

슬라이딩 모드를 이용한 多變數 系統의 새로운 制御系統 設計方法

A New Approach to Control System Design for Multivariable Systems Using Sliding Mode

朴 貴 泰* · 郭 君 平** · 金 東 植[§] · 任 炯 勇[§]
(Gwi-Tae Park · Chun-Ping Kuo · Dong-Sik Kim · Hyeong-Yong Im)

요 약

본 논문은 슬라이딩 모드를 이용한 多變數系統의 制御系統設計에 관한 새로운 방법을 제시한다. 可變構造系理論을 多變數系統에 적용하는 데는 스위칭利得을 결정하는데 많은 어려움이 있으며 또한 입력과 상태궤적에 심한 진동현상이 나타난다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, 본 연구에서는 슬라이딩 모드를 얻기 위해 가변구조계의 스위칭로직 대신 스위칭 動態方程式을 도입하였다. 그 결과 이 새로운 설계방법은 기존의 可變構造系理論 보다 훨씬 간편하며 또한 연속적인 입력으로 말미암아 진동 현상이 제거되었다. 制御系統을 설계하는 데는 階層制御概念을 이용하였다. 數值例를 통해서 새로운 설계방법의 우수성을 보였다.

Abstract- In this paper we present a new approach to control system design for multivariable systems using a sliding mode. In the applications of variable structure system(VSS) theory to multivariable systems, there exist some difficulties such as how to determine switching gains and how to reduce chattering phenomena in input and state trajectories. To cope with these drawbacks we introduce switching dynamics instead of switching logics to obtain the sliding mode. Consequently, we can obtain the new design approach which is much simpler than the VSS theory. And there do not exist chattering phenomena in this method because the obtained control inputs are continuous. Hierarchical control concepts are used to the control system design. Numerical examples are discussed as illustrations.

1. 序 論

최근 可變構造(variable structure system : VSS)

理論을 이용하여 單純系統 뿐 만 아니라 多變數系統의 制御系統을 설계하고자 하는 연구가 폭 넓게 수행되고 있다.^{1),2)}

이 VSS理論은 스위칭로직 (switching logic)에 따라 系統의 구조를 變化시킴으로서 制御系統에 슬라이딩 모드(sliding mode)라는 독특한 動態를 도입한다. 系統이 슬라이딩 모드내에 있을 때는 系統의 응답은 계통파라미터의 변화나 외란에 대해서 둔감

*正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
**正 會 員 : 高麗大 大學院 電氣工學科 博士課程
§正 會 員 : 高麗大 大學院 電氣工學科 碩士課程
接受日字 : 1988年 4月 18日
1次修正 : 1988年 12月 2日

하며 또한 안정하다.

VSS理論이 이와같은 장점도 가지고 있으나 입력 및 상태의 심한 진동(chattering) 현상과 계통이 슬라이딩 모드내에 까지 들어가는 데에 걸리는 시간 즉 reaching phase 문제도 가지고 있어서 이를 제거하는 연구도 수행되고 있다.^{3), 4), 5)}

한 개의 입력을 갖는 系統에 대해서는 VSS理論을 이용하여 制御系統을 비교적 쉽게 설계할 수 있으나 특히 여러 개의 입력을 가진 多變數系統에 대해서는 슬라이딩 모드를 얻기 위한 스위칭 利得을 결정하기가 어렵다. 따라서 Richter등은 분산형 VSS 制御器를 이용해서 상호결합된 大規模 非線型系統의 安定化를 시도했다.⁶⁾

Khurana등은 階層制御方法을 이용해서 多變數系統의 可變構造制御系統을 설계하는 방법을 제시했다.^{7), 8)}

그러나, 이 방법들 역시 스위칭 利得을 정하기가 어려울 뿐 만 아니라 스위칭 利得들이 유일하지 않기 때문에 보다 좋은 응답을 얻기 위한 利得同調(gain tuning)가 어렵다. 또 VSS理論에서는 스위칭로직에 따라 系統의 構造를 바꾸어 주기 때문에 근본적으로 입력이 불연속이며 따라서 입력과 상태제적에 심한 진동현상이 수반된다.

