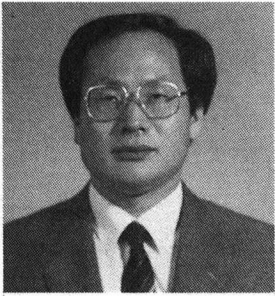


# 벽온이 일정한 연직관로내의 층류 자유대류 열전달에 미치는 물성치온도 의존성의 영향



崔 準 燮 / 공학박사  
(기계연구소 선임연구원)

〈편집자주〉

일반적으로 물체 상호간에 온도차가 있는 한 열평형이 이루어질때까지 에너지의 이동이 있으며, 이것은 열전달로서 공학적, 혹은 공업적으로 매우 중요한 의미를 가진다.

열 전달은, 전열기구(傳熱機構)에 의해 매체를 필요로 하는 전도, 대류와, 전자파와 같이 매체를 불요로 하는 복사(輻射)가 있다. 실제의 현상은 이 세가지 형태가 단독, 혹은 조합되어 에너지가 이동되고 있다. 이러한 에너지의 이동에 관한 연구는 에너지 이용에 관한 기본기술의 확립과 직결되고, 또 산업 시설의 안전성 확보에 긴요하다.

열 에너지의 이동문제는 그 가열조건과 경계조건등에 의하여 수많은 물리모델을 생각할 수 있으나, 본 연구에서는 벽온 일정(Uniform Wall Temperature)과 기하학적 형상으로는, 원관과 평행평판을 고려했으며, 더 나아가 임의의 기하학적 형상에도 적용될 수 있는 대표치수를 도출하여, 열전달을 통일적으로 기술이 가능케되어, 본 연구의 일반성을 높였다. 또한 열전도율, 밀도(체팽창계수), 비열, 점도등의 전 물성치 변화를 고려하여, 현실에 가깝게 물리현상을 규명했다.

## 1. 서언

근년, 원자로사고시의 냉각문제나 전자기기의 냉각등에 관련하여, 연직관로내의 자유대류의 연구가 다시 활발히 되고 있다. 벽온이 일정한 연직관로(鉛直管路)내의 자유대류문제에

대해서는 많은 연구<sup>1)</sup>가 있고, 광범위한 전망이 행하여 졌다<sup>2)</sup>. 일반적으로, 관로내의 대류 열전달에 있어서, 벽면온도가 높은 경우에는 관로내의 유체온도가 현저하게 변화하기 때문에, 물성치의 온도 의존성이 무시될수 없다. 자유대류(自由對流)의 변물성치(變物性值) 문제에 대하여서는, 단일평판(單一平板)에 관해서는 다수의 연구<sup>3)</sup>가 있지만, 벽온이 일정한 관로의 변물성 문제에 관한 연구는 아주 적어, Elenbaas<sup>4)</sup>가 행한 벽면-주위유체간 온도차 10~333°C의 평행평판(平行平板)의 실험(공기)과 Dyer<sup>5)</sup>가 밀도만 이상기체(理想氣體)에 따르는 것으로서 행한 원관(圓管)의 해석이 있을 뿐이다.

본 논문에서는, 벽면온도가 일정한 평행평판과 원관내의 층류자유대류(層流自由對流)에 대해서, 모든 물성치의 온도 의존성을 고려한 수치해석을 하여, 자유대류 열전달(熱傳達)에 미치는 물성치의 온도 의존성의 영향을 분명히 하고, 정물성해(定物性解)와의 관계를 고찰한다. 더 나아가 새로운 대표 칫수를 도입하여, 관로형상에 의존하지 않는 평균열전달의 통일 표시(統一表示)를 시도하였다.

## 2. 기 호

- $c_p$  : 정압배열
- $\bar{c}_p$  :  $T_0 \sim T$ 간의 평균비열
- $G$  : 무차원의 질량유량(質量流量) [식(7)]
- $Gr$  : Grashof수 [식(1)]
- $g$  : 중력가속도
- $h_x$  : 국소(局所) 열전달율 [식(9)]
- $\bar{h}$  : 평균열전달율
- $l$  : 관로장(管路長)
- $Nu_x$  : 국소Nusselt수 [식(10)]
- $Nu$  : 평균Nusselt수 [식(12)]
- $Pr$  : Prandtl수 =  $C_p \mu / \lambda$
- $p$  : 압력
- $p_\infty$  : 높이  $x$ 에 있어서 주위유체의 압력
- $Ra$  : 수정 Rayleigh수 [식(11)]

