

<技術論文>

부분 구조 합성법의 고찰 및 유한 요소 모델과 실험 모델과의 합성에 관한 연구

최재웅* · 이상설** · 박윤식***

(1989년 3월 6일 접수)

A Review of Mode Synthesis Techniques and Its Application Between FE and Experimental Model

Jae-Woong Choi, Sang-Seol Lee and Youn-Sik Park

Key Words : Component Mode Synthesis(부분구조 합성법), Free Interface Method(자유경계 합성법), Fixed Interface Method(고정경계 합성법)

Abstract

Component mode synthesis (CMS) method can be divided into free, fixed and hybrid interface method according to each component's connecting conditions. In this paper, major mode synthesis methods were reviewed and their accuracies were examined by comparing the calculated eigenvalues with those from full finite element (FE) model. Also, CMS is expanded into the coupling between finite element (FE) and experimental model. Since the assumed experimental data seldom have slope information, the slope information at the interface points is prepared by curve-fitting of the calculated values. A simple beam structure is tested to show the effectiveness of the above method, and we found that it can improve the accuracy of the synthesis method in calculation, especially in the low modes.

기 호 설 명

<p>$[M], [K]$: 요소들의 조합된 질량 및 강성 행렬</p> <p>$[M]_i, [K]_i$: 요소 i의 축약된 질량 및 강성 행렬</p> <p>$[M]_i, [K]_i$: 물리 좌표에서 i 요소의 질량 및 강성 행렬</p> <p>$[M]^r, [K]^r$: 기하학적 적합 조건을 갖는 질량 및 강성 행렬</p> <p>$\{f\}$: 내부 좌표상의 힘 벡터</p> <p>$\{f\}$: 연결부 좌표상의 힘 벡터</p> <p>$\{\bar{a}\}$: 연결부의 물리 좌표 벡터</p>	<p>$\{a\}_i$: 요소 i의 물리 좌표 벡터</p> <p>$[R]$: 물리 좌표와 모우드 좌표와의 관계 행렬</p> <p>$[\beta]$: 기하학적 적합 조건 행렬(좌표변환행렬)</p> <p>$\{\xi^r\}$: 요소 i의 모우드 좌표 벡터</p> <p>$[\phi]$: 조합된 모우드 행렬</p> <p>$[\phi_a]$: 동변위 기준 모우드 행렬</p> <p>$[\phi]_i$: 요소 i의 모우드 행렬</p> <p>$[\phi_n]$: 요소의 내부 영역에 해당하는 고유 모우드 행렬</p> <p>$[\phi]_{phys}$: 물리 좌표상의 모우드 형상 행렬</p> <p>$[\phi]^r$: 기하학적 적합 조건을 갖는 결합 영역의 모우드 행렬</p> <p>$\{\xi^n\}$: 내부 모우드 좌표 벡터</p>
--	--

*한국과학기술대학 연구원

**한국과학기술원 기계공학과

***정회원, 한국과학기술원 기계공학과

1. 서 론

일반적으로 구조해석은 유한 요소법을 대부분 이용하고 있으나, 비행기 등의 큰 구조물에 대해서는 메쉬를 나누는 시간 및 계산을 위해 소모되는 시간이 커다란 문제점이 되고 있다. 이러한 점들을 보완하고자 전체 구조물을 몇 개의 요소로 구분하고, 각 요소에 대한 모달 변수를 독립적으로 구하고 각 요소간의 기하학적 적합 조건을 구속 조건으로하여 요소들을 합성함으로써, 원하는 구조물의 모달 변수, 응력 및 변형률 등을 구하는 방법이 부분 구조 합성법이다.

이제까지 소개된 방법들을 정적 상태의 해석을 위하여, 변위법(stiffness method)과 역강성법(flexibility method)⁽¹⁾이 1950년대 후반에 소개되었으며, 1960년대 이후로는 동적해석을 위한 다양한 방법들이 발표되었다. 여기에는 스프링 등과 같은 매개체를 이용하여 요소간의 구속 조건이 되도록 하는 방법^(2,3)들과, 매개체 없이 연결조건을 부여하는 방법⁽⁴⁾들로 구분할 수 있다. 후자의 경우는 한 요소 해석시 연결부의 상황을 자유-자유, 고정-고정 및 자유-고정 등으로 모델링하는 것에 따라 자유경계 합성법(free interface method)^(5,6), 고정경계 합성법(fixed interface method)^(7,8), 혼합경계 합성법(hybrid interface method)⁽⁹⁾로 구분되며, 이밖에도 몇 가지 다른 형태의 방법^(10,11)들이 소개되고 있다.

