

<論 文>

열전달을 고려한 열기관의 최대출력 설계조건

김 수 연* · 정 평 석**

(1989년 4월 10일 접수)

Maximum Power Design Conditions of Heat Engine with Heat Transfer Processes

Soo Youn Kim and Pyung Suk Jung

Key Words : Heat Engine(열기관), Maximum Power(최대출력), Design Condition(설계조건), Operating Condition(운전조건), Heat Transfer Process(열전달과정)

Abstract

As a basic study of optimum design conditions of the heat engines, Curzon-Ahlborn cycle has been analyzed by considering the capacity of heat exchanger as a design parameter. The result shows that the maximum power output is obtained when the capacity ratio of the hot side heat exchanger to the cold side heat exchanger is just unity. In addition, the optimum ratio is slightly decreased from the unity as the irreversibility of the cycle is increased.

기 호 설 명

- Q : 열전달량
- T : 온도
- U : 열관류율 × 전열면적
- W : 출력
- ϵ_c : 사이클 가역도
- η : 열효율
- Φ_c : 가용에너지 소모량

하 첨 자

- H : 고온열원
- h : 작동유체의 고온부
- L : 저온열원
- l : 작동유체의 저온부
- m : 최대출력조건

1. 서 론

열에너지를 기계적 일로 변환시키는 열기관은 일반적으로 고온열원으로부터 사이클을 겪는 작동유체로 열이 전달된 다음 사이클내에서 상당한 가역성을 유지하면서 기계적 일을 발생시키고 나머지 열은 저온열원으로 방출되는 구조로 되어 있다.

그런데 단순한 열전달 과정에서는 양적인 에너지 보존이 성립하므로 열역학 제 1 법칙에 기초한 기존의 열기관 해석에서는 열원과 사이클 사이의 열전달과정은 고려할 필요가 없으며, 따라서 해석의 대상이 사이클 자체만에 국한되어 있고 사이클의 열효율을 에너지변환의 평가의 척도로 삼고 있다⁽¹⁾. 그러나 근래 들어 일반화되고 있는 열역학 제 2 법칙적 해석에서는 열원과 작동유체 사이의 열전달에서 가용에너지 소모가 에너지변환의 저효율화의 주요한 원인으로 나타나므로 열기관 해석은 필연적으로 이러한 열전달 과정을 포함하게 되고, 이 때 출력의 한계가 열효율과 함께 주요한 지배량으로 등

*정회원, 영남대학교 공과대학 기계설계학과

**정회원, 영남대학교 공과대학 기계공학과

장하게 된다⁽²⁻⁵⁾. 또한 실제 열기관에 있어서는 터빈, 펌프 등 사이클을 구성하는 구성기기에서의 비가역성으로 인하여 열기관은 완전한 가역사이클이 되지 못하고 어느 정도 비가역 사이클로 작동하고 있다. 따라서 열기관 해석을 실제에 접근시키기 위해서는 사이클내의 비가역성도 고려되어야 한다⁽⁴⁾.

열전달 과정을 포함한 열기관 해석모델의 대표적인 것으로서 항온의 고온 및 저온열원 사이에서 카노 사이클로 작동하는 형태의 것이 있으며, 이 열기관을 커전-일본 열기관이라 부르고, 이 기관은 최대출력 발생시 열효율이 열관류율과 무관하게 $1 - (T_L/T_H)^{1/2}$ 이 되는 것으로 유명하다^(2,5,6). 기존의 내적가역 열기관(endo-reversible heat engine) 해석⁽²⁻⁷⁾에서는 운전상태를 결정하는 작동유체의 온도를 변수로 하여 출력 및 효율의 거동을 고찰하고 있으나 본 연구에서는 한 걸음 더 나아가 작동유체의 온도 뿐만 아니라 열기관의 규모를 결정하는 열교환기의 용량도 변수로 하여 출력과 효율의 변화를 조사하고, 최대출력을 얻기 위한 운전조건 뿐만 아니라 실제조건에 대해서도 살펴 보았다.