따라서 본 논문에서는 이러한 단점들을 제거하기 위하여 기존의 VSS理論의 스위칭로직 대신 슬라이딩 모드를 얻기 위한 새로운 스위칭 動態方程式(switching dynamics)을 도입함으로써 多變數系統을 階層制御하는 새로운 方法을 제시한다. 먼저 2 장에서는 khurana가 제시한 이론을 간략히 기술하며, 3 장에서는 본 논문의 핵심인 새로운 슬라이딩 모드 制御알고리즘을 제시한다. 또한 4 장에서는 數值例를 통해서 본 알고리즘의 우수성을 보이며 끝으로 5 장에서 결론을 맺는다.

2. 可變構造系理論⁹⁾

다음과 같이 주어진 線型時不變 多變數系統을 생각하자.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^m$ 는 狀態 및 入力벡터이다. 식(1)의 制御可能한 계통은 식(2)와 같은 單一人力을 갖는 制御可能한 m개의 副系統으로 分解될 수 있다.⁹⁾

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{b}_i u_i + \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{ij} \mathbf{X}_j \quad i=1, 2, \dots, m \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}$, $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $\mathbf{A}_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$ 이며 $\sum_{i=1}^m n_i = n$ 이다.

이제 VSS理論을 적용하여 식(2)로 표현되는 系統의 制御器를 설계한다. 制御系統은 2중구조를 갖도록 설계한다. 그중 하부레벨은 각 副系統을 제어하는 局部制御器(local controller)이며, 상부레벨은 각 부계통간의 상호작용을 제거하는 矯正制御器(corrective controller)이다.

각 副系統에 대한 스위칭平面을 다음과 같이 정한다.

$$S_i(\mathbf{X}_i) = \mathbf{C}_i^T \mathbf{X}_i = 0, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{C}_i \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$ 는 설계因子로서 스위칭平面行列이며 계통이 슬라이딩 모드내에 있을 때 i번째 副系統의 固有值가 S-平面의 左半面에 놓이도록 선정한다. 슬라이딩 모드가 일어나기 위해서는 스위칭平面 근방에 있는 모든 상태제적들은 모두 이 평면으로 향해야 한다. 따라서 슬라이딩 모드가 일어날 조건은 다음과 같다.

$$\lim_{s_i \rightarrow 0} s_i \dot{s}_i < 0, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (4)$$

i번째 입력 u_i 는 상태 피이드백에 의해 다음과 같이 구성한다.

$$u_i = u_{il} + u_{ic} \quad (5a)$$

$$u_{il} = -\psi_i \mathbf{x}_i \quad (5b)$$

$$u_{ic} = -\sum_{j=1}^m \phi_{ij} \mathbf{x}_j \quad (5c)$$

여기서 u_{il} 은 局部制御器의 制御信號이며 u_{ic} 는 矯正制御器의 制御信號이다. $\psi_i \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ 와 $\phi_{ij} \in \mathbb{R}^{1 \times n_j}$ 는 스위칭利得으로서 식(4)의 조건이 만족하도록 결정한다. 식(2), (3), (4), (5)로부터 $\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i > 0$ 인 경우 스위칭 利得과 스위칭로직을 구하면 다음과 같다.

$$\psi_i > \gamma_i \quad \mathbf{x}_i s_i > 0 \quad (6a)$$

$$< \gamma_i \quad \mathbf{x}_i s_i < 0$$

$$\gamma_i = (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_i \quad (6b)$$

$$\phi_{ij} > \beta_{ij} \quad \mathbf{x}_j s_i > 0 \quad (7a)$$

$$< \beta_{ij} \quad \mathbf{x}_j s_i < 0$$

$$\beta_{ij} = (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_{ij} \quad (7b)$$

i 번째 副系統이 슬라이딩 모드내에 있을 때는

$$S_i(\mathbf{x}_i) = 0 \quad (8a)$$

$$\dot{S}_i(\mathbf{x}_i) = 0 \quad (8b)$$

가 성립한다. 따라서 식(2)와 (8)로부터 슬라이딩 모드중에는 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \{ \mathbf{I} - \mathbf{b}_i (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \} \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \sum_{j=1}^m \{ \mathbf{I} - \mathbf{b}_i (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}_j \quad (9)$$