본 논문에서는 동변위 기준 모우드로부터 합성법을 유도하고, 이것의 특수한 형태가 기존의 Craig와 Bampton에 의한 합성법이 됨을 보이고, 기존의 방법들과 합성후의 고유치를 비교하고자 한다.

실험으로부터 얻은 값들에 대한 합성법은 일반적인 가속도계가 축 방향의 변위에 대한 정보만을 주는 형태이므로 기울기 정보가 없는 이들 모우드만을 이용하는 합성은 합성 후의 정확한 고유값을 기대할 수 없다. 기울기를 얻기 위한 측정법은 현재까지 미비한 상태이기 때문이다.

따라서 본 논문에서는 일반적으로 축방향 변위에 대한 모우드만을 가지고 있는 경우의 합성을 위해 축방향 변위 모우드의 커브-피딩을 이용하여 기울기 정보를 얻고 모델링된 요소의 연결부에 부여함으로써, 변위 정보만을 사용하는 방법보다 좀 더 정확한 고유값을 얻을 수 있음을 보이고자 한다.

2. 동 변위 기준 모우드를 이용한 합성

부분 구조 합성법을 위한 요소들을 모델링하는 대표적인 방법은 유한요소 모델링법이다. 따라서 임의의 형상을 갖는 모우드 형상은 절점들에 대한 값들로 이루어지며, 인접 요소와의 경계 영역에 존재하는 값들과, 내부에 존재하는 값들로 나눌 수 있다.

기본식의 유도를 위해 2개의 요소 a , b 로 이루어진 경우를 생각하면 유한 요소 모델링을 통하여 다음과 같은 질량 및 강성행렬을 얻을 수 있다.

$$[M]_a = \begin{bmatrix} M_{ii}^a & M_{ij}^a \\ M_{ji}^a & M_{jj}^a \end{bmatrix}, [K]_a = \begin{bmatrix} K_{ii}^a & K_{ij}^a \\ K_{ji}^a & K_{jj}^a \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[M]_b = \begin{bmatrix} M_{ii}^b & M_{ij}^b \\ M_{ji}^b & M_{jj}^b \end{bmatrix}, [K]_b = \begin{bmatrix} K_{ii}^b & K_{ij}^b \\ K_{ji}^b & K_{jj}^b \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 i : 내부 영역, j : 경계 영역

편의상 요소 표시를 생략하고, 한 요소에 대한 일반식을 구조물에 의뢰가 없다고 보고 모델링을 하면 다음과 같다.

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ij} \\ M_{ji} & M_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q} \\ \bar{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q} \\ \bar{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ p \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서 p 는 경계부의 힘 평형을 위한 힘이다. 그러면 요소에 대한 변위는 경계 영역이 고정된 경우의 변위와 경계 영역의 자유도에 대한 내부 영역의 변위와의 합으로 표현할 수 있다. 변위에 따른 동변위 기준 모우드를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \{\bar{q}\} &= -[K_{ii} - \omega^2 M_{ii}]^{-1} [K_{ij} - \omega^2 M_{ij}] \{\bar{q}\} \\ &= \{\phi_a\} \{\bar{q}\} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 주파수가 0인 경우에 대하여 풀면 $\{\phi_a\}$ 는 Craig-Bampton⁽⁸⁾이 제안한 변위 기준 모우드가 된다. 다음으로 내부 영역만을 고려한 모우드는 다음 식으로부터 얻어진다.

$$-\omega^2 [M_{ii}] \{\bar{q}\} + [K_{ii}] \{\bar{q}\} = \{0\} \quad (5)$$

식 (5)에서 모우드 형상 $\{\phi_n\}$ 을 구하고 이 때의 모우드 좌표를 $\{\xi^n\}$ 으로 정의하면 한 요소에 대한 일반적인 모우드 행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{q\} = [\phi] \begin{Bmatrix} \xi^n \\ q \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_n & \phi_a \\ \vdots & \vdots \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (7)을 각 요소에 대하여 구하고 이를 이용하

여 원래 요소의 질량행렬 및 강성행렬을 축소할 수 있다.

$$[M]_a^c = [\phi]_a^T [M]_a [\phi]_a, \quad (8)$$

$$[K]_a^c = [\phi]_a^T [K]_a [\phi]_a$$

$$[M]_b^c = [\phi]_b^T [M]_b [\phi]_b, \quad (9)$$

$$[K]_b^c = [\phi]_b^T [K]_b [\phi]_b$$

이들을 합성하면

$$[M] = \begin{bmatrix} [M]_a^c & \\ & [M]_b^c \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} [K]_a^c & \\ & [K]_b^c \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{좌표} = \begin{Bmatrix} \xi_a^n \\ \bar{q}_a \\ \xi_b^n \\ \bar{q}_b \end{Bmatrix} \quad (11)$$