2. 열기관의 최적 설계조건

주어진 열기관의 운전조건은 대체로 사이클내의 대표적인 온도로서 표시할 수 있고 최적 운전조건은 단위출력당 비용이 최소가 되는 작동온도를 말하게 된다. 그러나 최적 설계조건은 최적 운전조건에서 한걸음 더 나아가 먼저 소요출력이 주어져서 그 출력을 내기 위한 최소비용 조건에서의 열기관의 규모와 운전조건을 구하여야 한다.

그런데 최소비용 조건은 열경제학적인 고려를 포함하여야 하므로 최적조건에 일반적인 서술은 매우 복잡할 것으로 예상된다. 그러나 다행히도 최소비용 조건은 열역학적 최대출력조건과 최대효율조건 사이에 존재하고, 특히 최대출력조건은 주어진 출력을 내기 위한 장치비의 최소조건이 되고 최대효율조건은 운전비의 최소조건이 됨이 밝혀져 있다⁽⁷⁾.

본 연구에서도 경제적 최소비용조건을 구하는 대신 그 한계가 되는 열역학적 최대출력조건을 구함으로써 열경제학적 문제를 열역학적 문제로 축소시켜 해석하였다.

3. 열역학적 해석

Fig. 1과 같이 각각의 온도가 T_H, T_L 인 두 항온 열원과 카노 사이클로 구성된 내적가역 사이클을 생각해 보자. 여기서 열전달량이 열원과 작동유체 사이의 온도차에 비례한다면 열원과 사이클 사이의 열전달량은

$$Q_H = U_H(T_H - T_h) \tag{1}$$

$$Q_L = U_L(T_l - T_L) \tag{2}$$

이 되고, 출력은

$$W = Q_H - Q_L \tag{3}$$

이 된다. 여기서 U_H 와 U_L 의 합을 U_T 로 하고, 계산 편의상 아래와 같이 무차원화 하여 보자.

$$H = T_H/T_L \tag{4}$$

$$t = T_h/T_L \tag{5-1}$$

$$t_l = T_l/T_L \tag{5-2}$$

$$u = U_H/U_T \tag{6-1}$$

$$1 - u = U_L/U_T \tag{6-2}$$

$$q_H = Q_H/(T_L U_T) = u(H - t) \tag{7}$$

$$q_L = Q_L/(T_L U_T) = (1 - u)(t_l - 1) \tag{8}$$

$$w = W/(T_L U_T) = u(H - t) - (1 - u)(t_l - 1) \tag{9}$$

카노 사이클 특성으로부터

$$T_l/T_h = t_l/t = Q_L/Q_H = q_L/q_H \tag{10}$$

가 성립하며, 뒷식들로부터

$$t_l = (1 - u)t/(t - uH) \tag{11}$$

이 된다. 그리고 $t = t_l$ 인 온도를 t_R 이라 하면 t_R 은

$$t_R = 1 + u(H - 1) \tag{12}$$

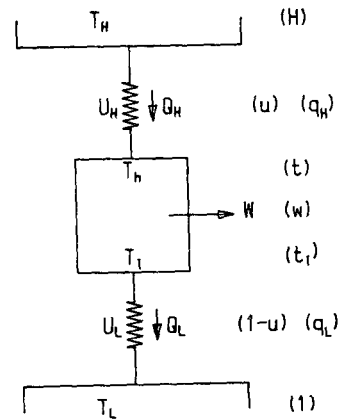


Fig. 1 Schematic diagram of the endoreversible cycle which consists of constant temperature reservoirs and carnot cycle