- $r_h$  : 수력반경(水力半徑)
- $T$  : 특기하지 않는 한 절대온도
- $u, v, x, y$  : 방향의 속도분포
- $x$  : 관로입구(하단)에서 연직상방(鉛直上方)에의 거리
- $y$  : 관로중심에서 벽면으로 향한 거리
- $y_w$  : 원관에서는 반경, 평행평판에는 유로반폭(流路半幅)
- $\beta$  : 체팽창계수(體膨脹係數) =  $(\rho_0 - \rho) / \{\rho(T - T_0)\}$
- $\delta$  : 원관에서는 1, 평행평판에서는 0으로 한다
- $\theta$  : 무차원 온도 [식(1)]
- $\lambda$  : 유체의 열전도율(熱傳導率)
- $\mu$  : 유체의 점도(粘度)
- $\xi$  : 대표칫수 [식(29) 및 표1]
- $\rho$  : 유체의 밀도
- $\Psi$  : Elenbaas의 형상 Parameter

## 참자

- 0 : 관로입구 또는  $T_0$ 에서의 물성치를 사용한 값
- $r$  : 대표온도  $T_r$ 에서의 값
- $l$  : 관로출구
- $w$  : 벽면 또는  $T_w$ 에서의 물성치를 사용한 값
- $\xi$  : 대표칫수  $\xi$ 를 사용
- \* : 입구온도에 있어서의 물성치로 무차원화한 값

## 3. 기초방정식과 수치해석법

3.1 기초방정식 본 문제의 해석에 있어서 다음의 가정(假定)을 도입한다.

- (1) 흐름은 정상층류(定常層流)이고, 내부발열(內部發熱)이 없는 Newton유체이다.
- (2) 유체물성치는 온도만의 함수이다.
- (3) 복사(輻射)에 의한 전열은 무시한다.

이상의 가정을 그림1에 표시하는 대류장(對流場)에 적용하여, 입구온도  $T_0$ 에 있어서의 물성치를 써서 식(1)의 무차원수를 도입하면, 본 문제의 지배방정식은 식(2)~(4)와 같이 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} X &= x/(y_w G_r)_0, \quad Y = y/y_w \\ U &= uy_w/(\nu G_r)_0, \quad V = vy_w/\nu_0 \\ L &= l/(y_w G_r)_0 \\ P &= (p - p_\infty)y_w^2/(\rho\nu^2 G_r^2)_0 \\ \theta &= (T - T_0)/(T_w - T_0) \\ Gr_0 &= g\beta_0(T_w - T_0)y_w^3/\nu_0^2 \\ c_p^* &= c_p/c_{p0}, \quad \beta^* = \beta/\beta_0, \quad \lambda^* = \lambda/\lambda_0 \\ \mu^* &= \mu/\mu_0, \quad \rho^* = \rho/\rho_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial(\rho^*U)}{\partial X} + \frac{1}{Y^s} \frac{\partial}{\partial Y}(Y^s \rho^* V) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{1}{\rho^* Y^s} \frac{\partial}{\partial Y} \left( Y^s \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) - \frac{1}{\rho^*} \frac{dP}{dX} + \beta^* \theta \dots\dots\dots(3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{P_{r0} \rho^* c_p^* Y^s} \frac{\partial}{\partial Y} (Y^s \lambda^* \frac{\partial \theta}{\partial Y}) \dots\dots\dots(4)$$

여기에서  $C_p^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\rho^*$ 는 유체온도의 함수이고,  $\delta$ 는 원판에서는 1, 평행평판에서는 0의 값을 갖는 것으로 한다. 또 경계조건(境界條件)은 다음 식과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} X \geq 0, Y=0 \text{에서 } \frac{\partial U}{\partial Y} &= 0, V=0 \\ &\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ X=0, 1 > Y \geq 0 \text{에서 } U &= U_0, V=0 \\ &\theta=0, P=P_0 \\ L \geq X \geq 0, Y=1 \text{에서 } U &= 0, V=0, \theta=1 \\ X=L \text{에서 } P &= 0 \end{aligned} \right\} (5)$$

여기에서 입구압력조건  $P_0$ 에는 相原<sup>(6)</sup>가 도입한 식을 사용한다.

$$P_0 = - \int_0^1 U_0^3 Y^s dY / \left( 2 \int_0^1 U_0 Y^s dY \right) \dots\dots(6)$$

윗식은, 정지유체(靜止流體)가 입구속도  $U_0$ 까지 가속된 것에 의한 정압강하분(靜壓降下分)을 표시하며, 입구압력조건의 하한에 상당하지만<sup>(2)</sup>, 이것에 의하여 얻어질 수 있는 평균 열전달율은, 후술(後述)과 같이 엄밀하게 풀은 수치해(數値解)에 아주 가까운 결과를 준다.