식(9)의 두번째 항에서 $\text{rank}(\mathbf{b}_i) = \text{rank}(\mathbf{b}_i; \mathbf{A}_{ij})$ 가 성립하면 모든 \mathbf{x}_j 에 대해서

$$\{ \mathbf{I} - \mathbf{b}_i (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}_j = 0 \quad \forall \mathbf{x}_j \quad j = 1, 2, \dots, m \quad j \neq i \quad (10)$$

가 성립한다.¹⁰⁾

따라서 계통이 슬라이딩 모드에 들어가면 副系統間的 상호작용은 완전히 제거된다. 즉

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \{ \mathbf{I} - \mathbf{b}_i (\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \} \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

이때 \mathbf{c}_i 는 앞에서 언급했듯이 식(11)의 계통이 원하는 固有値를 갖도록 정한다. 만일 rank조건이 만족되지 않으면 固有値는 약간 변한다. 그러나 어떤 경우에는 矯正制御器의 制御信號 때문에 슬라이딩 모드를 얻게 된다.

이 방법은 몇 가지의 단점을 가지고 있다. 多變數系統인 경우 첫째 식(6), (7)에서 보듯이 결정해야 할 스위칭利得이 너무 많다. 즉 $2nm$ 개나 되며 계통이 커지면 더욱 많아져서 보다 바람직한 응답을 얻기 위한 利得同調가 어렵다. 두번째는 스위칭로직이 많고 복잡해서 실제 물리적으로 실현하고자 할때 많은 어려움이 따른다. 마지막으로 입력 및 상태제적의 심한 진동현상으로 이것은 VSS理論이 안고 있는 근본적인 문제이다. 즉 식(5)의 制御入力は 식(6), (7)의 스위칭으로 인해 근본적으로 불연속이며 이러한 불연속적인 입력으로 인해 상태 및 입력의 고주파 진동현상이 모델과정에서 무시된 고주파 동특성을 여기하므로서 전체 계통을 불안정하게 만든다.

따라서 본 논문에서는 이러한 단점들을 제거하기

위한 새로운 제어알고리즘을 다음 절에서 제시하고자 한다.

3. 슬라이딩 모드를 이용한 새로운 制御系統 設計方法

제어입력이 불연속인 것은 슬라이딩 모드를 일으키기 위해 식(4)를 만족하도록 식(6), (7)에서 처럼 스위칭利得을 스위칭로직에 따라 바꾸어 주기 때문이다. 본 논문에서는 식(6), (7)과 같은 스위칭로직 대신 식(4)의 조건을 만족하도록 다음과 같은 스위칭 動態方程式을 정의한다.

$$\dot{s}_i = -\alpha_i s_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

식(12)는 α_i 가 陽인 경우 항상 식(4)의 조건을 만족하게 됨을 알 수 있다. 식(12)는 일차미분방정식으로서 그 해는 다음과 같다.

$$s_i(t) = s_i(0) e^{-\alpha_i t} \quad (13a)$$

$$s_i(0) = \mathbf{c}_i \mathbf{x}_i(0) \quad (13b)$$

따라서 스위칭함수 값은 α_i 에 따라 지수함수적으로 0으로 접근하게 되며 그 속도는 α_i 에 따라 다르다. α_i 는 設計者로서 陽의 실수를 갖도록 선정한 다.

이제 식(1)의 制御系統을 設計한다. 制御系統의 구성은 2장과 같다. 식(2)의 양변에 \mathbf{c}_i^T 를 곱하고 u_i 에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$u_i = -(\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \{ \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \sum_{j=1}^m \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}_j - \mathbf{c}_i^T \dot{\mathbf{x}}_i \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

한편

$$\dot{s}_i = \mathbf{c}_i^T \dot{\mathbf{x}}_i = -\alpha_i s_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

이므로 식(14)는 다음과 같이 정리된다.

$$u_i = \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{L}_i s_i + \sum_{j=1}^m \mathbf{K}_{ij} \mathbf{x}_j \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

여기서

$$\mathbf{K}_i = -(\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_i \quad (17a)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = -(\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \mathbf{c}_i^T \mathbf{A}_{ij} \quad (17b)$$

$$\mathbf{L}_i = -(\mathbf{c}_i^T \mathbf{b}_i)^{-1} \alpha_i \quad (17c)$$

또 식(16)의 制御器를 局部制御器와 矯正制御器로 분리하면 다음과 같다.

