

<論 文>

상하면의 마찰이 틀린 비직각주 소재의 3차원 업셋팅에 관한 연구

김 종 호* · 류 민 영** · 양 동 열***

(1989년 2월 15일 접수)

A Study on the Three-Dimensional Upsetting of Non-Prismatic Blocks Considering Different Frictional Conditions at Two Flat Dies

Jong-Ho Kim, Min-Young Lyu, and Dong-Yol Yang

Key Words : Upsetting(업셋팅), Non-Prismatic Block(비직각주), Upper-Bound Load(상계하중), Velocity Discontinuity(속도불연속), Sidewise Spread(평면변형), Friction Factor(마찰상수)

Abstract

Upsetting of non-circular blocks is characterized by the three-dimensional deformation with lateral sidewise spread as well as axial bulging along thickness. A kinematically admissible velocity field for the upsetting of prismatic or non-prismatic blocks is proposed which considers the different frictional conditions at the top and bottom surfaces of a billet. From the proposed velocity field the upper-bound load and the deformed configuration are determined by minimizing the total power consumption with respect to some chosen parameters. Experiments are carried out with annealed SM 15C steel billets at room temperature for different billet shapes and frictional conditions. The theoretical predictions both in the forging load and the deformed configurations are shown to be in good agreement with the experimental observations. Therefore, the velocity field proposed in this work can be used for the prediction of forging load and deformation in upsetting of prismatic or non-prismatic blocks, considering the different frictional conditions at two flat dies.

기 호 설 명

a, b : 타원형 시편의 장반경 및 단반경
 A, B, C, D : 최적화 변수들
 H_0, h : 실험시편의 초기높이 및 변형 후의 높이
 h_m : 축방향 변형의 가장 벌짐(bulging)된 부분의 높이

H.R. : 높이감소율(High Reduction)
 J : 상계해의 성형에너지율
 J^0 : 상계해의 성형에너지율의 최솟치
 L : 성형하중
 m_1, m_2 : 시편과 금형의 상면과 하면에서의 마찰상수
 r, θ, z : 원통좌표
 Δt : 각 단계에서의 시간
 u_0 : 펀치의 하강속도
 u_r, u_θ, u_z : 원통좌표계에서의 속도성분

*정회원, 서울산업대학 금형설계학과
**한국과학기술원(현재 금성사 근무)
***정회원, 한국과학기술원 생산공학과

| | |
|-----------------------------------|--------------------|
| Δu | : 속도불연속량 |
| w | : 정사각형 시편의 밀변의 길이 |
| \bar{W}_i, \bar{W}_j | : 내부와 마찰면에서의 에너지율 |
| $\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}'$ | : 유효변형도와 유효변형도율 |
| $\bar{\sigma}$ | : 유효응력 |
| δ | : 비직각주의 경사각도(deg.) |

1. 서 론

업셋팅 단조에 있어서 금속의 유동과 단조하중은 가공물의 기계적 성질, 결함 등에 많은 영향을 미친다. 뿐만 아니라 변형형상에도 크게 영향을 미치기 때문에 형단조시에 설계되는 금형의 제작에도 큰 역할을 한다. 따라서 금속의 유동과 단조하중의 예측은 매우 중요하다고 볼 수 있다.

지금까지의 업셋팅 공정의 해석은 주로 축대칭 원통형 소재에 대해서만 연구되어 오다가 근래에 들어 비원형 단면을 갖는 시편에 대한 해석을 하게 되었다.

Avitzur⁽²⁾는 사각띠의 평면변형 벌징에 대한 상계해법을 제안했으며, Aku, Slater, Johnson⁽³⁾ 등은 다각형 블록의 동적압축변형을 조사하기 위해 상온에서 플라스틱신을 사용하여 모델실험을 하였다. Juneja^(4~6)는 다각형, 사각형 소재에 대해 적절한 속도장을 가정하여 2차원 평면에서의 벌징을, 또 다각형 소재에서는 축방향의 벌징을 상계해를 이용하여 해석하였다. Nagpal⁽⁷⁾은 두 유동함수(dual stream function)를 이용하여 다각형 소재의 3차원 업셋팅 해석을 했으나 다각형 이외의 복잡한 형상에 대해서는 경계조건을 만족하는 유동함수를 구하기가 매우 어려웠다.