다음에 물성치변화를 고려한 무차원질량유량  $(G)_0$ , 무차원혼합평균온도  $\bar{\theta}_b$ , 국소열전달율  $h_x$ , 국소 Nusselt 수  $Nu$ 를, 각각 다음과 같이 정의한다.

$$(G)_0 = \int_0^1 \rho^* U (2\pi Y)^s dY = \text{一定} \dots\dots\dots(7)$$

$$\bar{\theta}_b = \int_0^1 \bar{c}_{pb}^* \theta U Y^s dY / \left( \bar{c}_{pb}^* \int_0^1 \rho^* U Y^s dY \right) \dots\dots\dots(8)$$

$$h_x = \lambda_w (\partial T / \partial y)_w / (T_w - T_0) \dots\dots\dots(9)$$

$$Nu = h_x y_w / \lambda_w = (\partial \theta / \partial Y)_w \dots\dots\dots(10)$$

여기에서는  $\bar{C}_{pb}^*$ 는, 입구온도  $T_0$ 와 혼합평균온도  $T_b$ 의 사이의 평균 비열  $\bar{C}_{pb}$ 를  $C_{p0}$ 로서 나타내는 값이다. 또한 입구온도의 물성치를 사용한 수정 Rayleigh수  $(Ra)_0$ 와 평균 Nusselt수  $(\bar{Nu})_0$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$(Ra)_0 = (P_r G_r)_0 y_w / l \dots\dots\dots(11)$$

$$\begin{aligned} (\bar{Nu})_0 &= \bar{h} y_w / \lambda_0 \\ &= (Ra)_0 \left[ \int_0^1 \bar{c}_{pb}^* U \theta Y^s dY \right]_{X=L} \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

지금 평균 Nusselt수  $(\bar{Nu})_0$ 는, 국소 Nusselt수  $Nu$ 를 관로입구에서 출구까지 평균한 다음 식으로도 주워진다.

$$(\bar{Nu})_0 = (\lambda_w^* / L) \int_0^L Nu dX \dots\dots\dots(13)$$

윗식은 수치계산의 정도확인(精度確認)으로 사용되었다. 만일 특정의 기준온도  $T_b$ 에서의 물성치를 사용한 경우에는, 식(11)과 식(12)는 다음과 같이 바꾸어서 쓸 수 있다.

$$(Ra)_r = (Ra)_0 [c_{pb}^* \rho^* \beta^* / (\mu^* \lambda^*)]_r \dots\dots\dots(14)$$

$$(\bar{Nu})_r = (\bar{Nu})_0 / \lambda_r^* \dots\dots\dots(15)$$

3.2 수치해법 우선 지배방정식 (4), (3)을 아래와 같이 차분근사(差分近似)한다.

$$\begin{aligned} V_k \frac{\theta_{k+1} - \theta_{k-1}}{2\Delta Y} + U_k \frac{\theta_k - \theta_k'}{\Delta X} \\ = \frac{1}{P_{r0} \bar{c}_{pb}^* \rho^* \Delta Y^2} \times \left\{ \delta \bar{\lambda}_k^* \frac{\theta_{k+1} - \theta_{k-1}}{2(k-1)} \right. \\ \left. + \frac{(\bar{\lambda}_{k+1}^* - \bar{\lambda}_{k-1}^*)(\theta_{k+1} - \theta_{k-1})}{4} \right. \\ \left. + \bar{\lambda}_k^* (\theta_{k+1} - 2\theta_k + \theta_{k-1}) \right\} \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

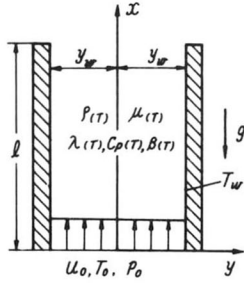


그림1 연직관로내의 자유대류장의 물리모델

$$\begin{aligned}
 & V_k \frac{U_{k+1} - U_{k-1}}{2\Delta Y} + U_k \frac{U_k - U'_k}{\Delta X} \\
 &= \frac{1}{\rho_k^* \Delta Y^2} \times \left\{ \delta \mu_k^* \frac{U_{k+1} - U_{k-1}}{2(k-1)} \right. \\
 &+ \frac{(\mu_{k+1}^* - \mu_{k-1}^*)(U_{k+1} - U_{k-1})}{4} \\
 &+ \left. \mu_k^*(U_{k+1} - 2U_k + U_{k-1}) \right\} \\
 &- 1/\rho_k^* \cdot dP/dX + \beta_k^* \theta_k \dots\dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

여기에서  $\Delta X$ 와  $\Delta Y$ 는 각각 X방향과 Y방향의 격자간격(格子間隔), j와 k는 X방향과 Y방향의 격자번호, 또 윗첨자의 기호(')가 있는 경우에는 레벨에서의 값, 기호(')가 없는 경우에는 j+1 레벨에서의 값을 표시하며, 더우기 윗첨자의 (^)기호는 j+1 레벨에서의 반복계산에서 1회전(回前)의 값을 표시한다. 그리고 온도  $\theta$ 는 식(16)부터, 다음에 속도 U를 식(17)에서 산출한다. 또한 연속식(2)에 대한 전진차분식(前進差分式)(18)과 후퇴차분식(19)와 조합시킨 식(20)으로부터 속도 V를 산출한다.