$$u_{il} = K_i x_i + L_i s_i = (K_i + L_i c_i^T) x_i \quad (18a)$$

$$u_{ic} = \sum_{j=1}^m K_{ij} x_j \quad (18b)$$

식(16)의 두번째 항 $L_i s_i$ 는 케적어 스위칭 平面에서 벗어나 있는 경우 스위칭 平面으로 향하게 하는 制御入力이며, 식(13)에 의하여 S_i 가 0으로 접근하므로 이 제어입력은 곧 0이 되고 따라서 계통은 슬라이딩 모드내에 들어가게 된다. 이때 식(16)의 나머지 두 항은 계통이 슬라이딩 모드에 있을 때의 제어입력이며 이 입력을 가하면 i 번째 副系統의 狀態方程式은 식(9) 및 식(11)과 같게 된다.

이 設計方法에서는 결정해야 할 利得이 α_i 로서 m 개 밖에 없다. K_i 와 L_i 및 c_i 와 α_i 가 결정되면 곧바로 계산된다. 따라서 2장의 2mm의 利得에 비하면 결정해야 할 利得이 아주 적고 그러므로 좋은 응답을 얻기 위한 利得同調가 훨씬 쉽다. 또한 본 方法에서는 스위칭로직 대신 스위칭 動態方程式을 정의했기 때문에 복잡한 스위칭로직이 없어 물리적인 실현이 간편하다.

본 제어입력에는 진동현상이 없다. 왜냐하면 식(16)의 두번째 항의 입력에 의해 슬라이딩 모드에 들어가면 이상적인 슬라이딩 모드가 일어나며 스위칭 평면 근처에서 S_i 는 0에 가까운 값이 되므로 식(16)의 제어입력은 연속적인 입력이 되기 때문이다. 따라서 이 새로운 제어방법은 2장에서 언급한 VSS 理論의 단점을 모두 해결하고 있다.

끝으로 본 제어계통의 안정도를 증명하면 다음과 같다. 먼저 Lyapunov 函數를 다음과 같이 정의한다.^{11), 12), 13)}

$$V(x) = \sum_{i=1}^m V_i(x_i) \quad (19a)$$

$$V_i(x_i) = \frac{1}{2} s_i^2 \quad (19b)$$

여기서 $V_i(x_i)$ 는 i 번째 副系統의 Lyapunov 函數이다.

식(19), (15)와 식(4)로부터

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^m \dot{V}_i(x_i) = \sum_{i=1}^m s_i \dot{s}_i = \sum_{i=1}^m (-\alpha_i s_i^2) < 0 \quad (20)$$

이므로 Lyapunov 안정도 理論에 의해 본 제어계통이 안정함을 알 수 있다.

4. 數值例 및 檢討

본 장에서는 컴퓨터 모의실험을 통해서 2가지 방법으로 설계한 制御系統의 應答特性을 비교 검토하고자 한다. 식 (21)과 같은 多變數系統의 制御系統을 設計한다.

$$\dot{\tilde{X}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tilde{X} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} U \quad (21)$$

위계통은 4개의 상태변수와 2개의 입력을 갖는 계통이다. 먼저 위계통은 制御可能하므로 한 개의 입력을 갖는 2개의 副系統으로 變換하면 다음과 같다.⁹⁾

$$\dot{\tilde{X}} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & \vdots & 0 & 3 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \vdots & 0 & 2 \\ 0 & 1 & \vdots & 1 & 1 \end{pmatrix} \tilde{X} + \begin{pmatrix} 1 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 1 \\ 0 & \vdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (22)$$

이때 變換行列M은 식(23)과 같다.

$$X = M \tilde{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \tilde{X} \quad (23)$$

4.1 VSS理論에 의한 制御系統設計

기존의 VSS理論에 의한 設計方法을 편의상 Algorithm I이라고 한다. 系統이 슬라이딩 모드내에 있을 때 각 副系統의 固有值들이 -1.5와 -2를 갖도록 c_1^T 과 c_2^T 를 선정하면 식(24)와 같으며 이때 스위칭 평면 S_1 과 S_2 는 식(25)와 같다.