비원형 단면소재의 업셋팅은 중심축에 수직인 횡단면 내에서의 평면변형(sidewise spread)과 두께 방향의 벌징(axial bulging) 변형이 동시에 일어나는 3차원 변형특성을 갖고 있다. Park과 Kobayashi⁽⁸⁾는 3차원 요소에 대한 유한요소법을 수식화하여 사각형 블록의 압축문제에 적용한 결과 대체로 이론과 실험이 잘 일치하나 계산시간이 많이 걸리는 것이 흠으로 나타났다.

최근에 Kim과 Yang^(9~12)에 의해 정사각형, 타원형, 다각형의 3차원 형상을 갖는 소재의 업셋팅에서 3차원 변형형상을 고려하는 상계해를 구했으며, 임의형상의 소재 업셋팅에서도 3차원 변형형상을 고려하는 좋은 상계해법을 구하였다.

일반적으로 금속의 유동형태에 영향을 미치는 인자들은 변형도, 변형도율, 온도, 이방성, 금형의 기하학적 형상, 마찰상태 등인데 냉간성형에서 가장 큰 관심을 끄는 것은 마찰조건에 따른 유동의 변화이다. 그리고 단조의 실제상황에 있어서는 상하금형면의 마찰이 서로 다른 경우가 많이 있다.

그러나 지금까지 발표된 3차원 변형해석은 모두 상하면의 마찰이 같은 직각주(prismatic) 소재에 국한되어 해석되어 왔기 때문에 보다 더 실질적인 이론결과를 얻기 위해서는 개선될 여지가 남아 있다.

본 연구에서는 3차원 변형형상을 갖는 소재에서 상하금형면의 마찰이 다른 경우에, 직각주 소재와 비직각주 소재(non-prismatic block)에 대해서 적용할 수 있는 동적 가용 속도장(kinematically admissible velocity field)을 유도해 내고자 한다.

이론계산에 있어서 가공경화를 고려하기 위해 소성변형 영역을 유한개의 요소들로 나누고 이들 요소에 대해서 유효변형도, 유효응력을 계산하여 에너지 소비율을 계산하였다.

본 연구에서는 타원형과 정사각형 시편으로 나누어 해석하였으며, 제안된 이론의 타당성을 입증하기 위해 각 분야별로 실험을 수행하였다.

2. 이론해석

2.1 동적 가용 속도장

정사각형, 타원형의 시편과 금형 그리고 원통좌표가 Fig. 1에 나타나 있다. 형상의 대칭성을 이용하면 단지 영역 $OABO'A'B'$ 만을 고려하면 된다. 요소 $OABO'A'B'$ 와 요소 $OBCO'B'C'$ 는 평면 $OO'B'B$ 에 대해 대칭이고 평면 $OO'A'A$ 와 $OO'C'C$ 도 대칭면을 이루고 있기 때문에 이들 면들은 소성변형 후에도 평면상태를 유지해야 한다. 즉 다시 말하면 이들 평면에서는 속도 불연속(velocity discontinuity)이 없어야 하고 이들 평면에 수직인 방향으로의 속도성분이 영(zero)이어야 한다. 따라서 이들 경계조건을 만족시키고, z 축 방향의 벌징과 z 축에 수직인 면의 변형을 동시에 표현하며, 또한 상하면의 서로 다른 마찰상태를 고려하면 Kim과 Yang^(9,10)에 의해 유도되었던 것보다 더 일반적인 속도장을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$u_r = -\frac{u_0}{h} r A \left[\frac{1}{2} + B \cos(n\theta) \right] \left[-\frac{4}{h^2} z^2 + \frac{4}{h} z \right]$$

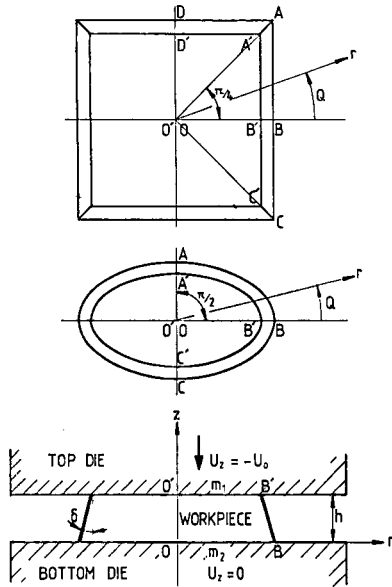


Fig. 1 Upset forging of an elliptical and square shaped block

$$+ C - D(m_1 - m_2) \frac{z}{h} \Big] \quad (1)$$

$$u_0 = \frac{u_0}{h} r A [B \sin(n\theta)] \left[-\frac{4}{h^2} z^2 + \frac{4}{h} z + C - D(m_1 - m_2) \frac{z}{h} \right] \quad (2)$$

