大學 數學教育의 문제점

金 容 雲
(漢陽大 數學科)

1. 序論

초·중·고등학교에서의 수학교육의 교과과정은 여러 해에 걸쳐 엄밀한 검토가 가해지고 실지 거의 5년을 주기로 해서 개혁되고 있다.

그러나 대학에서의 수학교육은 거의가 무제한적으로 대학의 학과 또는 교수의 재량에 일임되어 있다.

대학 수학교육이 필요한 대상 및 분야는 대체로 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

① 전문 수학의 연구자(대학 교수, 연구원)
② 중·고등학교의 교원
③ 전자 계산기 계통의 요원(소프트 웨어)
④ 기업·연구소 등에서 수학적인 구상을 요하는 분야(기획 또는 수학적 모델의 구상)
⑤ 대학원 진출(반드시 수학 전공은 아니더라도 수학적 사고를 토대로 하는 경제학, 생물학, 언어학 등의 연구 포함)

그러나 실제에 있어 대학의 수학과에서 그 목적을 의식하는 일이 별로 없는 것으로 나타나 있다.

1987년 10월 29일 발표된 1988학년도 전국 대학 신입생의 정원 수에 나타난 수학 계통의 인원은 수학과 3,190명, 수학교육과 985명, 응용수학과(통계, 전자계산 포함) 4,635명 등 총합이 8,810명이다.

수학과, 수학교육과, 응용수학과에 공통적으로 포함된 1학년 수학 과목의 교수 요목은 해석기하학, 미·적분학이 필수이며 그 내용은 극한, 연속성, 초등 초월함수의 미분, 적분, 극좌표, 벡터, 특이적분, 무한급수, 행렬과 행렬식, 함수의 전개, 편미분과 정적분 등으로 되어 있다.

수학과 1학년생의 수학 교수 요목은 대부분의 경우 물리학과, 화학과, 생물학과 때로는 공학계와 공통의 교과과정을 밟으며 1학년 수학(미·적분학, 해석기하학)의 내용은 고등학교의 그것과 잘 접목이 되어 있다. 그러나 2학년부터는 전공 과목에 집중되므로 그 준비로서의 배려가 바람직스럽다. 즉 자연계, 공학계로 일률적으로 교수하는 내용 이외에 수학을 중심으로 하는 철학 개론, 과학사를 생각할 수 있다.

수학 전공 2학년에 교수되는 전공 과목 내용은 대체적으로 다음과 같다.

① 집합론 3학점(강의 3시간)
공리, 명제논리, 관계와 함수, 가산 집합, 기수, 선택 공리, 순서 집합, 정렬, 집합, 서수

② 선형 대수학 3학점(강의 3시간)
벡터공간, 행렬 및 행렬식의 성질, 선형변환, 쌍대공간, 고유방정식, Sylvester의 정리

③ 고등 미·적분학 II 3학점(강의 3시간)

벡터해석, 다변수 함수의 극한과 연속성, 다변수함수의 미분과 적분, 역함수 정리, 선적분과 면적분

④ 고등 미·적분학 Ⅲ 3학점(강의 3시간)
무한급수, 함수열, 함수항급수, 특이적분, 특수함수, Fourier급수 등으로 이루어진다.

한편 3, 4학년에 교수되는 전공 과목을 살펴보면 다음과 같다.