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_k = & \vec{V}_{k-1} \rho_{k-1}^* / \rho_k^* - \{ (U_k + U_{k-1})(\rho_k^* + \rho_{k-1}^* \\
 & - \rho_k^* - \rho_{k-1}^*) + (\rho_k^* + \rho_{k-1}^*)(U_k + U_{k-1} \\
 & - U'_k - U'_{k-1}) \} \Delta Y / (4\Delta X \rho_k^*) - \delta(\rho_k^* \vec{V}_k \\
 & + \rho_{k-1}^* \vec{V}_{k-1}) / \{ (2k-3)\rho_k^* \} \dots\dots\dots(18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_k = & \vec{V}_{k+1} \rho_{k+1}^* / \rho_k^* + \{ (U_k + U_{k+1})(\rho_k^* + \rho_{k+1}^* \\
 & - \rho_k^* - \rho_{k+1}^*) + (\rho_k^* + \rho_{k+1}^*)(U_k + U_{k+1} \\
 & - U'_k - U'_{k+1}) \} \Delta Y / (4\Delta X \rho_k^*) + \delta(\rho_k^* \vec{V}_k \\
 & + \rho_{k+1}^* \vec{V}_{k+1}) / \{ (2k-1)\rho_k^* \} \dots\dots\dots(19)
 \end{aligned}$$

$$V_k = \vec{V}_k(1-Y) + \vec{V}_k Y \dots\dots\dots(20)$$

윗식을 사용하는 것에 의하여, 원관의 수치 계산에 관한 Y=0의 특이성(特異性)이 경감된

다.

이상, 식(16)~(20)의 수치계산에 있어서 물성치의 값은, 반복할 때마다 얻어지는 각격자점의 온도분포를 이용하여, 그때마다 평가했다. 또 계산의 순서는 相原<sup>6)</sup>가 사용한 방법과 같이, 우선 주어진 유량(G)<sub>0</sub>에 대하여, 각 레벨에 대하여 반복 계산하여 수속해(收束解)를 얻었다. 지금 Y방향의 격자 간격  $\Delta Y$ 는 500~100의 등분할로서 하고, X방향의 격자간격  $\Delta X_{j+1}$  ( $=X_{j+1}-X_j$ )는, 다음식 (21), (22)와 같이 위치 X와 함께 증대하도록 하여 계산시간의 단축을 꾀했다.

$$j \leq 10 \text{ 일 때, } \Delta X_{j+1} = R^{j-1} \cdot \Delta X \dots\dots\dots(21)$$

여기에서  $\Delta X$ 는 최초의 격자간격,  $1 < R < 1.2$

$$j > 10 \text{ 일 때, } \Delta X_{j+1} = X_j / 25 \dots\dots\dots(22)$$

#### 4. 계산 결과 및 고찰

4.1 정물성해(定物性解) 본 문제에 있어서  $T_w/T_0 \rightarrow 1$  혹은  $(T_w - T_0) \rightarrow 0$ 의 극한(단,  $Gr=0$ 가 아닌 경우)에 대하여 해석을 행하면, 물성치일정의 해가 얻어진다. 여기에서 본논문에서 사용한 압력조건의 타당성을 확인하기 위하여, 저자의 압력조건식(6)과 Bodia<sup>7)</sup>의 압력조건  $P_0=0$ 에 의한 계산결과를 그림2에 대비했다. 그림2에는 등온원관에 관한 Dyer의 실험치(8)나 유입부를 자유경계문제(自由境界問題)로서 엄밀하게 취급했던 中村<sup>9)</sup>의 수치해<sup>9)</sup>도 표기를 하였지만, 이것들은 저자의 압력조건에 의한 계산결과와 아주 잘 일치하고 있다. 또 연직단일평판(鉛直單一平板)에 관한 상사해(相似解)는, 본논문의 무차원수를 사용하면 다음과 같이 변형<sup>10)</sup>되지만,

$$\bar{N}_u = 0.795 \left( \frac{Pr}{1+2\sqrt{Pr}+2Pr} \right)^{1/4} \cdot Ra^{1/4} \dots\dots\dots(23)$$

본수치해의 높은 Rayleigh수역(數域)에 관한 윗식에의 점근(漸近) 정도(程度)로부터, 입구조건식(6)이 실용상 충분한 타당성을 갖고 있다

는 것을 알 수 있다. 그리고 평행평판의 실험치와의 대비에 대하여서는 문헌 (2), (6), (11)을 참조하기 바란다.