로 주어지며, 이 온도는 작동유체의 온도 t 의 하한온도로 $t=t_R$ 인 경우 출력은 0이 된다. 이상에서 출력을 u 와 t 의 함수로 정리하면

$$w = u(H-t)[1 + (1-u)/(uH-t)] \quad (13)$$

가 되며, Fig. 2와 같이 u 및 t 모두에 대하여 극대값을 가진다. 이 극대값은 곧 U_H 와 U_L 의 합이 주어졌을 때 낼 수 있는 최대출력을 나타내며, 그때의 u 는 가령 증발기와 응축기의 열관류율의 비를 표시하는 셈이 된다. 이제 이 극대출력조건에 대한 u 와 t 를 계산하여 보면,

$$(\partial w / \partial t)_u = 0 \quad (14-1)$$

$$(\partial w / \partial u)_t = 0 \quad (14-2)$$

로부터

$$t_m = \frac{1}{2}(H + \sqrt{H}) \quad (15-1)$$

$$u_m = 0.5 \quad (15-2)$$

가 되며, u 가 열원의 온도나 작동조건에 관계없이 0.5가 되어 U_H 와 U_L 이 같아지는 점이 흥미롭다. 또한 이 극대조건에서 t_i 은

$$t_i = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{H}) \quad (16)$$

가 되어 H 에 따른 각 지점의 온도분포가 Fig. 3과 같이 나타난다.

또한 효율을 u 와 t 의 함수로 나타내면

$$\eta = w/q_H = 1 + (1-u)/(uH-t) \quad (17)$$

이 되어 Fig. 4와 같이 나타나며, 극대값이 존재하지 않음을 알 수 있다. 그리고 출력을 효율과 u 의 함수로 표시하면

$$w = u(1-u)H\eta \left[\eta - \left(1 - \frac{1}{H}\right) \right] / (\eta - 1) \quad (18)$$

이 되어 Fig. 5와 같이 나타나며, 최대출력조건에서의 효율은

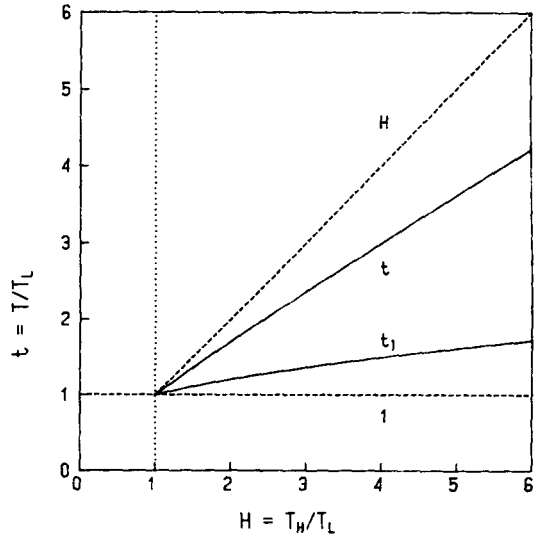


Fig. 3 Variations of cycle temperature as a function of the heat source temperature at maximum power condition