여기서 A, B, C, D 는 매개변수로써 A 는 경계조건으로 구해지는 변수이고 B 와 C, D 는 전체 에너지 소비율을 최소화시키는데 사용되는 변수들이다. 그리고 m_1 과 m_2 는 각각 시편 상하면과 금형 사이의 마찰상수(friction factor)이다. 원통좌표계에서의 비압축성 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

상하 금형에서의 속도경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$z = h \text{에서 } u_z = -u_0 \quad (4)$$

$$z = 0 \text{에서 } u_z = 0 \quad (5)$$

식 (1), (2)를 식 (3)에 대입하고 식 (4), (5)의 조건식을 이용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$u_z = \frac{u_0}{h} z A \left[-\frac{4}{3h^2} z^2 + \frac{2}{h} z + C - \frac{D}{2}(m_1 - m_2) \frac{z}{h} \right] \quad (6)$$

$$A = \frac{1}{C + \frac{2}{3} - \frac{D}{2}(m_1 - m_2)} \quad (7)$$

앞에서 보듯 A 는 변수 C 와 D 의 함수이므로 미지의 매개변수는 B, C, D 3개가 된다. B 는 (r, θ) 평면에서의 변형량을 조절하는 변수이며 변수 C 는 z 축 방향으로의 벌짐 변형량을 조절하는 변수이다. 또한 D 는 상하면의 마찰의 차이가 속도장에 영향을 미치는 정도를 조절하는 변수이다.

정사각형 속도장의 경우 $n=4$ 를 대입하고, 타원형의 경우는 $n=2$, 그리고 B 를 $B' \left(\frac{a-b}{a+b}\right)$ 로 대치하면 된다. 여기서 a, b 는 타원의 장반경과 단반경이다.

이렇게 구해진 속도장은 비압축성 조건과 속도경계 조건을 동시에 만족하고 있으므로 동적 가용 속도장이 되며 따라서 이 속도장은 타원형 형상과 정사각형 형상의 업셋팅 단조에 적용할 수 있다.

2.2 상계이론

Fig. 1에 타원형과 정사각형 시편의 업셋팅 공정을 보여주고 있다. 상부금형은 u_0 속도로 하강하고 하부금형은 정지상태에 있다. 재료는 등방성이고 비압축성이며 강소성체의 재질로서 von-Mises의 유동범칙을 따른다고 가정한다. 그리고 시편과 금형 사이의 마찰응력은 변형 중에 일정한 것으로 간주한다.

상계이론(upper bound theory)은 식 (8)로 주어지며 J 는 실제 속도장에 가깝도록 최소화시켜야 한다.

$$J = \dot{W}_i + \dot{W}_f \quad (8)$$

여기서 J 는 소성변형 영역에 대해 동적 가용 속도장으로부터 계산되는 총에너지 소비율의 상계를 나타내 주고 있다. \dot{W}_i 는 변형도율 성분에 의한 내부 변형 에너지를 나타내는 것으로 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{W}_i = \int_v \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dv \quad (9)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} [(\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2)/2 + \dot{\epsilon}_{r\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{rz}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta z}^2]^{1/2} \quad (10)$$

여기서 $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형도율을 나타내고 $\bar{\sigma}$ 는 가공경화 재료에 대한 유효응력이다. \dot{W}_f 는 금형과 시편 사이에서 마찰에 의해 발생하는 속도불연속으로 인한 마찰 에너지를 나타내는 것으로 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \int_s |\Delta u| ds \quad (11)$$

여기서 m 은 금형과 시편 사이의 마찰상수이고 Δu

는 속도불연속량이다. 상하면에서의 속도불연속량은 다음과 같다.

$$\dot{W}_{fz=h} = \frac{m_1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \int_s |\Delta u|_{z=h} ds \quad (12)$$

$$\dot{W}_{fz=0} = \frac{m_2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \int_s |\Delta u|_{z=0} ds \quad (13)$$