① 정수론 3학점(강의 3시간)
수 체계, 정수론적 함수, 합동식, Euler의 정리, Legendre의 기호, Diophantus의 방정식의 해법, 대수적 정수론의 기초

② 추상 대수학Ⅰ 3학점(강의 3시간) 선수과목
군, 환, Lagrange의 정리, 동형 정리, 정규부분군, 상군, 이데알, 극대이데알, 소이데알, 상환

③ 추상 대수학Ⅱ 3학점(강의 3시간) 선수과목
다항식환, Eisenstein 정리, 정역 체(體), 상체, 확대체, 방정식의 근체, Galois군, Abel의 정리

④ 현대 기하학개론(강의 3시간)
현대 기하학의 역사적 의의, 공리계, 사영공간, 사영변환, 아핀공간, 아핀변환 등 사영기하학과 아핀기하학

⑤ 미분방정식Ⅰ 3학점(강의 3시간)
제1계 및 제2계 미분방정식의 해법과 응용, 선형 미분방정식의 해법과 응용, 미분방정식 해의 존재 정리, 연립 제1계 미분방정식, 고계 미분방정식의 해법

⑥ 미분방정식Ⅱ 3학점(강의 3시간)
해의 존재 정리의 증명, 제1계 미분방정식의 근사해, 유한 정차 방정식, 제1계 및 제2계 편미분방정식과 그 응용

⑦ 해석학개론 3학점(강의 3시간)
실수계, 함수의 극한과 연속성, 일변수 함수의 미분과 적분, 초등초월 함수

⑧ 복소수 함수론Ⅰ 3학점(강의 3시간)
실수계와 복소수계, 복소수 평면 위에서의 곡선과 영역, 초등복소수함수, 거듭제곱근에 대한 이론, 정칙함수 및 그 적분, 거듭제곱 급수

⑨ 복소수 함수론Ⅱ 3학점(강의 3시간)
초등 함수의 성질, 최대값 원리, Laurent 전개, 유수와 적분법, 해석적 확장, 등각사상에 대한 성질

⑩ 위상수학 3학점(강의 3시간)
위상의 개념과 극한과의 연관성, 근방, 기, 상대위상, 연결성, 긴밀성과 연속성, 분리공리와 가산공리, 거리공간, 콤팩트공간

⑪ 위상기하학(강의 3시간)
기본군, Polyhedra의 기본 성질, simplicial homology, Betti수, torsion계수 등

이상은 거의 각 대학 수학과가 공통이다.

선택 과목으로 고려되는 과목으로는 다음과 같은 것들이 있다.

① 응용수학Ⅰ(강의 3시간)
편미분, 중적분, 벡터해석, 상미분방정식, 편미분방정식, Fourier급수

② 응용수학Ⅱ 3학점(강의 3시간)
복소수 함수, Bessel함수, Gamma 및 Beta 함수, Tensor해석, 적분 변환

③ 수리통계학Ⅰ(강의 3시간)
확률 변수와 확률 분포, 조건부 확률과 통계적 독립성, 그리고 몇 가지 특수한 확률 분포 함수

④ 수리통계학Ⅱ(강의 3시간)
통계량과 그 확률 분포, 통계적 방법으로써 점 추정과 구간 추정, 통계적 가설 검정

⑤ 수학사 3학점(강의 3시간)

⑥ 수리논리학 3학점(강의 3시간)
명제논리와 술어논리에 관한 기본적인 내용을 다루고 표현가능성, Gödel수, 불완전성 정리, Algorithm과 계산 가능성, Turing Machines

⑦ 실변수 함수론 3학점(강의 3시간)
수 직선의 위상, 측도 및 외측도, Lebesgue 측도 및 측도의 확장, 측도 공간, 가측 함수, 적분의 성질 및 측도

⑧ 미분 기하학 3학점(강의 3시간)
벡터를 이용한 공간곡선론, 즉 곡률, 취률, Frenet공식, 자연방정식, 곡면의 매개변수 표시

또 정도가 높은 과목(대학원 석사과정과 공통)으로 다음과 같은 것이 지도되기도 한다.

① 해석학 특론 3학점(강의 3시간)
일반 측도론(Randon-Nikodym 정리, 적측도)과 Banach 공간론

② 대수학 특론 3학점(강의 3시간)
군의 작용, Sylow의 정리, 유일소인수분해 정역, 고유다항식, 행렬의 Jordan 표준형, Galois 이론

③ 위상수학 특론 3학점(강의 3시간)
Compact 공간, Uniform 공간 등 위상수학의 중요한 토픽을 다룬다.