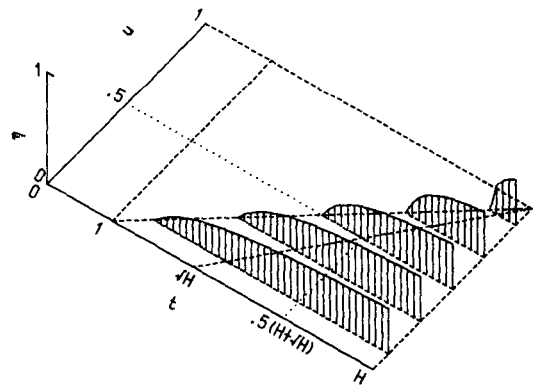


Fig. 4 Thermal efficiency as a function of t and u

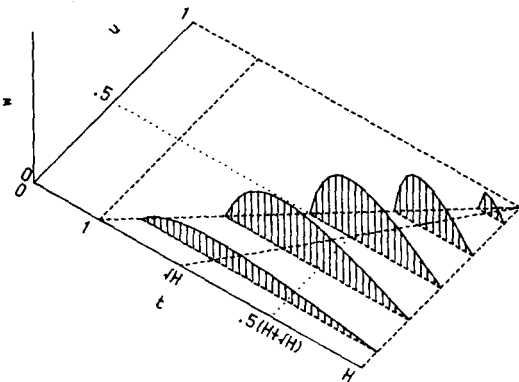


Fig. 2 Power output as a function of t and u

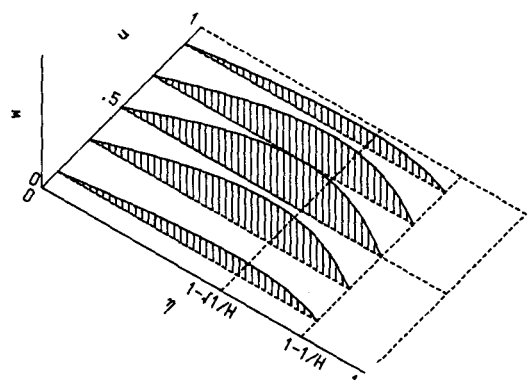


Fig. 5 Power output as a function of η and u

$$(\partial w / \partial \eta)_u = 0 \quad (19)$$

로부터

$$\eta_m = 1 - \left(\frac{1}{H}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - (T_L/T_H)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

가 되어 u 에 관계없이 커전-알본 효율이 됨을 알 수 있다.

이상에서 구한 최대출력조건은 단위출력당 U_T 즉 U_H 와 U_L 의 합이 최소가 되는 조건이 되며, 그 조건에서 단위출력당 U_T 는

$$U_T/W_m = 4/(\sqrt{T_H} - \sqrt{T_L})^2 \quad (21)$$

이 되고, 요구되는 출력을 내기 위한 최소 U_T 는 단순히 윗식에 요구출력을 곱해주면 될 것이다. 그리고 U_H 와 U_L 의 단가가 같다면 이 지점은 곧 주어진 출력을 내기 위한 열교환장치비의 최소조건을 표시하게 되고, 그렇지 않은 경우에는 각각의 단가를 가중하여 합한 값을 출력으로 나눈 값을 지배량으로 하여 좀더 현실성 있는 장치비 최소조건을 구할 수 있을 것이다. 그리고 본 연구에서는 효율이 운전조건 등에 대하여 단조증가하는 것으로 나타나고 있으나 열원의 열손실 등을 고려해줄 경우 효율 역시 극대값을 가지게 되고, 그 지점은 운전비 최소조건을 의미하므로 경제적 최적 설계조건은 이 두 지점 사이에 존재함을 보일 수도 있을 것이다⁽⁷⁾.

4. 비가역 사이클의 최대출력조건

실제 사이클에 있어서는 터빈, 펌프 등과 같이 사이클을 구성하는 구성기에서 비가역성으로 인하여 열기관은 완전한 내적가역 사이클이 되지 못하고 어느 정도 비가역 사이클로 작동하여 사이클내의 가용에너지 소모량이 모두 기계적 일로 변환되지 못하게 된다. 사이클 내부의 이러한 비가역성을 고려하기 위하여 사이클 가역도 ϵ_c 를 도입하면, ϵ_c 는

$$\epsilon_c = W/\Phi_c \quad (22)$$

로 정의할 수 있고, Φ_c 는 사이클 내부에서의 가용에너지 소모량을 나타내며

$$\Phi_c = Q_H \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) \quad (23)$$

가 된다. 여기서 ϵ_c 는 0과 1 사이의 값을 가지게 되고, 1인 경우는 완전가역 사이클을, 0일 경우는 완전비가역 사이클로 단순소산 과정을 표시한다. 사이클의 가역도를 고려하여 출력계산식을 다시 정리하면