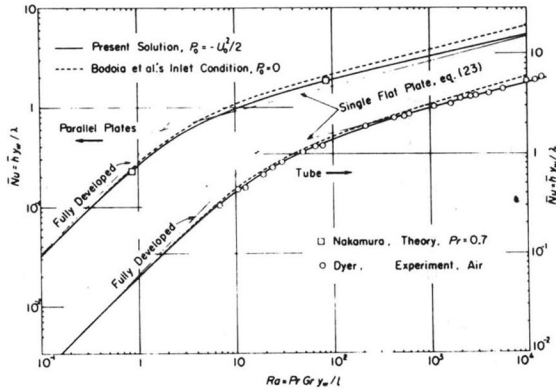


그림2 평균 Nusselt수  $\overline{Nu}_0$ 에 미치는 입구압력조건  $P_0$ 의 영향과 기존의 연구와의 비교

4.2 물성치의 온도의존성의 영향 물성치의 온도의존성의 영향에 대하여서는, 기체와 액체의 전형적인 예로서 공기와 Transformer Oil을 선정하여, 해석을 했다. 공기의 물성치에는 藤井의 근사식<sup>(12)</sup>을 사용하고, Transformer Oil에 대해서는 저자가 (物性表)<sup>(13)</sup>로부터 작성한 근사식을 사용했다. 본 논문에서는, 입구온도  $T_0$ 가 0°C(공기) 및 20°C(Oil)의 경우를 주로 해석하였다. 그림3은  $T_0$ 에서의 물성치로서 기준화(基準化)한 공기와 Oil의 물성치변화를 표시한 것이다.

그림4와 그림5는, 각각 평행평판과 원관에 대해서 온도  $T_0$ 에서의 물성치를 사용하여 정리한 평균 Nusselt수( $Nu_0$ )와 수정 Rayleigh수( $Ra_0$ )와의 관계를 표시한 것이다. 그림 4,5중 공기의 ( $Nu_0$ )은, 낮은 Rayleigh수역(數域)에서는 온도비  $T_w/T_0=2$ 의 증대와 함께 정물성해(定物性解) 보다 적게 되고,  $T_w/T_0=2$ 에서 정물성해의 1/2정도까지 저하한다.

그러나 높은 Rayleigh수역에서는, 물성치변화의 영향은 적다. 한편, Oil의 경우에는 ( $T_w-T_0$ )

를 Parameter로서 표시하고 있지만, 벽온  $T_w$ 가 높게되면 ( $Nu_0$ )은 전역(全域)에서 증대하며, 열전달율에 미치는 물성치의 영향은 공기와는 반대의 경향을 나타낸다. 그리하여 높은 Rayleigh수역에서는, 변물성해는 정물성해의 약2배, 낮은 Rayleigh수역에서는 10배가 가깝게 된다. 또 그림4와 그림5를 비교하면, 같은 Rayleigh수에서는 원관의 경우가 경계층의 간섭(干涉)이 강하기 때문에, 물성치변화의 영향도 뚜렷한 것을 알 수 있다.

그림6은, 평행평판에 대해서, 무차원유량( $G/\rho^*$ )의 Rayleigh수에 대한 변화를 표시한 것이다. 그림6에 있어서 곡선은, 물성치의 대표 온도  $T_r$ 에 입구온도  $T_0$ 를 택한 경우(따라서  $P_r=1$ )로서, 공기의 유량( $G_0$ )는 벽온  $T_w$ 의 증대와 함께 감소하며, Oil에서는 역으로 증대한다. 그 변화의 정도는 거의 동등하다.

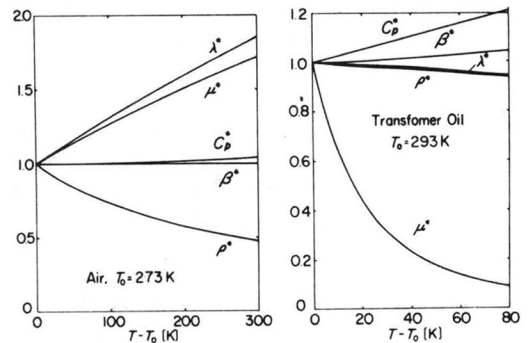


그림3 공기와 Transoil의 열물성치의 온도의존성

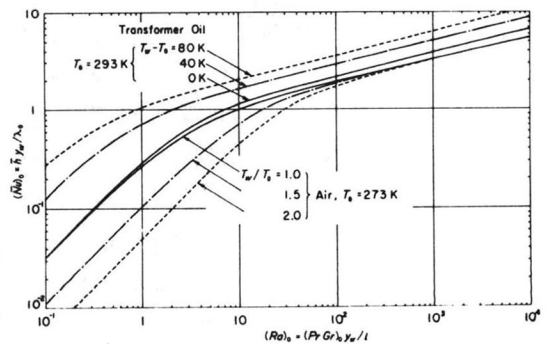


그림4 입구온도  $T_0$ 의 물성치를 기준으로 한 평균 Nusselt수 ( $Nu_0$ ), (평행평판)