따라서 식 (9), (10), (11), (12), (13)을 식 (8)에 대입한다. 식 (8)의 J 는 3개의 독립변수를 포함하게 되는데 이 변수들에 대해서 J 를 최소화시켜 $J^0 (J^0 = \min(J))$ 를 구하면서 변수값을 결정한다. 그리고 단조하중 (forging load, L)에 대한 상계해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L = \frac{J^0}{u_0} \quad (14)$$

상계해를 구할 때 재료의 가공경화를 고려하기 위해서 Fig. 1의 변형영역 $OO'AA'BB'$ 에 대해서 z 방향으로 8등분, r 방향으로는 3등분하고, θ 방향으로는 타원의 경우 12등분, 정사각형의 경우 8등분을 하여 이를 각 요소에 대해 유효변형도와 유효응력을 계산하였다. 그리고 업셋팅 공정은 비정상 상태의 변형과정이기 때문에 초기시편의 높이를 매 단계마다 2%씩 감소시키면서 그때 그때마다 상계해를 F.P.S. (Flexible Polyhedron Search) 방법⁽¹³⁾을 사용하여 최소화(minimization)시켰다. 매 단계에 있어서 누적되는 변형형상의 좌표는 다음과 같이 계산하였다.

$$r^{(i+1)} = r^{(i)} + u_r^{(i)} \Delta t \quad (15)$$

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + u_\theta^{(i)} \Delta t / r^{(i)} \quad (16)$$

$$z^{(i+1)} = z^{(i)} + u_z^{(i)} \Delta t \quad (17)$$

여기서 $r^{(i)}$, $\theta^{(i)}$, $z^{(i)}$ 는 (i) 번째 단계에서의 r , θ , z 좌표를 나타내는 것이고 Δt 는 $(i+1)$ 번째와 (i) 번째 사이의 시간간격을 나타내는 것이다.

3. 실험

실험은 램의 속도가 10mm/sec인 400톤 용량의 유압프레스를 이용하였으며 상하금형은 평면으로써 열처리를 하여 사용하였다.

실험에 사용되는 소재로는 0.15%의 탄소를 포함하는 강(steel, SM15C)를 사용하였다. $\phi 30\text{mm}$ 의 환봉을 구입하여 800°C에서 약 120여분 동안 완전 풀림(full annealing) 처리한 후 정사각형 시편은 밀링에서 가공하였으며 타원형 시편은 wire-EDM으로 가공하였다.

시편의 응력-변형도 곡선을 얻기 위해 압축실험용 시편으로 $\phi 16 \times 16\text{mm}$ 의 실린더를 사용하였다. 압축실험시의 벌징현상을 막기 위해 테프론 테이프를 시편의 상, 하부에 부착시켜 윤활조건을 좋게 하였다. 실험으로부터 측정된 점들에 대해 최소자승법을 이용하여 다음과 같은 응력-변형도 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 96.462(\bar{\epsilon})^{0.098} \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \quad (18)$$

소재의 마찰상태를 측정하기 위해 링 압축 시험(ring compression test)를 하였다⁽¹⁴⁾. 링 압축 시험에 사용된 시편은 본 실험에서 사용한 것과 동일한 재료로 외경×내경×높이를 $\phi 24 \times \phi 12 \times 8\text{mm}$ (6:3:2)로 가공하였다. 건 마찰 상수(dry friction factor)를 구하기 위해 윤활제를 바르지 않고 시험하였고, 윤활 마찰 상수(lubricated friction factor)를 구하기 위해 윤활제를 바르고 테프론 테이프로 붙여 시험하였다. 시험으로부터 건 마찰 상수는 $m=0.3$, 윤활 마찰 상수는 $m=0.12$ 로 측정되었다. 업셋팅 실험에서 사용한 시편의 크기와 마

