정한 파라미터와 그에 대한 오차가 그림 2.1, 2.2에 주어져 있다.

그림 2.1은  $n=1$  즉 1 차계로 하고 추정한 결과이고, 그림 2.2는  $n=2$ 로 즉 2 차계로 가정하였을 때의 결과이다.

그림 2.1에서보면 파라미터  $a, b$ 가 선형적으로 변하고 있다. 파라미터가 시변(time-varying)이라고 생각할 수 있으나 본 연구에서는 시불변계로

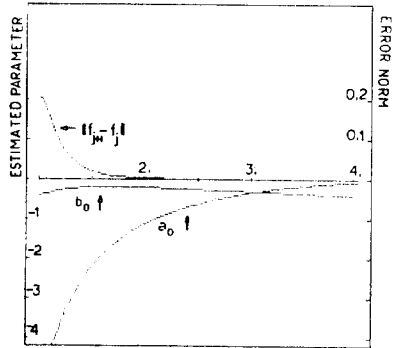


그림 2.1  $n=1, m=50$  일 때  
 예 4.2의 추정 파라미터 및 오차  
**Fig. 2.1** Estimated parameters and error norm  
 in example 4.2 where  $n=1, m=50$ .

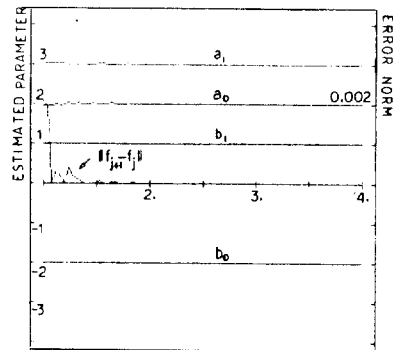


그림 2.2  $n=2, m=50$  일 때  
 예 4.2의 추정 파라미터 및 오차  
**Fig. 2.2** Estimated parameters and error norm  
 in example 4.2 where  $n=2, m=50$ .

제한하였기 때문에 적합하지 않다.

그림 2.2에서는  $a_1, a_0, b_1, b_0$ 가 각각 3, 2, 1, -2에 수렴하고 있다. 또한  $t \in [0, 4)$  구간에서 오차는, 그림 2.1에서,  $E(1)=0.11519E+01$ 이고, 그림 2.2에서는,  $E(2)=0.34586E-02$ 이다. 참고로  $n=3$  일때 즉 3차계로 가정하였을 때는  $E(3)=0.22723E+05$ 이다.

따라서 이러한 결과를 종합하여 볼 때 이 시스템은 2차 선형 시불변계임을 알수 있다.

본 예에서 예로든 원래의 시스템은 다음과 같다.

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = \frac{d}{dt}u(t) - 2u(t)$$

다음에 주어진 표 1은  $n=2, m=50$ 으로 주요 구간에서의 추정된 파라미터들의 값을 보여주고 있다.

표 1 예 4.2에서의 추정된 파라미터 ( $m=50$ )  
**Table 1** Estimated parameter ( $m=50$ )  
 in example 4.2

time	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$
[0, 1.0)	3.00958	2.02719	1.00173	-2.00058
[0, 1.5)	3.00813	2.00204	1.00180	-2.00314
[0, 2.0)	3.00359	2.00308	1.00115	-2.00197
[0, 2.5)	3.00257	2.00187	1.00094	-2.00160
[0, 3.0)	3.00310	2.00158	1.00107	-2.00183
[0, 3.5)	3.00161	2.00103	1.00064	-2.00110
[0, 4.0)	3.00153	2.00108	1.00068	-2.00112
실제값	3.0	2.0	1.0	-2.0

### 5. 결 론

본 연구에서는 선형계의 차수 및 파라미터를 결정하기 위한 한 방법에 관하여 연구하였다.

시스템의 차수 결정의 문제에 있어서는, 선형 시불변계의 시스템 파라미터는 시불변이므로, 추정된 파라미터는 일정한 값으로 수렴해야한다고 하는 관점으로부터 추정된 파라미터의 조합으로 정의되는 오차함수의 합이,  $n=1, 2, \dots$ 에 대해, 0에 수렴하게 될때의  $n$ 을 시스템의 차수로 결정하였다.