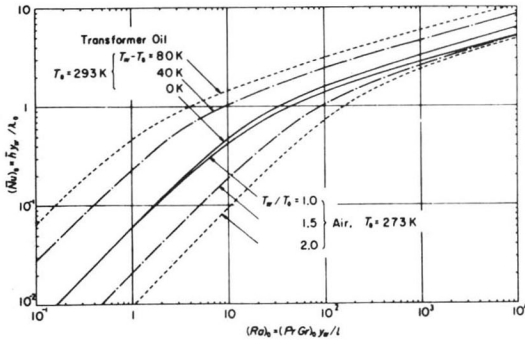


그림5 입구온도  $T_0$ 의 물성치를 기준으로한 평균 Nusselt수  $(\bar{Nu})_0$  (원판)

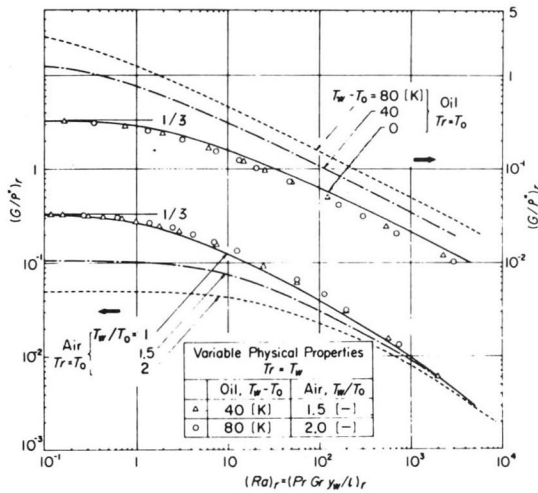


그림6 평행평판의 무차원유량에 미치는 물성치 온도변화의 영향

4.3 변물성치의 통일표시 이하, 변물성해의 평균열전달율은 통일적으로 기술하는 방법을 음미한다.

相原은 정성적 논의(定性的論義)에서부터, 대표온도  $T_r$ 로서 벽면온도  $T_w$ 의 사용을 제안하고 있다.<sup>(2) (11)</sup>. 여기에서 그림4와 그림5의 평균 Nusselt수  $(Nu)_0$ 와 Rayleigh수  $(Ra)_0$ 에 관한 수치해를, 식(14)와 식(15)에 의해서,  $T_w$ 에서의 물성치를 기준으로한  $(\bar{Nu})_w$ 와  $(Ra)_w$ 로 환산(換算)하면, 각각 그림7과 그림8을 얻는다. 그림 7,8중에는 Sparrow등<sup>(14)</sup>의 대표온도

$$T_r = 0.62 T_w + 0.38 T_0 \dots\dots\dots(24)$$

로서 정리한공기( $T_w/T_0=2$ )의 평균 Nusselt 수  $(\bar{Nu})_0$ 과, 藤井<sup>(3)</sup>의 점도보정법(粘度補正法)으로 정리한 Oil( $T_w-T_0=80K$ )의 평균 Nusselt수  $(\bar{Nu})_0 (V_w/V_0)^{0.21}$ 도 같이 표기했다. 이들 3종의 대표온도에 의한 결과를 비교하면,  $T_w$ 로서 물성치를 평가한 경우에는, Oil에 대해서 최대 10%정도 적지만, 관로의 형상이나 작동유체의 기체·액체를 막론하고, 어느것이나, 정물성해와도 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 그러나 단일평판(單一平板)에 대해서 쓰여지고 있는 다른 정리법은, 높은 Rayleigh수역에 대하여서는 아주 양호한 결과를 주지만, 중간 Rayleigh수역 및 낮은 Rayleigh수역에서는 그림에 표시하는 것과 같이, 아주 큰 차이를 보여준다. 따라서 엄밀하게는, 낮은 Rayleigh수역에서는  $T_r=T_w$ 로서, 높은 Rayleigh수역에서는 점도보정법<sup>(3)</sup>혹은 식(24)의 대표온도<sup>(14)</sup>를 사용하고, 중간영역에서는 양자의 적합한 평균을 취하면 되지만, 이것은 실용상 아주 번잡하다.