특히 수학교육과에서는 이것 이외에도 수학교수법, 수학교육사 등의 과정이 있다. 전산과, 계산통계학과에서는 수치 해석, 프로그래밍, 전자계산기 이론 등이 개설되어 있다.

이와 같은 맥락에서 본다면 수학과의 목적은 거의가 전문 수학자(대학 교수) 양성에 있음을 알 수 있다.

Burbaki식의 추상수학주의는 오히려 Abstract Nonsense 현상이 나타나는 것이다.

특히 선형대수학에 관해서는 대수적 측면이 너무 강조되어 있다. 해석기하가 선형대수로 된 것은 수학자의 입장에서는 고도화 또는 추상화된 한 과정이지만, 실제로는 자연과학, 공학, 사회과학에서의 요구를 받아들였기 때문이었다. 학생에게도 이 점이 강조되어야 할 것이다.

위상수학도 추상공간론보다는 metric space의 성질을 충분히 학습할 필요가 있는 것이다.

우선 한국 대학 수학교육의 문제로 다음 상황은 집중적으로 검토하는 것이 바람직스럽다.

① 일반 교양으로서의 수학과 전공 수학과의 관계

② 교양과정의 재검토, 특히 수학 이외의 주변 과목의 설치

③ 학생의 수학에 대한 문제 의식과 교과목의 내용, 수학자 출신의 사회 진출 가능성의 고려

2. 한국 大學數學의 공통점

첫째, 1학년의 미·적분에 관해서는 거의 공통적인 인식이 있다.

둘째, 선형대수, 집합, 위상, 고등 미·적분은 거의가 공통적으로 강의되어 왔으나 그 내용에 관해서는 상당히 차이가 있다(교재, 교수의 차이에서 온다).

세째, 일반교육으로서의 수학이 전공교육의 수학과 연결되어 있지 않다.

네째, 교양과정의 수학이 수학 전공에 대해서는 빈약하다. 2학년에 올라와서부터 급격히 수준이 전문화되므로 상당한 어려움(공백)이 나타난 경향이 있다.

다섯째, 연습 시간이 거의 없으며(있어도 적다) 주입식이다.

결국 졸업 때까지는 항상 기초가 문제된다. 전문화되기 전에 1,2학년의 과목을 철저히 하여 3,4학년의 과목은 줄이는 것이 바람직스럽다. 또 추상화된 수학에만 치중한 나머지 모델의 작성을 비롯하여 넓은 응용에는 오히려 약해지는 경향이 있다.

3. 問題點

현재 수학과의 교과과정은 대체로 19세기 이래의 전통을 그대로 답습하고 있다. 즉 해석학, 대수학, 수론, 응용수학 등 4개의 큰 기둥이 19세기의 것이었다. 그러나 요즈음의 것은 수론의 자리에 위상수학이 대치되어 있다.

한국 대학교육은 일본의 영향을 많이 받는데, 일본의 것은 서구의 것을 모방한 것이었다. 그리고 서구에서도 수학 전공이 독립되어 대학에 자리잡은 역사는 비교적 짧다. 따라서 서구의 대학 수학과의 전통은 소수의 지적 엘리뜨를 대상으로 한다. 하지만 처음 언급한 바와 같이 우리나라의 대학수학 인구는 1년에 9,000명에 가깝다.