이 되고, 경계부의 상태는 강결합으로 생각하여 아래와 같이 표현된다.

$$\{\bar{q}\}_a = \{\bar{q}\}_b \quad (\text{기하학적 적합조건}) \quad (12)$$

$$\{\bar{p}\}_a + \{\bar{p}\}_b = 0 \quad (\text{연결부의 힘 평형조건}) \quad (13)$$

이들을 이용한 좌표, 질량 및 강성행렬은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \xi_a^n \\ \bar{q}_a \\ \xi_b^n \\ \bar{q}_b \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} \xi_a^n \\ \bar{q}_a \\ \xi_b^n \end{Bmatrix} = [\beta] \{z\} \quad (14)$$

$$[M]^r = [\beta]^T [M] [\beta], \quad [K]^r = [\beta]^T [K] [\beta] \quad (15)$$

여기서

$$[\beta] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad \{z\} = \begin{Bmatrix} \xi_a^n \\ \bar{q}_a \\ \xi_b^n \end{Bmatrix} \quad (16)$$

이로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[M]^r \{\dot{z}\} + [K]^r \{z\} = \{0\} \quad (17)$$

이 식으로 해석하고자 하는 계의 고유 진동수를 구하고, 모우드 행렬 $[\phi]^r$ 을 구하면, 실제계의 모우드 행렬은 다음과 같이 쓰여진다.

$$[\phi]_{phy} = \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{bmatrix} [\beta] [\phi]^r \quad (18)$$

따라서 실제계의 외력을 $\{F\}$ 라 정의하면 계의 해석에 이용되는 최종식의 형태는 다음과 같다.

$$[\phi]^r [M]^r [\phi]^r \{\xi^2\} + [\phi]^r [K]^r [\phi]^r \{\xi^2\} = [\phi]_{phy}^T \{F\} \quad (19)$$

3. 연결점의 자유도가 다른 경우의 합성⁽¹²⁾

해석하고자 하는 계의 모우드 값에 대한 정보가

변위에 대한 값뿐인 경우의 합성을 위해 2개 요소 a, b 로 구성된 계를 택한다. 실제 적용분야로는 한편이 유한 요소 모델링된 데이터를 갖고 있고, 다른쪽은 실험으로 구한 데이터를 갖고 있는 경우 및 두 개 모두 실험 결과로 되어 있는 경우를 생각할 수 있다. 여기서는 실제 모델링 하기에 충분한 절점당 자유도가 있어야 한다는 것과, 유한요소 모델링의 모우드 기울기는 변위값들의 기울기에 해당한다는 이론으로부터, 모우드의 변위값으로부터 기울기 정보를 IMSL⁽¹³⁾ Subroutine의 cubic-spline 커브-피팅을 이용하여 구하고 이 값들을 경계 영역의 각 절점에 부가시켜 합성하는 방법을 고려한다. 먼저 a 요소는 유한 요소 모델링된 결과라 두고, b 요소는 고유 진동수와 변위에 대한 모우드 행렬만 알고 있는 것으로 가정한다. 이 때의 준비된 값들은 다음과 같다.

$$[M]_a, [K]_a \quad (20)$$

$$[\omega_n^2]_b, [\phi]_b = \begin{matrix} 1T \\ 2T \\ 3T \\ \vdots \end{matrix} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & \dots \\ & \longrightarrow & \text{모우드 수} & \\ & & & \downarrow \\ & & & \text{절점과 자유도} \end{array} \right] \quad (21)$$

이 때 모델링된 a 요소의 자유도가 기울기 정보를 포함하고 있는 경우, 경계 부분의 일치된 절점당 자유도를 위해 b 요소의 기울기 정보를 변위 정보로부터 구한 후 합성 조건을 고려한다. 만약 m 개의 절점이 요소 a, b 의 경계 영역에 존재하면 변위 관련항을 T , 그에 따른 기울기 관련항을 R 로 표시하면, 경계 영역에만 기울기 정보를 부가하는 경우 다음과 같이 고유 진동수 및 모우드 행렬을 쓸 수 있다.