파라미터의 추정 방법에 있어서는, 기존의 Walsh 함수를 이용할 때의 방법에서처럼 입·출력의 데이터가 어느정도 축적된 상태에서 단 한번에 파라미터를 결정하는 방법과는 달리 데이터가 추가될

때 마다 파라미터를 수정해 나갈수 있게 하였다.

이러한 방법에 Walsh 함수의 단일항 전개를 이용하였다. 정의구간  $[0, 1)$ 에서 Walsh 함수  $m$ 개로 유한급수 전개에 의한 결과는  $[0, 1/m)$ 에서 Walsh 함수의 단일항을 이용한 결과와 같다고하는 사실로부터 연구하였으며, 적용예를 통하여 본 연구의 유용성을 입증하였다.

시스템의 파라미터 추정에 단일항 Walsh 함수를 이용할 때의 잇점은 직교함수를 이용할 때의 방법보다 더욱 간편하며, Walsh 함수의 정의구간에 제한받지 않고 이용할 수 있고, 적분을 위한 Walsh 연산 행렬의 정의가 필요없어 컴퓨터의 이용이 간편해지는 잇점이 있다.

### 참 고 문 헌

- 1) N.J. Fine, "On the Walsh Functions," Trans. Am. Math. Soc, vol.65, pp.372-414, 1949.
- 2) P.C. Yip, "The Zoom Walsh Transform," IEEE vol. EMC-18, pp.79-83, 1976.
- 3) B.K. Durgen, "A Microprocessor Implemented Fast Walsh Transform," IEEE Pic. Appl. Mi. Cpr., pp. 395-399, 1980.
- 4) M.S. Corrington, "Solution of Differential and Integral Equations with Walsh Functions," IEEE vol. CT-20, pp.470-476, 1973.
- 5) C.F. Chen, C.H. Hsiao, "Time-domain Synthesis via Walsh Functions," Proc IEE vol. 122, pp.565-570, 1975.
- 6) E.V. Bohn, "Estimation of Continuous Time Linear System Parameters from Periodic Data," Automatica vol.18, pp.27-36, 1982.
- 7) E.V. Bohn, "Recursive Evaluation of Walsh Coefficients for Multiple Integrals of Walsh Series," Automatica vol.20, pp.243-246, 1984.
- 8) G.P. Rao, "Extension of Computation beyond Limit of Initial Normal Interval in Walsh Series Analysis of Dynamic Systems," IEEE vol.AC-25, pp.317-319, 1980.
- 9) K.R. Palanisamy, "Analysis and Optimal Control of Linear Systems via STWS Approach," Int. J. Syst. Sci. pp.443-454, vol.12, 1981.
- 10) K.R. Palanisamy, "Analysis of Nonlinear Systems via Single Term Walsh Series Approach," Int. J. Syst. Sci. vol.13, pp.929-935, 1982.
- 11) K.R. Palanisamy, V.P. Arunachalam, "Analysis of Vibrating Systems via Single Term Walsh Series Approach," Int. J. Syst. Sci. vol.18, pp.1457-1466, 1987.

- 12) G.P. Rao, K.R. Palanisamy, "Improved Algorithms for Parameter Identification in Continuous Systems via Walsh Functions," *Proc IEE* vol.130, pp.9-16, 1983.
  - 13) R.E. King, P.N. Paraskevopoulos, "Parameter Identification of Discrete Time SISO Systems," *Int. J. Cont.* vol.30, pp.1023-1029, 1982.
  - 14) R.Y. Chang, M.L. Wang, "Parameter Identification via Shifted Legendre Polynomials," *Int. J. Syst. Sci.* vol.13, pp.1125-1135, 1982.
  - 15) G.P. Rao, L. Sivakumar, "Piecewise Linear System Identification via Walsh Functions," *Int. J. Syst. Sci.* vol.13, pp.525-530, 1982.
  - 16) V.K. Desai, F.W. Fairman, "On Determining the Order of Linear Systems," *Math. Biosci.* vol.12, pp. 217-224, 1971.
-