Table 1 Dimensions and lubricated conditions of elliptic shaped billets

| Case | Size of the bottom surface (mm) | | Inclined angle (deg) | Height (mm) | Lubrication | |
|------|---------------------------------|-----------------|----------------------|-------------|-------------|--------|
| | major axis (2a) | minor axis (2b) | | | top | bottom |
| 1 | 25 | 17.5 | 0 | 13 | lub. | lub. |
| 2 | 25 | 17.5 | 0 | 13 | lub. | dry |
| 3 | 25 | 17.5 | 3 | 13 | lub. | lub. |
| 4 | 25 | 17.5 | 3 | 13 | lub. | dry |

lub. : $m=0.12$, dry : $m=0.3$

Table 2 Dimensions and lubricated conditions of square shaped billets

| Case | Side length of the bottom surface(mm) | Inclined angle (deg) | Height (mm) | Lubrication | |
|------|---------------------------------------|----------------------|-------------|-------------|--------|
| | | | | Top | Bottom |
| 1 | 18 | 0 | 13 | lub. | lub. |
| 2 | 18 | 0 | 13 | lub. | dry |
| 3 | 18 | 3 | 13 | lub. | lub. |
| 4 | 18 | 3 | 13 | lub. | dry |

lub. : $m=0.12$, dry : $m=0.3$

찰 상태가 Table 1과 Table 2에 나타나 있다.

4. 결과 및 고찰

시편의 높이감소율에 따른 하중의 변화와 변형형상을 각 시편의 윤활조건에 따라 이론과 실험에서 구하였다.

타원의 경우, Fig. 2에서 상하면의 마찰상수가 $m_1=m_2=0.12$ 로 같을 때 직각주와 비직각주에서 이론과 실험의 하중곡선을 나타냈다. Fig. 3에는 편치의 마찰상수가 $m_1=0.12$ 이고 다이의 마찰상수가 $m_2=0.3$ 으로 상하면의 마찰이 서로 다른 경우의 실험과 이론의 하중곡선이 나타나 있다. Fig. 2

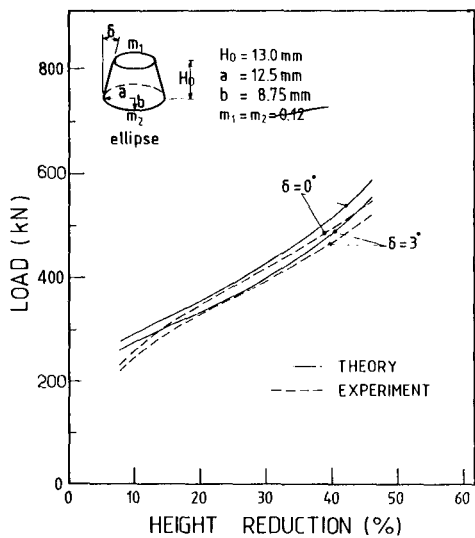


Fig. 2 Comparison of the forging loads between theory and experiment for prismatic and non-prismatic elliptical shaped blocks with same frictional conditions; SM15C, $m_1=m_2=0.12$

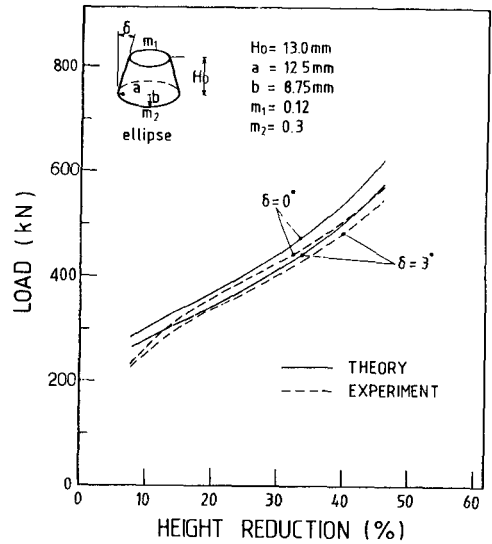


Fig. 3 Comparison of the forging loads between theory and experiment for prismatic and non prismatic elliptical shaped blocks with different frictional conditions; SM15C, $m_1=0.12$ $m_2=0.3$

와 Fig. 3을 비교해보면 Fig. 3이 다이면의 마찰이 크기 때문에 에너지 소비율이 커서 각 높이감소율에 대해서 하중이 크게 나타났다. 그리고 비직각주의 경우는 직각주에 비해 체적이 약 7.4% 작기 때