$$[\omega_n^2]_b, [\phi]_b = \begin{matrix} 1T \\ 1R \\ 2T \\ 2R \\ \vdots \\ mT \\ mR \\ m+1T \\ m+2T \\ \vdots \end{matrix} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & \dots \\ & \longrightarrow & \text{모우드 수} & \\ & & & \downarrow \\ & & & \text{절점과 자유도} \end{array} \right] \quad (22)$$

그러면 b 요소의 좌표중 경계 영역만을 물리 좌표계로 치환하는 변환 행렬 $[R]$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{q\}_b = [\phi]_b' \{\xi\}_b = [\phi]_b' [R] \begin{Bmatrix} \bar{q} \\ \xi_i \end{Bmatrix}_b$$

여기서

$$= [\phi]_b'' \{q\}_b'' \quad (23)$$

$$[\phi]_b'' = [\phi]_b' [R] \quad \{q\}_b'' = \begin{Bmatrix} \bar{q} \\ \xi^i \end{Bmatrix}_b$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & \text{모우드 수} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m & & & & \\ \vdots & & & & \\ m & & & & \end{bmatrix}^{-1}$$

↓
절점과 자유도

$$\begin{bmatrix} 0 & \vdots & I \end{bmatrix} \quad (24)$$

식 (24)의 I 는 내부 좌표계에 해당하는 자유도를 갖는 정방행렬이 되며, 윗 부분은 연결점의 모우드 형상 행렬이 된다. 따라서 $\{q\}_b''$ 좌표계에 대한 질량행렬 및 강성행렬은 다음과 같다.

$$[M]_b'' = [R]^T [I] [R] \quad (25)$$

$$[K]_b'' = [R]^T [\omega_n^2] [R] \quad (26)$$

a 요소에 대한 유한 요소 모델링은 앞 장에서 유도한 동변위 기준 모우드 중 기준 주파수가 0인 경우의 변위 기준 모우드를 이용하여 다음으로 정리된다.

$$\{q\}_a = [\phi]_a \begin{Bmatrix} \xi^i \\ \bar{q} \end{Bmatrix}_a = [\phi]_a \{q\}_a'' \quad (27)$$

$$[M]_a'' = [\phi]_a^T [M]_a [\phi]_a \quad (28)$$

$$[K]_a'' = [\phi]_a^T [K]_a [\phi]_a \quad (29)$$

여기서

$$[\phi]_a = \begin{bmatrix} \phi_n & \phi_a \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\{q\}_a'' = \begin{Bmatrix} \xi^i \\ \bar{q} \end{Bmatrix}_a$$

식 (25), (26), (28), (29)를 조합하면

$$[M] = \begin{bmatrix} [M]_a'' & \\ & [M]_b'' \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} [K]_a'' & \\ & [K]_b'' \end{bmatrix} \quad (30)$$

이 되고, 식 (12), (13)의 구속 조건으로부터 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{Bmatrix} \xi^i_a \\ \bar{q}_a \\ \bar{q}_b \\ \xi^i_b \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} \xi^i_a \\ \bar{q}_a \\ \xi^i_b \end{Bmatrix} = [\beta] \{z\} \quad (31)$$

$$[M]^r = [\beta]^T [M] [\beta] \quad (32)$$

$$[K]^r = [\beta]^T [K] [\beta] \quad (33)$$

여기서

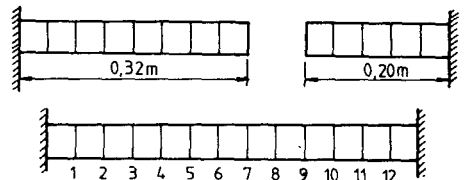
$$[\beta] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad \{z\} = \begin{Bmatrix} \xi^i_a \\ \bar{q}_a \\ \xi^i_b \end{Bmatrix}$$

따라서 원하는 계의 고유치 해석을 위한 최종식은 식 (34)가 된다.

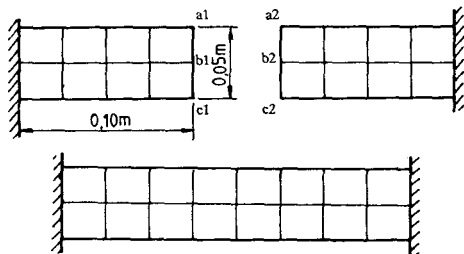
$$[M]^r \{\ddot{z}\} + [K]^r \{z\} = \{0\} \quad (34)$$