$$c_1^T = [10 \quad 15] \quad (24)$$

$$c_2^T = [15 \quad 30] \quad (24)$$

$$S_1 = c_1^T \tilde{x}_1 = 10\tilde{x}_{11} + 15\tilde{x}_{12} = 0 \quad (25a)$$

$$S_2 = c_2^T \tilde{x}_2 = 15\tilde{x}_{21} + 30\tilde{x}_{22} = 0 \quad (25b)$$

또 필요한 스위칭利得 값들과 스위칭조직을 식(6),

표 1 可變構造制御時에 필요한 스위칭 利得값과 스위칭 로직

Table 1 Values of switching gains and switching logics required in the variable structure control.(Algorithm I)

Systems	controllers	gains (see Eq. 6a, 7a)	values	switching logics	gain limits (see Eq. 6b, 7b)
First subsystem	local controller	ϕ_{11}	5	$\tilde{x}_{11} s_1 > 0$	$\gamma_{11} = 2$
			-1	$\tilde{x}_{11} s_1 < 0$	
		ϕ_{12}	10	$\tilde{x}_{12} s_1 > 0$	$\gamma_{12} = -3$
			-5	$\tilde{x}_{12} s_1 < 0$	
	corrective controller	ϕ_{121}	5	$\tilde{x}_{21} s_1 > 0$	$\beta_{11} = 0$
			-1	$\tilde{x}_{21} s_1 < 0$	
	ϕ_{122}	15	$\tilde{x}_{22} s_1 > 0$	$\beta_{12} = 5$	
		-1	$\tilde{x}_{22} s_1 < 0$		
Second subsystem	local controller	ψ_{21}	5	$\tilde{x}_{21} s_2 > 0$	$\gamma_{21} = 2$
			-1	$\tilde{x}_{21} s_2 < 0$	
		ψ_{22}	6	$\tilde{x}_{22} s_2 > 0$	$\gamma_{22} = 2$
			-1	$\tilde{x}_{22} s_2 < 0$	
	corrective controller	ϕ_{211}	10	$\tilde{x}_{11} s_2 > 0$	$\beta_{21} = 0$
			-3	$\tilde{x}_{11} s_2 < 0$	
		ϕ_{212}	10	$\tilde{x}_{12} s_2 > 0$	$\beta_{22} = 0$
			-3	$\tilde{x}_{12} s_2 < 0$	

표 2 새로운 制御系統 設計方法에 필요한 스위칭 利得값

Table 2 Values of switching gains required in the new design approach to control system. (Algorithm II)

Systems	controllers	gains	values	α_i gains
First subsystem	local controller	K_{11}	-2	$\alpha_1 = 25$
		K_{12}	3	
		L_1	-2.5	
	corrective controller	K_{121}	0	
		K_{122}	-5	
Second subsystem	local controller	K_{21}	-2	$\alpha_2 = 25$
		K_{22}	-2	
		L_2	-1.67	
	corrective controller	K_{211}	0	
		K_{212}	0	

(7)에 의해서 구했으며 그 결과를 정리하면 표 1 과 같다. 표 1 에서 보는 바와 같이 결정해야 할 스위칭 利得이 16개나 된다.

4.2 새로운 設計方法에 의한 制御系統 設計

본 논문에서 제시한 設計方法을 Algorithm II 라고 한다. 스위칭 平面行列 c_1^T 과 c_2^T 는 특성을 서로 비교하기 위해 Algorithm I 에서와 같이 선정했다. 식(12)의 스위칭 動態方程式에 필요한 係數 α_1 과 α_2 는 모두 25로 선정했다. 그 나머지 필요한 利得 값들은 식(17)에 의해서 곧바로 얻어지며 정리하면 표 2 와 같다.

4.3 檢討

앞절에서 설계한 두 制御系統의 특성을 비교하기 위해서 디지털컴퓨터로 모의실험을 수행한 결과를 나타내면 그림 1~8 과 같다. 이 그림들은 初期值가 $X(0) = [0.2 \ 0.1 \ 0.4 \ 0.7]^T$ 인 경우 調節器制御問題(regulator control problem)時의 결과들이다.