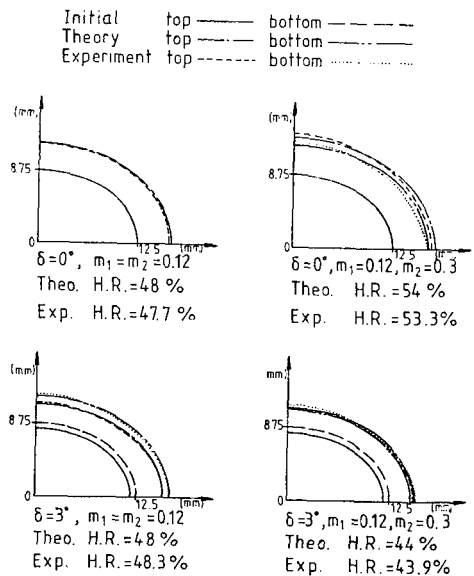


Fig. 4 Comparison of the sidewise spreads between theory and experiment for elliptical shaped blocks; SM15C

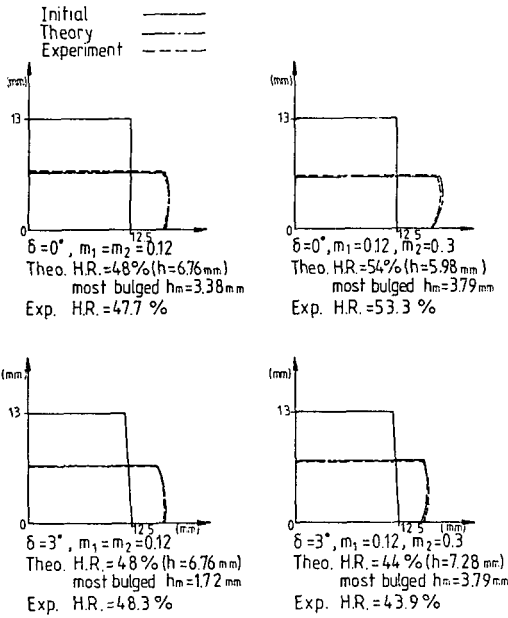


Fig. 5 Comparison of the axial bulgings between theory and experiment for elliptical shaped blocks; SM15C

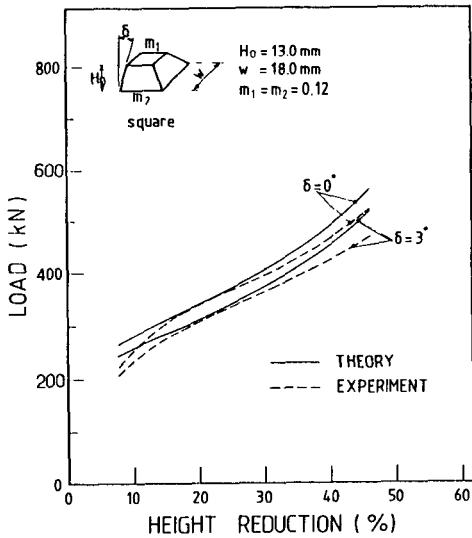


Fig. 6 Comparison of the forging loads between theory and experiment for prismatic and non-prismatic square shaped blocks with same frictional conditions; SM15C, $m_1 = m_2 = 0.12$

문에 역시 에너지 소비율이 작아 하중이 작게 나타났다.

정사각형의 경우, Fig. 6과 Fig. 7에 하중곡선이

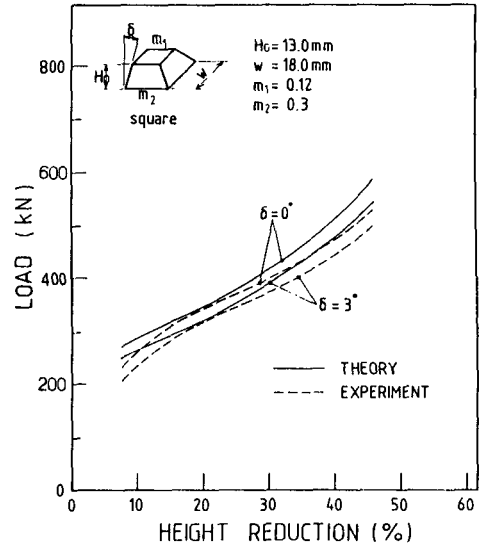


Fig. 7 Comparison of the forging loads between theory and experiment for prismatic and non-prismatic square shaped blocks with different frictional conditions; SM15C, $m_1 = 0.12, m_2 = 0.3$

나타나 있는데 타원의 경우와 마찬가지로 경사가 있는 경우가 경사가 없는 경우보다 체적이 작기 때문에 하중이 작게 나타났으며 다이면의 마찰이 큰 경우 마찰 에너지가 크므로 하중도 크게 나타났으며, 타원과 정사각형의 경우 모두 이론과 실험이 잘 일치함을 볼 수 있다. 그리고 식 (8)에서와 같이 이론하중은 내부 변형 에너지와 마찰 에너지의 두 가지로 구성되는데 이 중에서 마찰 에너지가 전체 하중에 미치는 영향은 높이감소를 50%까지 증가해 갈 때, 시편의 형상에 관계없이 약 4%에서 13%까지 증가하면서 작은 영향을 미치고 있는 것으로 나타났다.