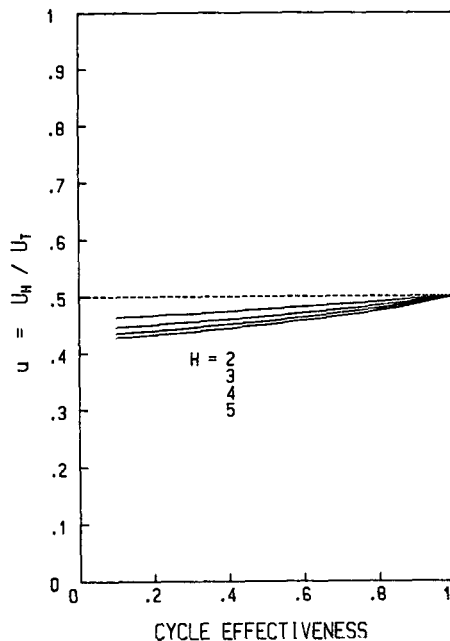


Fig. 6 Variations of u as a function of cycle effectiveness at the maximum power condition

$$w = \epsilon_c u (H-t) \frac{(uH-t) + (1-u)}{(\epsilon_c u H - t) - t u (1-\epsilon_c)} \quad (24)$$

가 되며, 최대출력조건은 ϵ_c 에 의존한다. Fig. 6은 최대출력조건에서 ϵ_c 에 대한 u 의 변화를 나타내며, 사이클내의 비가역성이 최대출력설계조건에 미치는 영향을 보여 준다. 그림에서 보듯이 ϵ_c 가 1인 경우 고온열원의 온도에 관계 없이 u 는 0.5가 되고, 그렇지 않은 경우는 비가역성이 커질수록, 고온열원의 온도가 증가할수록 u 가 작아지며 이는 고온부 열교환기의 용량이 저온부측에 비하여 작아져야 함을 의미한다. 그러나 실제 열기관에서 열교환기의 재료의 온도에 대한 한계로 고온열원의 온도는 어떠한 한계온도 이하로 유지되며, 사이클내의 비가역성도 비교적 작다고 볼 수 있다. 그러므로 대체로 최대출력조건에서 u 는 0.5에서 그다지 크게 작아지지 않는다고 할 수 있다.

5. 결 론

열기관의 최적설계조건에 대한 기초로서 커전-알본 사이클을 예로 들어 운전조건 및 설계조건 모두에 대하여 출력이 극대값을 가짐을 보이고, 그 극대조건에서 고온 및 저온측 열교환기의 용량이 같

아짐을 증명하였다. 이것은 열교환기의 용량당 단가가 같은 경우 주어진 출력을 내기 위한 장치비 최소조건이 될 것이다.

또한 비가역 사이클일 경우 저온부 열교환기의 용량이 고온측에 비하여 크며, 가역 사이클에 접근할수록 두 열교환기의 용량도 서로 접근한다.

참 고 문 헌

- (1) Haywood, R. W., 1980, "Analysis of the Engineering cycles", 3rd ed., Pergamon Press.
- (2) Curzon, F. L. and Ahlborn, B., 1975, "Efficiency of a Carnot Engine at Power Maximum Output", American J. of physics, Vol. 43, pp. 22~24.
- (3) Lubin, M. H., 1979, "Optimal Configuration of a Class of Irreversible Engine (1), (2)", Physical Review A, Vol. 19, No. 3, pp. 1272~1289.
at Maximum Power Conditions", American J. of Physics, Vol. 53, No. 6, pp. 570~573.
- (6) Vos, A. D., 1987, "Reflections on the Power Delivered by Endoreversible Engines", Applied Physics, Vol. 20, pp. 232~236.
- (7) 정평석, 김수연, 1987, "열기관의 최적 운전조건", 대한기계학회논문집, 제11권, 제 6 호, pp. 971~974.
- (4) 김수연, 정평석, 1987, "열원의 열손실을 고려한 내적가역 사이클의 운전조건", 대한기계학회논문집, 제11권, 제 4 호, pp. 663~667.
- (5) Vos, A. D., 1985, "Efficiency of Some Heat Engines