그림 1~4 는 각각의 制御技法에 대한 狀態變數軌跡을 나타낸 것이다. 식(21)의 多變數系統은 固有值가 $-0.5 \pm j0.866, 0, 1$ 인 불안정한 系統이다. 계통이 슬라이딩 모드내에 있을 때는 계통의 차수가 1만큼 줄어든다. 2 차계인 부계통들이 슬라이딩 모드내에 있을 때 두개의 부계통의 고유치가 각각 -1.5 와 -2 가 되도록 식(24)의 스위칭 平面을 도

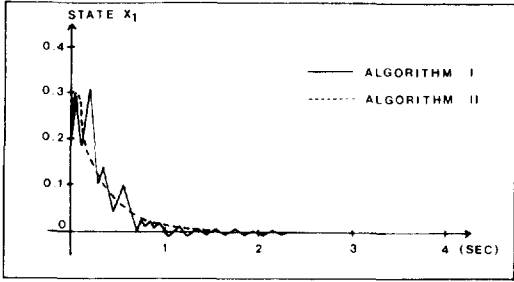


그림 1 狀態變數 x_1 의 狀態軌跡
Fig. 1 State trajectories of state variable x_1 .

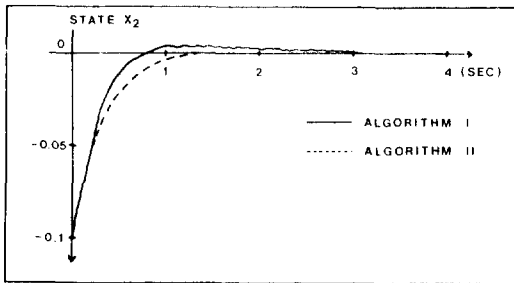


그림 2 狀態變數 x_2 의 狀態軌跡
Fig. 2 State trajectories of state variable x_2 .

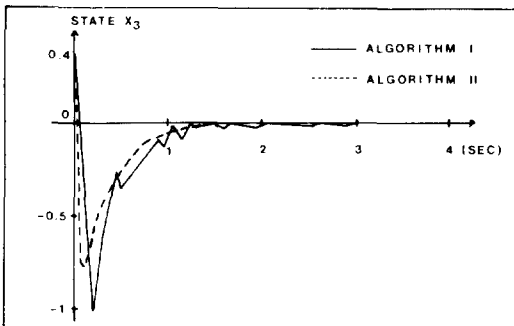


그림 3 狀態變數 x_3 의 狀態軌跡
Fig. 3 State trajectories of state variable x_3 .

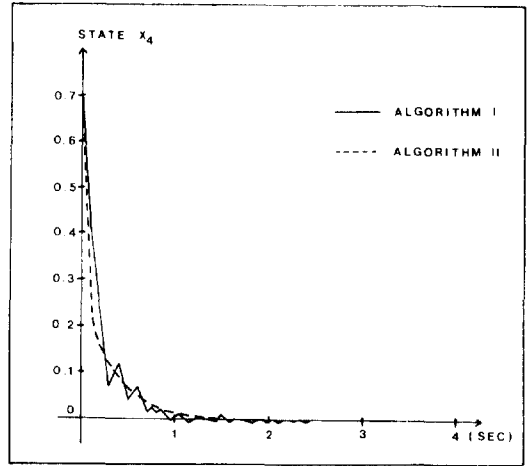


그림 4 狀態變數 x_4 의 狀態軌跡
Fig. 4 State trajectories of state variable x_4 .

때문에 만일 지금의 應答이 마음에 들지 않으면 스위칭利得 값을 다시 조정해야 한다. 이때 어떤 利得을 어떻게 조정해야 할 것인지에 대한 즉 利得同調에 해석적인 방법이 없으며 다만 시행착오에 의하여 결정할 수 밖에 없다. 따라서 이 설계방법은 계통의 규모가 크면 클수록 利得同調은 더욱 어려워진다. 이에 반해서 본 논문에서 제시한 새로운設計方法인 Algorithm II에서는 결정해야 할 利得이 단지 入力數 만큼만 필요하다. 본 실험에서는 α_1 과 α_2 를 조정하므로써 應答을 쉽게 조정할 수 있다. 應答의 收斂特性은 固有值가 보다 큰 負의 實數部를 갖도록 하면 된다. 그러나 收斂特性이 빨라지면 初期入力 값이 커지는 경향이 있으므로 이 점을 고려해서 固有值를 선정해야 한다.