이상의 것으로부터, 물성치의 온도의존성이 강한 경우의 관로의 평균열전달율을 정물성해로부터 근사적으로 추정하는 방법으로서, 물성치를  $T_w$ 로서 평가하는 것을 제안한다. 이것은 Elenbaas<sup>(4)</sup>가 자신의 실험치( $T_w-T_0=10\sim 330^\circ C$ )를  $T_w$ 에서의 물성치로 정리한 것이나, 相原의 제안<sup>(2), (11)</sup>의 이론적 입증이 될 것이다. 지금 이상의 귀결은, 입구온도가 변해도, 그림3의 온도범위에서는 성립하는 것을 확인하고 있다.

또한 그림6에도  $T_r=T_w$ 로서, 다음식에 의해서 환산한 무차원유량 $(G/\rho^*)_w$ 의 수치해를 표시했다.

$$(G/\rho^*)_w = (G)_0 [\mu^*/(\rho^*\beta^*)]_w \dots\dots\dots(25)$$

이와같이  $T_w$ 에서의 물성치로서 유량을 정리하면, 유체의 종류에 관계없이, 변물성치는 정물성치에 거의 일치하도록 되고, 낮은 Rayleigh수역에 있어서 발달류(發達流)의  $(G/\rho^*)_w=1/3$ 에 접근(漸近)하도록 된다. 이들의 경향은 그



림9에서 표시하는 것과 같이, 원관에 대해서도 같으며,  $T_w$ 로서 정리한 그림7,8의 평균 Nusselt 수와 아주 닮은 변화경향이 인정되고 있다.

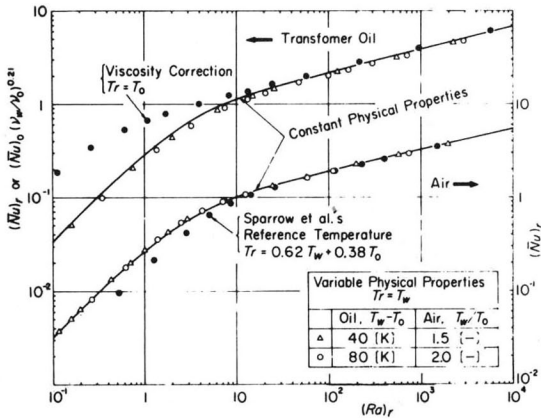


그림7 각대표온도에서 평가한 물성치를 기준으로 한 평균 Nusselt수(평행평판)

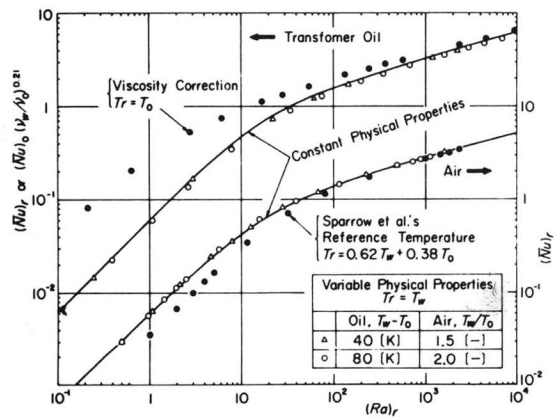


그림8 각대표온도에서 평가한 물성치를 기준으로 한 평균Nusselt수(원관)

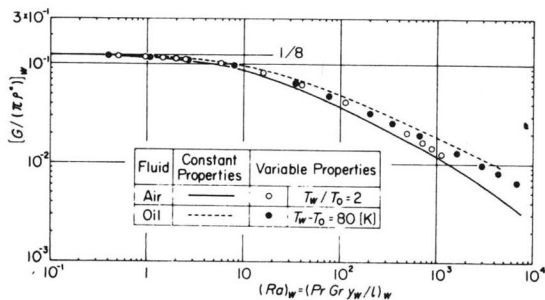


그림9 물성치를 벽면온도  $T_w$ 로서 평가한 경우의 원관의 무차원 유량

4.4 속도장의 발달과정과 국소열전달을 그림 10은 대표예로서, 수정 Rayleigh  $(Ra)_w = 10^3$ 의 원관에 대해서, 출구의 무차원 속도  $U$ [식(1)에 따라서 물성치를  $T_0$ 로서 평가한 것]의 변물성해를 정물성해와 비교한 것이다. Y방향의 분포 현상은, 어떤 유체에 대해서도, 정물성해와 유사의 경향을 나타낸다. 그러나 그 값은, 공기와 Transformer Oil에서는 아주 반대의 온도의존성을 표시하고 있으며, 벽면온도의 증대와 함께 공기에서는 감소하며, Oil에서는 증대하는 경향이 인정된다.