변형형상을 살펴보면, 타원의 경우 Fig. 4에 평면 변형형상을 나타냈고, Fig. 5에는 축방향의 벌짐을 나타냈는데 이론과 실험이 잘 부합되고 있음을 알 수 있다. 실험에 있어서의 이들 평면과 측면의 변형형상은 디지털 마이크로미터가 부착되어 있는 Werth 프로파일 프로젝터에 의해 X, Y방향의 좌표를 측정하여 플로팅하였다.

Fig. 5를 보면 이론에서 구한 축방향 변형의 가장 벌짐된 부분의 위치는 직각주인 경우 마찰이 작은쪽에 가깝게 위치하고 있으며, 비직각주의 경우 마찰이 같을 때에는 큰 밀면적에 따른 마찰저항의

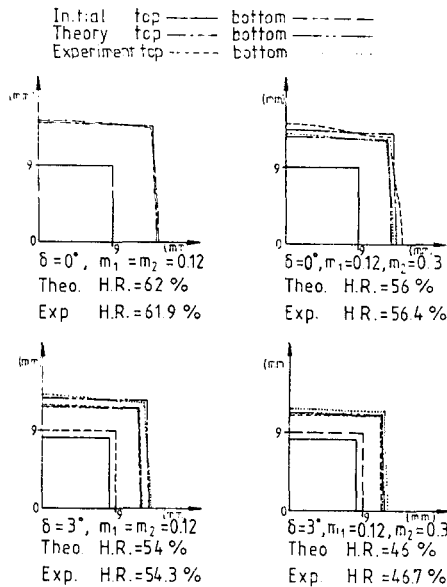


Fig. 8 Comparison of the side wise spreads between theory and experiment for square shaped blocks; SM15C

증가로 금속유동이 구속받기 때문에 최대벌징위치가 넓은 면적을 갖고 있는 아래쪽에 위치하고 있고, 마찰이 다른 경우에는 높이감소율이 증가함에 따라 마찰이 작은쪽에서 유동이 많이 생기고 최대

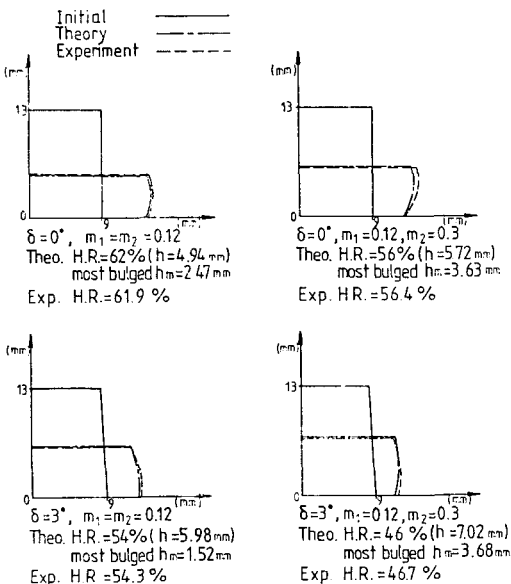


Fig. 9 Comparison of the axial bulgings between theory and experiment for square shaped blocks; SM15C

벌징위치는 아래로부터 위쪽으로 이동되고 있음을 알 수 있다.

정사각형의 변형형상은 Fig. 8과 Fig. 9에 나타나 있다. Fig. 8의 평면변형에서 보면 모서리 부분과 옆면 중앙에서 실험과 이론의 차이가 다소 생기는 하나 대체로 서로 잘 부합됨을 보여주고 있다. Fig. 9의 축방향 벌징변형은 평면변형에 비해서 실험과 이론이 더 잘 일치함을 알 수 있으며, 이론에서 구한 축방향 변형의 가장 벌징된 위치도 타원과 마찬가지로, 직각주의 경우엔 마찰이 작은쪽에 위치하고 있으며, 마찰이 다른 비직각주의 경우엔 높이감소율이 클 때 면적이 넓은쪽보다는 마찰이 작은쪽에 위치함을 알 수 있었다.