그림 5, 6은 Algorithm I에 대해 설계한 制御系統의 制御入力信號를 나타낸 것이다. 制御入力は 불연속이며 심한 진동 현상을 갖고 있다. 이로 인해 狀態軌跡에도 진동현상이 나타난 것을 그림 1~4에서 볼 수 있다. 이러한 진동현상은 무시된 고주파 動特性을 여기하여 계통의 안정도에 나쁜 영향을 준다. 또 이들 그림에서 보면 制御入력이 시간이 약간 지난 후에 진동이 일어나는데 진동하기 직전까지 걸리는 시간을 reaching phase라고 한다. 이 기간 동안에는 제어계통이 파라미터 변동이나 외란에 대단히 민감하기 때문에 가능한한 이 reaching phase를 줄여야 한다.¹¹⁾ 이것을 위한 한가지 방법은 스위칭利得의 값들을 증가시키면 되나 반면에 진동현상은 더욱 더 고주파특성을 갖게 된다.

입한 결과 상태변수들이 안정하게 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

위 그림과 같은 應答을 얻기 위해서 Algorithm I에서는 표 1에서와 같이 16개의 스위칭利得을 결정해야 한다. 그러나 스위칭利得 값은 유일하지 않기

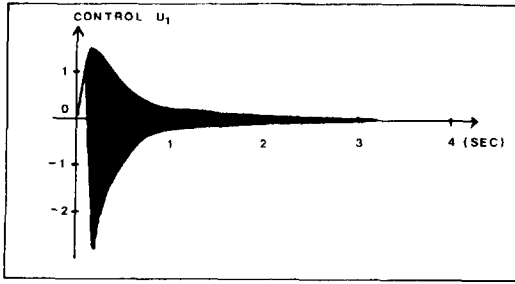


그림 5 可變構造制御理論에서의 不連續值 制御入力 u_1

Fig. 5 Discontinuous control input u_1 in the variable structure control theory (Algorithm I).

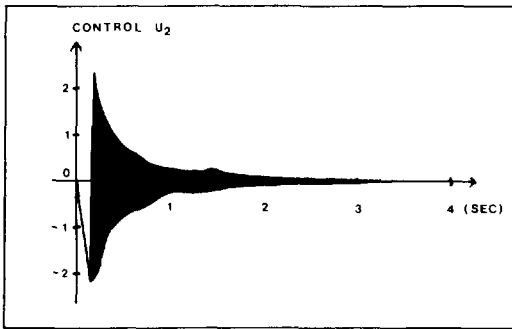


그림 6 可變構造制御理論에서의 不連續值 制御入力 u_2

Fig. 6 Discontinuous control input u_2 in the variable structure control theory (Algorithm I).

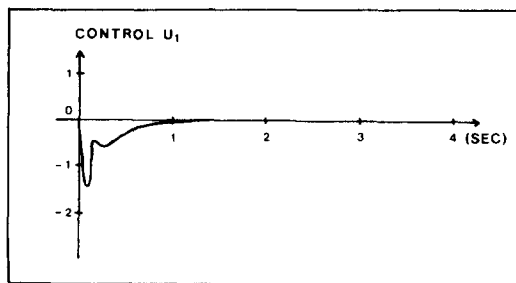


그림 7 새로운 制御系統 設計方法에 의한 連續值制御入力 u_1

Fig. 7 Continuous control input u_1 in the new design approach to control system (Algorithm II).

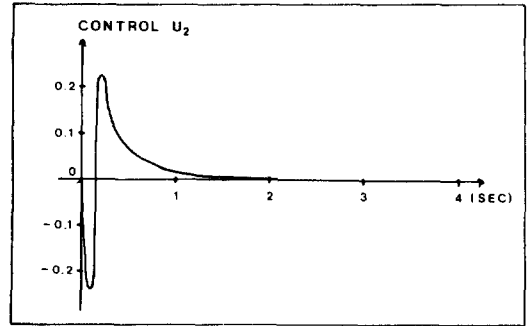


그림 8 새로운 制御系統 設計方法에 의한 連續值制御入力 u_2

Fig. 8 Continuous control input u_2 in the new design approach to control system (Algorithm II).