현재 실시되고 있는 교과과정은 대학 교수와 같은 수학 연구자의 양성을 목적으로 하고 있다(단, 그 내용도 지나치게 전문화되어 있음). 전문화된 순수 수학은 결코 수학의 기초는 아니며 오히려 넓은 수학의 영역에서 본다면 특수화된 학문 체계이다. 국가적인 교육 정책의 입장에서 본다면 이토록 많은 순수 수학을 모두가 일률적

〈표 1〉 미국 수학회의 수학 내용 분류

00	일반	46	함수해석학
01	역사 전기	47	작용소론 최적제어
02	논리 기초	49	변분법
04	집합론	50	기하학
05	조합(Combinatorial)	52	凸體, 기하학부등식
06	순서, 순서계	53	미분기하학
08	일반수학계	54	일반위상공간
10	정수론	55	대수위상기하학
12	대수적류	57	다양체 복체
13	가환환	58	대역해석학
14	대수기하학	60	확률 과정론
15	선형대수	62	통계학
16	결합환	65	수치해석
17	비결합환	68	계산과학
18	圏論, Homology	70	소립자론 물리계
20	군론	73	고체역학
22	위상군	76	유체역학
26	실함수	78	광학전자기학
28	측도 적분	80	고전열역학
30	복소함수	81	양자역학
31	Potential 이론	82	통계물리학 물성론
32	다변수함수	83	상대성이론
33	특수함수	85	천문학 천체물리학
34	상미분방정식	86	지구물리학
35	편미분방정식	90	경제학 계획법 game
39	차분법	92	생물학 행동과학
40	수열 급수	93	제어계, system
41	근사법	94	정보·통신 circuit
42	Fourier 해석	96	수학교육(국민학교)
43	추상조화해석	97	수학교육(중·고)
44	작용소 적분변환	98	수학교육(대학)
45	적분방정식		

으로 배울 필요가 없다.

현재 미국 수학회가 분류한 수학 내용은 위의 〈표 1〉과 같다.

이 표에서 보면 수학이 순수 수학 이외에 얼마나 많은 분야가 있는가를 잘 알 수 있다. 그럼에도 불구하고 우리의 대학 수학교육은 지나치게 순수 수학에 치중되어 있다.

전국 각 대학의 교과 요목이 거의 일률적이며 저마다의 대학에 특성이 없다.

앞서 대학 수학과의 교과목을 제시한 바 있으나, 세계적으로 인식되고 있는 수학 분야의 분류에는 상당히 차이가 있음을 알 수 있다. 〈표 1〉에 있는 것 중에는 대학원 과정에서 교수되는 분야가 많은 것은 사실이지만, 대학에서의 교수 과목과의 접목 상황에 대한 검토가 필요할 것이다.

4. 改革案

기본적인 방향으로서 첫째로는 앞으로 개혁을 실시한다면 그 내용은 결코 부분적인 변혁이나 수준을 내린다는 정도는 아니며 근본적인 것이라야 된다. 새로이 수학과의 목적부터 검토되어야 한다. 단순히 다른 나라의 것을 모방하고, 또는 일류 대학의 내용을 무비판적으로 받아들이는 것이 아닌 저마다의 대학에서는 독자적으로 개성 있는 내용이 되어야 할 것이다.

둘째로 개혁안은 결코 몇 사람, 몇 개 대학이 중심이 되는 것은 아니다. 수학자, 수학교육자들이 자신의 학문에 관한 철학을 철저하게 규명하여야 한다.

세째로 개혁은 최소의 기준만을 정한다.

5. 方向

첫째, 해석학은 현실과 깊이 연관이 있다. 해석학은 수학 전공자라면 공통적으로 누구에게나 상당한 부분까지 학습할 필요가 있다. 그러나 실수론에서 출발하여 연역의 체계를 형성하는 수학 전문가를 위하는 교육은 되도록 피하도록 한다. 학부 과정에서는 증명보다는 직관, 특히 기하학적인 것과 물리적인 현상까지도 직관을 중시한다.

둘째, 계산기의 발달에 따라 그 주변 분야와 이용에 관해서 새로이 탄생되는 수학을 받아들여야 할 것이다. 특히 순수 수학적인 경향으로 흐르는 일은 심히 경계해야 할 것이다. 이 분야에서는 통계·확률 등 응용수학과의 관련이 배려되어야 할 것이다.