4. 고정정보의 적용 결과

앞서 유도한 식들의 적용을 위해 Fig. 1(a)과 같이 고정보를 2개의 요소로 구분하여 합성하는 경우를 생각한다. 동변위 기준 모우드를 이용하는 경우의 기준 주파수 변화에 따른 고유치의 변화 정도와 기존의 부분 구조 합성법을 이용하는 경우의 고유치를 전체를 유한 요소 모델링을 통하여 구한 고유치와 비교하였다. 또한 변위 모우드만이 존재하는 경우의 합성을 위해 유한 요소 모델링을 통하여 얻은 모우드 형상 행렬에서 변위 모우드만 택한 것을 실험 모델의 경우로 대치하였다. 여기서는 이 가정된 데이터를 갖는 모델을 AEM (assumed experimental model)이라 정의한다. 이로부터 3장의 합성 과정을 이용하여, 두 요소의 모델링 변화에 따른 (AEM-AEM, AEM-유한 요소 모델) 합성 후의 고유치를, 전체를 유한 요소 모델링하여 얻은 결과



(a) Components of a fixed beam and its connecting shape



(b) Components of a fixed plate and its connecting shape

Fig. 1 Model configuration of a beam and a plate

와 비교하였다.

4.1 부분 구조 합성법들의 고유치 특성 및 요소들의 구분에 따른 영향

Table 1은 양단 고정보틀 2개의 요소로 구분하여 합성하는 경우의 대표적인 부분구조합성법들의 고유치 정도를 보여준다. 여기서 합성 후의 최종 자유도는 10이 되도록 하였다. 참고문헌 (10)에서와 같이 자유 경계 합성법에서 내부 영역의 질량 및 강성을 연결부에 해당하는 좌표로 축소하여, 이를 해석하는 인접 요소의 경계부에 합성하여 고유치 해석을 행하고 합성하는 방법(method 3)은 Table 1의 결과에 나타난 바와 같이 참고문헌 (6)에서 말하고 있는 자유 경계 합성법(method 2)보다 정확한 고유치 정도를 보여준다. 즉 첫번째 고유진동수에서는 약 3.6%, 두번째는 약 5%, 세번째는 약 0.76% 정도 더 정확함을 보게 된다. 이때 method 2의 오차는 세번째 모드에서 가장 적게 나타나는데, 이것은 연결점이 세번째 모드의 절점이 되기 때문이다.

부분구조 합성법을 이용하는 고유치 계산은 자유 경계 합성법의 경우 구분하는 요소들의 위치에 대해 특히 민감한 반응을 보인다. Fig. 1(a)의 보틀 두 개의 요소로 구분하는 위치에 대한 영향은, Fig. 2에서 요소간의 연결 부위가 노우드점이 되는

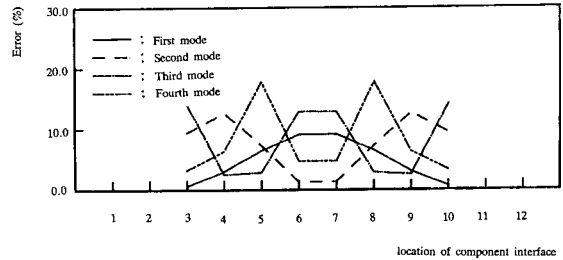


Fig. 2 Natural frequencies comparison of CMS according to the location of component interface (Apply free interface method having 6DOF, finally)

경우는 극히 적은 고유치의 차이가 있을 뿐이나, 가장 큰 고유벡터 값이 되는 경우(anti-nodal point)는 오차가 최대로 되는 현상을 보여 준다. 즉 연결점이 6인 경우 첫번째 모우드의 오차가 가장 큰 반면 두번째 모우드는 가장 작은 오차가 존재한다.

Fig. 3은 method 3에서 첨가해 주는 질량 또는 강성이 질량은 주로 연결부의 변위 모우드에 해당하는 값을, 그리고 강성은 연결부의 기울기 모우드에 해당하는 값을 비슷하게 맞추어 주는 현상을 보여 주고 있다. 이들 방법은 일반적으로 구조물 자체의 응답이 주로 저차 모우드에 집중되어 나타나므로 인접 요소의 영향을 위와 같이 정적상태에서

Table 1 Natural frequencies comparison for fixed beam (unit : Hz)

Methods	[1]		[2]		[3]		[4]		[5]		[6]	
Total DOF	24		10		10		10		10		10	
Modes	FEM	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	
1st	166.697	172.843	3.686	166.698	0.000	166.698	0.000	166.699	0.001	166.699	0.001	
2nd	459.565	482.986	5.096	459.582	0.004	459.568	0.001	459.607	0.009	459.606	0.009	
3rd	901.189	908.383	0.798	901.531	0.038	901.247	0.006	901.202	0.001	901.202	0.001	
4th	1490.61	1630.09	9.357	1490.89	0.019	1491.86	0.084	1492.14	0.103	1492.14	0.103	
5th	2229.24	2288.48	2.657	2234.48	0.235	2234.76	0.247	2233.92	0.210	2233.92	0.210	