그림 7, 8은 Algorithm II로 부터 얻은 制御入力信號를 나타낸다. 앞에서 언급했던 것처럼 制御入力は 연속이며 入力 및 狀態軌跡에 진동현상은 거의 없다. α 값을 더욱 크게 하면 식(13)에 의해 스위칭 함수 s 가 더욱 빨리 0으로 접근하므로 reaching phase를 줄일 수 있으나 반면에 초기입력 값이 커지며 상태계적들의 오우며 슈우트가 증가하는 경향이 있으므로 이 점을 고려해서 α 값을 선정해야 한다.

5. 結 論

본 논문에서는 슬라이딩 모드를 이용한 多變數系統의 새로운 制御系統 設計를 제시하였다. 多變數系統에 VSS理論을 적용하기 위해서는 利得의 선정 및 同調에 많은 어려움이 있으며 또한 入力信號와 狀態變數軌跡에 고주파 진동현상이 나타나는 단점을 갖고 있다. 따라서 이러한 단점을 제거하기 위해 슬라이딩 모드를 얻기 위한 기존의 VSS理論에서의 스위칭로직 대신 스위칭 動態方程式을 사용하는 새로운 設計方法을 제안하여 多變數系統에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- i) 본 논문의 制御알고리즘에는 스위칭로직이 없기 때문에 制御系統의 물리적 실현이 간단하다.
- ii) 본 方法에는 결정해야 할 係數가 入力數 만큼만 필요하며 기존의 VSS理論에서의 스위칭利得에 비하면 그 數가 훨씬 적어 利得同調가 쉽다.
- ii) VSS理論의 불연속 制御入력에 비해서 본 알고리즘의 制御入力は 연속이기 때문에 고주파 진동현상이 없다.

참 고 문 헌

- 1) V.I.Utkin, "Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems," MIR, 1978
- 2) K.K.D. Young, "Design of Variable Structure Model-Following Control Systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-23, pp.1079-1085, 1978
- 3) M.D.ESPANA, R.S.ORTEGA, and J.J. ESPINO, "Variable Structure Systems with Chattering Reduction," Automatica, vol.20, pp.133-134, 1984
- 4) J.J.E. Slotine and J.A. Coetsee, "Adaptive Sliding Controller Synthesis for Non-linear Systems," Int. J. Contr., vol.43, pp.1631-1651, 1986
- 5) K.K.D. Young, P.V.Kokotovic, and V.I.Utkin, "A Singular Perturbation Analysis of High-gain Feedback Systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, pp.931-938, 1977
- 6) S.Richter, S.Lefebvre, and R. Decarlo, "Decentralized Variable Structure Control Design for a two-Pendulum System," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-28, 1983
- 7) H.KHURANA, S.I.AHSON, and S.S. LAMBA, "On Stabilization of Large-scale Control Systems Using Variable Structure Systems Theory," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-31, pp.176-178, 1986
- 8) H.KHURANA, S.I.AHSON, and S.S. LAMBA, "Variable Structure Control Design for Large-Scale Systems," IEEE Trans. Systems, man, and Cybernetics, vol. SMC-16, pp.573-576, 1986
- 9) D.G.Luenberger, "Canonical Forms for Linear Multivariable System," IEEE Trans. Automat. Contr., vol AC-12, pp.290-293, 1967
- 10) B.Drazenovic, "The Invariance Conditions in Variable Structure Systems," Automatica, vol. 5, no. 3, pp.287-295, 1969
- 11) F. Harashima, H. Hashimoto, and K. Maruyama, "Sliding Mode Control of Manipulator with Time-varying Switching Surfaces," Trans. of SICE, vol. 22, no.3, pp.335-341, 1985
- 12) S.R. Vadali, "Variable Structure Control of Spacecraft Large-Angle Maneuvers," J.Guidance, vol. 9, no. 2, pp.235-239, 1986
- 13) R.A. Decarlo, S.H. Zak, G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial," Proceedings of IEEE, vol. 76, no. 3, 1988