이상으로 실험과 이론결과를 비교했는데 대체로 서로 잘 일치함을 보이고 있으나 마찰이 크고 높이 감소율이 큰 경우에는 다소 차이를 나타내고 있는데 그것은 접힘현상(folding)을 고려하지 못한 것에 가장 큰 이유가 있다고 사료된다.

5. 결 론

본 연구에서는 타원형과 정사각형 소재의 업셋팅 단조에 있어서, 시편의 상하 마찰이 다르고 비직각주의 소재에도 적용할 수 있으며, 축방향의 벌징뿐만 아니라 축방향에 수직인 단면의 변형도 함께 고려할 수 있는 비교적 간단한 3차원 동적 가용 속도장을 유도 하였다. 가정된 속도장으로부터 상계 이론을 적용하여 전체 에너지 소비율을 최소화 시키면서 단조 하중과 변형 형상을 구하였다.

실험은 완전 풀림처리된 SM15C 탄소강을 사용하여 여러 실험 조건들에 대해 수행하였으며, 단조 하중과 변형 형상에 대한 이론과 실험을 비교할 때 대체로 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 따라서 본 연구에서 가정한 동적 가용 속도장은 타원형과 정사각형 소재의 업셋팅에 있어서 상하 마찰이 다르고, 직각주 및 비직각주의 시편 형상에 관계없이 단조 하중과 변형 형상을 예측하는데 유용하다는 것을 확인하였다.

후 기

본 연구는 1988년도 한국과학재단의 전반기 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 등 재단 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Lui, J.Y., 1971, "Upper Bound Solutions of Some Axi-Symmetric Cold Forging Problems", J. of Eng. for Ind., Trans. ASME, pp. 1134~1144.
- (2) Avitzur, B., 1986, "Metal Forming: Process and Analysis", McGraw-Hill, New York.
- (3) Aku, S.Y., Slater R.A.C. and Johnson, W., 1967, "The Use of Plasticine to Simulate the Dynamic Compression of Prismatic Block of Hot Metal", Int. J. of Mech. Sci., Vol. 9, pp. 495~525.
- (4) Juneja, B.L., 1973, "Forging of Polygonal Disc", Int. J. of Mach. Tool Des. and Res., Vol. 13, pp. 17~28.
- (5) Juneja, B.L., "Forging of Rectangular Plates", Int. J. of Mach. Tool Des. and Res., Vol. 13, pp. 141~153.
- (6) Juneja, B.L., 1973, "Forging of Polygonal Discs with Barrelling", Int. J. of Mach. Tool Des. and Res., vol. 13, pp. 87~93.
- (7) Nagpal, V., 1977, "On the Solution of Three-Dimensional Metal Forming Processes", J. of Eng. for Ind., Trans. ASME, pp. 624~629.
- (8) Park, J.J. and Kobayashi, S., 1984, "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Block Compression", Int. J. Mech. Sci., No. 3, pp. 165~176.
- (9) Kim, J.H. and Yang, D.Y., 1985, "An Analysis of Upset Forging of Square Blocks Considering the Three-Dimensional Bulging of Sides", Int. J. Mach. Tool Des. and Res., Vol. 25, No. 4, pp. 327~336.
- (10) Yang, D.Y. and Kim, J.H., 1986, "An analysis for Three-Dimensional Upset Forging of Elliptical Disks", Int. J. Mach. Tool Des. and Res., Vol. 26, No. 2, pp. 147~156.
- (11) 양동열, 김종호, 1986, "3차원 변형을 고려한 클로버 형상 소재의 업셋팅 단조해석", 대한기계학회논문집, 제10권, 제 4 호, pp. 535~540.
- (12) Kim, J.H., Yang, D.Y. and Kim, M.U., 1987, "Analysis of Three dimensional Upset Forging of Arbitrarily Shaped Prismatic Blocks", Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 27, No. 3, pp. 311~323.
- (13) Himmelblau, 1972, Applied Nolinear Programming, McGraw-Hill, New York.
- (14) 류민영, 1989, "상하면의 비대칭적 특성을 고려한 소재의 업셋팅 단조에 관한 연구", 한국과학기술원 석사학위논문.