Error = |FEM - CMS| / FEM × 100

- [1] : FEM result
- [2] : Free interface method
- [3] : Free interface method using equivalence mass/stiffness loading

- [4] : Substitution method
- [5] : Fixed interface method
- [6] : Fixed interface method using dynamic constraint mode (constraint frequency : 160Hz)

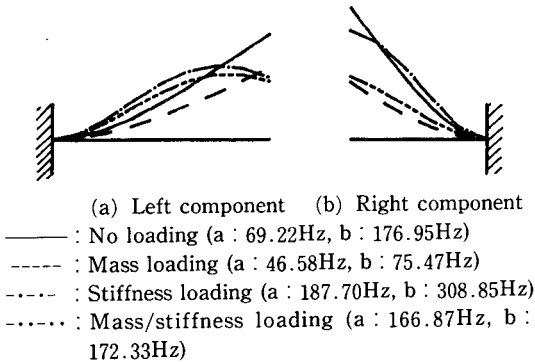


Fig. 3 Mode shapes in the mass or stiffness loading case

고려하고 있다. 그러나 첨가해 주는 양이 인접 요소의 내부 영역에 해당하는 질량 및 강성을 연결부의 자유도로 압축되어진 양이므로 실험을 하는 경우는 질량 및 강성의 정밀한 결정이 어려워져서 위와 같은 결과를 기대할 수는 없다. 그러나 method 2에 비해서는 고유 진동수의 오차를 작게 할 수 있을 것이다.

참고문헌 (11)에서 유도되어진 요소 부가법 (method 4) 부가질량 및 강성을 갖는 본체와, 고정 경계 합성법에 의해 모델링한 요소를 합성하는 것으로 비교적 정확한 고유치를 얻을 수 있다. 그러나 부가질량 및 강성의 첨가 양을 결정하여야 하며, 이 양을 주는 편의 요소에 대하여 연결부가 고정된 모우드를 이용함으로써 실제 적용에서는 항상 인접한 요소와의 결합으로 기술되어야 한다는 점 때문에 인접 요소에 대하여 풀고 다시 이로부터 연

결부 좌표를 물리 좌표로 치환하여, 다른 요소를 첨가하는 과정을 되풀이 함으로써 상대적으로 독립된 모델을 이용하는 것에 비해 많은 계산을 요한다. 고정 경계 합성법 (method 5)은 참고문헌 (8)에 의한 방법으로 3절에서 유도한 동변위 기준 모우드의 기준 주파수가 0인 경우에 해당하는데 경계부의 특성을 정적 상태에서 표현하고 있으므로 저차 모우드에서 우수한 고유치 정도를 보여주고 있다. 따라서 기준 주파수가 합성 후의 첫번째 고유진동수보다 작은 method 6은 고정 경계 합성법의 결과와 비슷함이 당연하다.

2장에서 유도한 동변위 기준 모우드에 대한 기준 주파수 변화에 따른 각 모우드별 오차 분포가 Table 2에 나타나 있다. 여기서 기준주파수를 900 Hz로 한 경우는 3번째 모우드의 오차가 기준주파수 300Hz인 경우보다 감소하는데, 이는 Fig. 1에 보여준 모델이 약 901Hz에서 3번째 모우드를 갖기 때문이다. 마찬가지로 기준주파수가 1500Hz인 경우는 4번째 모우드의 오차가 2100Hz인 경우는 5번째 모우드의 오차가, 그 보다 낮은 기준주파수일 때의 값에 비해 적게 나타남을 알 수 있다. 따라서 특정의 주파수를 갖는 가진력이 있는 경우의 응답 특성을 얻기 위해서는 가진주파수를 기준주파수로 하여 모델링하는 것이 좋으리라 생각된다.