세째, 강의 중심의 수학에서 탈피해야 한다. 과목과 교과 내용이 너무 많아 진도를 생각해서 강의 중심이 되는 경향은 불가피한 현상이다. 그러나 비록 연습이 있다 해도 강의에 부수되는 결과가 되는 경향이 있다. 수학의 연구는 자주적인 학습에서 성공할 수 있다. 그러한 뜻에서 연습

중심의 강의가 바람직스럽다.

네째, 대학 수학교육의 목적은 결코 대학 교수를 양성하는 일이 목적이 아님을 명시해야 한다.

다섯째, 기초론, 수학사에 많은 비중이 주어져야 한다. 타 분야에 진출하기 위해 특히 이 분야의 넓은 활용이 바람직스럽다.

6. 應用數學의 확장

최근 과학 기술의 진보에 따른 교육 내용의 고도화·다양화가 두드러지며 사회적인 요청도 적극적이다. 하지만 대학교육의 현장에 있어서의 반응은 즉흥적인 것이 사실이다.

응용수학(공과 계통)에서 수학교육의 확장을 바라는 이유는 대체로 다음 세 가지로 생각할 수 있는 것이다.

첫째, 수학적인 사고의 다양한 응용, 특히 모델 구상이 요구되어 기하학, 추상대수학(군론과 같은 것) 등의 지식이 요구된다. 이 사실은 종래는 주로 미·적분, 미분방정식, 복소함수론 등의 응용과 해석학적인 분야가 중심이었던 것을 감안할 때는 새로운 양상이다.

둘째, 위의 내용은 넓고 얕은 것보다는 실지 현상을 모델화하는 능력이 요구된다.

세째, 종래의 응용수학이 단순히 공식을 이용하는 도구로 생각되었으나 수학의 기본적 구조가 공학의 문제에 필수적인 것이라는 인식을 높일 필요가 있다.

7. 工科系의 敎養數學

대체로 교양과정은 1년으로 보는 것이 보통이지만 일반적인 수학 교양으로서 1년 반 내지는 2년간의 목표가 필요한 것이다. 앞서 언급한 세 가지 목표를 위해 실시되는 내용은 다음과 같은 것이 바람직하다.

① 미·적분, 해석기하

② 선형대수학

③ 상미분방정식

④ 집합·위상

⑤ 추상대수

현재 대부분의 대학에서는 ①,②,③ 정도를 개설하며 여기에 복소함수론이 가미될 때가 있다. ④의 집합, 위상의 내용은 metric 공간이며 개집합, 근방 등 해석학과 관련해서 지도한다. ⑤의 추상대수학은 군론의 기초를 각 부문의 연구 수단으로 지도하며 환, 체는 이론적으로 취급한다. 응용 수학교육은 교양과정의 교육과 관련해서 복소함수, 미분방정식, 특수함수론, 통계, 확률을 가미하여 폭 넓은 교양과정이 바람직스럽다.

8. 結論

대학 수학교육의 가장 큰 문제점은 그 목적에 대한 재인식에서 부각된다. 일제 시대의 것 또는 미국식, 유럽식을 무조건적으로 비판 없이 받아들이는 것은 피해야 한다. 우리나라의 수학 인구, 대학의 성격 등을 충분히 인식함으로써 개선이 가능할 것이다. 특히 최근의 과학·기술의 발달은 수학의 의의를 크게 바꾸어 놓았다.

대학원의 확장에 따른 학부의 위치가 재검토되어야 할 것이다. 종전과 같이 얕고 넓은 겉핥기 식의 교과과정은 피해야 한다.

특히 현재 우리나라에서는 수학교육론에 관해서는 거의 백지 상태에 있는 현실도 직시해야 한다. 수학과 졸업자의 활동 분야의 폭 넓은 검토도 절실하다. *