4.2 연결점의 자유도가 다른 경우의 합성

3장에서 언급한 방법에 대하여, 앞서 언급했듯이 가정된 실험 데이터를 이용하여 큐빅 스플라인을 이용한 커브-피팅을 하여 연결부의 기울기를 찾아

Table 2 Natural frequencies comparison according to constraint frequency in dynamic constraint mode (unit : Hz)

Modes	FEM	CMS		CMS		CMS		CMS	
		(300Hz)	Error	(900Hz)	Error	(1500Hz)	Error	(2100Hz)	Error
1st	166.697	166.698	0.0005	166.705	0.0098	166.786	0.0534	167.072	0.2249
2nd	459.565	459.577	0.0026	459.569	0.0008	459.569	0.0008	459.613	0.0104
3rd	901.189	901.222	0.0036	901.216	0.0029	901.206	0.0018	901.195	0.0006
4th	1490.61	1491.34	0.0489	1491.28	0.0449	1491.18	0.0382	1492.04	0.0288
5th	2229.24	2229.92	0.0305	2229.89	0.0291	2229.83	0.0264	2229.75	0.0228

Error = |FEM - CMS| / FEM × 100

() : Constraint frequency in dynamic constraint mode

Table 3 Natural frequencies comparison of fixed beam (unit : Hz)

Methods	[1]	[2]		[3]		[4]	
Total DOF	24	5		5		5	
Modes	FEM	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error
1st	166.697	165.455	0.746	161.246	3.271	120.311	27.82
2nd	459.565	455.852	0.808	440.588	4.130	371.013	19.26
3rd	901.189	901.343	0.017	896.554	0.514	869.578	3.508
4th	1490.61	1660.94	1.990	1383.92	7.157	1180.26	20.82
5th	2229.24	2212.01	0.773	2208.10	0.949	2169.54	2.678

$Error = |FEM - CMS| / FEM \times 100$

[1] : FEM result

[2] : Synthesis between FE and experimental model

[3] : Synthesis using assumed EXP data in both

elements (Generate slope data in interface by curve-fitting)

[4] : Synthesis using assumed EXP data in both elements (Not using slope data in interface)

내어 합성한다. 이때 커브-피팅에 이용되는 절점수는 큐빅 스플라인이기 때문에 최소한 3개 이상이 요구된다. 이 때 고차 모드에 대해서는 저차쪽의 모드에 비해 낮은 정도의 값을 갖는 기울기 모우드 형상을 얻게 되지만 일반적으로 운동의 지배 모우드가 저차 쪽에 집중되어 있기 때문에 고차 기울기 모우드의 오차 영향은 적으리라 생각된다.

Table 3은 Fig. 1의 모델에 대하여, 좌측 요소는 유한 요소 모델로 우측 요소는 가정된 변위 모우드만을 갖는 데이터에 경계 영역의 기울기 값들을 첨

가한 모델과의 합성 결과인데, 2% 이내의 오차 범위의 고유치 정도를 얻을 수 있다. 양쪽 모두 변위 모우드 형상만을 갖는 모델의 경우에, 경계 영역에 기울기 모우드를 부여하여 합성한 method 3의 결과는 8% 내의 오차가 존재하며, 기울기 데이터 없이 합성한 method 4는 열결부가 모우드점 근처가 되는 경우(3번째와 5번째 모우드)를 제외하고는 큰 오차를 갖게 된다. 따라서 부분 구조 합성법의 연결점 부위에서, 전체 합성 후의 절점당 자유도에 해당하는 충분한 절점당 자유도를 부여하고 합성하

Table 4 Natural frequencies comparison of plate structure according to connection conditions (unit : Hz)

Connection conditions		b1-b2				a1-a2, c1-c2				a1-a2, b1-b2, c1-c2			
Methods	[1]	[2]		[3]		[2]		[3]		[2]		[3]	
Total DOF	69	30		30		30		30		30		30	
Modes	FEM	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error	CMS	Error
1st	248.712	280.427	12.752	249.678	0.388	289.236	15.267	251.931	0.400	294.385	9.787	269.078	0.348
2nd	708.276	710.538	0.319	708.620	0.049	726.477	0.378	724.039	0.041	728.343	0.356	726.051	0.040
3rd	738.639	739.341	0.095	738.833	0.026	764.047	1.306	754.470	0.036	790.461	4.297	758.181	0.037
4th	1216.15	1365.50	12.281	1216.32	0.014	1572.82	17.835	1334.98	0.016	1622.06	12.721	1439.46	0.031
5th	1331.91	1558.23	16.992	1322.14	0.017	1676.79	7.022	1566.94	0.011	1733.14	9.430	1584.07	0.018

$Error = |FEM - CMS| / FEM \times 100$

[1] : FEM result

[2] : Free interface method

[3] : Fixed interface method

는 것은 최종 고유치 결과에 중요한 영향이 미침을 알 수 있다. 이 방법을 실제로 적용할 때 실험 데이터로 구한 변위 모드만을 갖고 있는 경우, 3장에서 가정한 모드간의 직교성 및 모드 질량에 대한 정확도에 따라 합성 후의 오차 정도가 결정될 것이다.

4.3 경계부의 연결 정보에 따른 영향

부분구조 합성법은 해석하는 모델의 자유도를 최소로 하면서 동적 특성을 파악하는데, 목적이 있으므로 경계부가 많은 절점을 포함하고 있는 경우, 동적 특성의 정확도를 낮게 하지 않으면서 절점을 최소화 하는 것이 효과적이다.

Table 4의 결과는 Fig. 1(b)의 평판 구조에서 a 와 b 요소를 연결하는 세 개의 절점의 연결정도에 따른 고유진동수를 유한 요소 모델의 결과와 비교한 것이다. 고정 경계 합성법의 경우는 연결점을 강결합으로 보기 때문에 오차의 범위가 자유 경계 합성법의 경우보다는 연결 절점수에 따른 변화가 적음을 볼 수 있다. 자유 경계 합성법에서 연결 절점의 수에 따라 고유 진동수 오차 범위가 불규칙한 것은, 연결점의 선택이 합성 후의 평판 구조에서 노우드점이 되는 위치가 변화하기 때문이다.

5. 결 론

(1) 일반적인 부분 구조 합성법들의 고유치 정도 비교에서 연결부의 정적 상태에 대한 구속 조건을 갖는 방법(고정경계 합성법, 요소 부가법 등)이 그렇지 못한 방법(자유경계 합성법)에 비해 유한요소 모델을 통해 전체를 해석한 결과에 근접하였다(Table 1).

(2) 인접 요소의 내부 좌표들에 해당하는 질량 및 강성을 경계 좌표로 축소하여 얻은 등가 질량 및 강성을 이용함으로써 연결부에서 서로 비슷한 변위 모드 형상 및 기울기 모드 형상이 됨을 알았다.

(3) 부분 구조 합성법에서 연결부를 자유 경계 상태로 모델링된 변위 모드만을 갖는 모델과, 고정 경계 상태로 모델링된 유한 요소 모델과의 합성을 통하여 서로 다른 모드를 갖는 요소들에 대해서도 합성이 가능함을 보였다. 또한 연결부가 요소

를 묘사하기에 충분한 자유도를 가지면 합성 후의 고유치가, 전체를 유한 요소 모델링을 통해 구한 고유치에 대해 비교적 적은 오차 범위 안에 존재함을 알았다.

참 고 문 헌

- (1) Przemieniecki, J. S., 1963, "Matrix Structural Analysis of Substructure", AIAA, Vol. 1, No. 1, Jan., pp. 138~147.
- (2) Hallquist, J. Snyder, V. W., 1973, "Synthesis of Two Discrete Vibratory Systems Using Eigenvalue Modification", AIAA, Vol. 11, No. 2, May, p. 247.
- (3) Luk, Y. W., 1983, "Analytical and Geometric Substructuring Via Dual Modal Space Structural Modification", 2-nd IMAC., pp. 50~57.
- (4) Hurty, W. C. 1965, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes", AIAA, Vol. 3, No. 4, Apr., pp. 678~685.
- (5) Goldman, R. L., 1969, "Vibration Analysis by Dynamic Partitioning", AIAA, Vol. 7, No. 6, June, pp. 1152~1154.
- (6) Imanishi, E., Fujikawa, T., Hamazaki, Y., Aui, H., 1986, "A Component mode Synthesis Method Using the Retrtransformed Physical coordinates", 4th IMAC., pp. 1609~1614.
- (7) Hintz, R. M., 1975, "Analytical Methods In Component Modal Synthesis", AIAA, Vol. 13, No. 8, Aug., pp. 1007~1016.
- (8) Craig, R. R., Bampton, A. C. C., 1968, "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis", AIAA, Vol. 6, No. 7, Jul., pp. 1313~1319.
- (9) MacNeal, R. H., 1971, "A Hybrid Method of Modal Synthesis", Computers and Structure, Vol. 1, p. 581.
- (10) Benfield, W. A., Hruda, R. F., 1971, "Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution", AIAA, Vol. 9, No. 7, Jul., pp. 1255~1261.
- (11) Jin Zhang, Wen-Liang Wang, Xiang-Jun Chen, 1987, "Interface Loading Constraint Method for Dynamic Structural Analysis of Shrouded Turbine and Compressor Blades", 5th IMAC., pp. 288~294.
- (12) 최재웅, 1988, "구조 합성법의 고찰 및 유한 요소 모델과 실험 모델과의 합성에 관한 연구", 석사 학위 논문, 한국과학기술원.
- (13) IMSL LIBRARY, 1982.