그림11은, 마찬가지로  $(Ra)_w = 10^3$ 의 원관에 대해서, 입구에서 출구까지의 속도분포의 변화를 정물성해( $T_w = T_0$ 의 경우)와 비교한 것이다. 그림11 속의  $(U)_w$ 는 식(26)에 의해서 수치해  $U$ 로부터 환산한 것이다. (26)

$$(U)_w = U(\nu^*/\beta^*)_w \dots\dots\dots (26)$$

그림11에 보는 것과 같이 일정한 속도로 유입한 유체는, 공기에서는 입구부근에서부터 M형의 속도분포를 나타내며, 그것이 출구에 향하며 발달되어 가지만, 이 경향은 변물성의 편이 강하다. 또 공기에서는, 가열에 의한 팽창 때문에, 체적유량이 증대한다.

한편, Oil에서는 점도가 높기 때문에, 유입한 유체는 일단 포물선의 속도분포를 나타내며, 이것이 벽면근방의 부력의 증대에 따라서, 차츰 M모양으로 되어진다. 결국 입구 부근의 흐름은, 관로내의 합성부력에 의해서 구동되는 강제대류장에 매우 닮아있다. 이경향은 정물성해에 현저하며, 가열에 의해 벽면근방의 점도가 현저하게 떨어지는 변물성에서는 그다지 현저하지 않다. 어쨌든간에, 물성치를 벽온  $T_w$ 로서 평가한 경우에는 그림10에 보여진 뚜렷한 온도의존성은 꽤 약해져 있다.

그림12는 국소 Nusselt수  $Nu$ 의 분포를 2종류의 대표온도로서 정리한 결과를, 정물성해와 비교한 것이다.  $T_0$ 에서 물성치를 사용한 경우에는, 공기·Transformer Oil도 정물성해와 큰

차이가 보여지지만,  $T_w$ 를 대표온도로서 사용한 경우에는, 정물성해와 비교적 일치하는 것을 알 수 있다.

이것은 그림11에서 나타내는 것과 같이,  $(Ra)_w$ 가 같으면, 속도장의 발달상황은 정물성해와 변물성해가 닮아있기 때문이라고 생각되어진다.

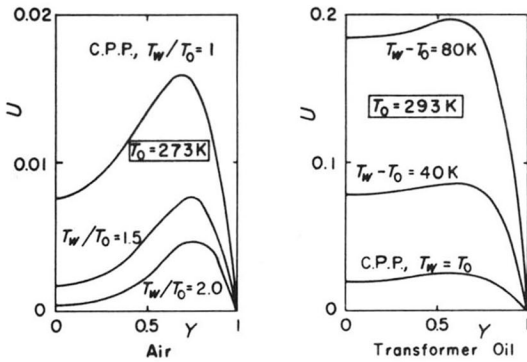


그림10 원관출구의 속도분포의 예  $[(Ra)_w=10^3]$

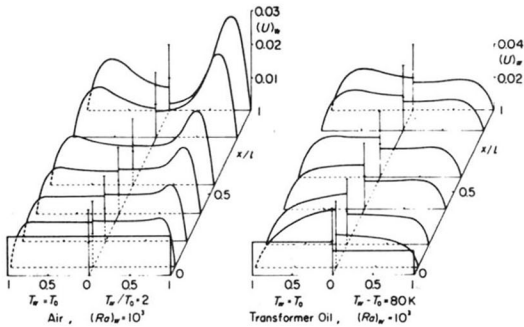


그림11 원관내의 속도장의 발달과정에 미치는 물성치 온도 의존성의 영향

4.5 관로형상에 구애받지 않는 평균 Nusselt 수의 통일표시 그림2나 그림7,8에 표시한 것과 같이, 관로현상이 다르면 그 열전달특성도 다른 것으로 되지만, 그와같은 열전달특성을 통일적으로 표시하기 위하여 새로운 대표치수를 다음과 같이 제출한다.

Elenbaas는  $Ra \rightarrow 0$ 와  $\infty$ 의 극한상태에 대한

기초방정식의 음미를 거쳐, 임의단면형상의 관로의 평균열전달율에 대하여 하기의 실험식을 제출하고 있다<sup>(15)</sup>.

$$(\bar{N}_{ur})_w = \frac{1}{\psi} (P_r G_{rr})_w \frac{r_h}{l} \times \left[ 1 - \exp \left\{ -\psi \left( \frac{0.5l}{(P_r G_{rr})_w r_h} \right)^{3/4} \right\} \right] \dots (27)$$

여기에서,  $(\bar{N}_{ur})_w$ ,  $G_r$ 는, 식(28)에서 정의의 관로단면의 수력반경  $r_h$ 를 대표치수로 하는 평균 Nusselt수와 Grashof수이고,  $\psi$ 는 형상계수로써 표1과 같이 구하여진다<sup>(15)</sup>.

$$r_h = 2S/F \dots (28)$$

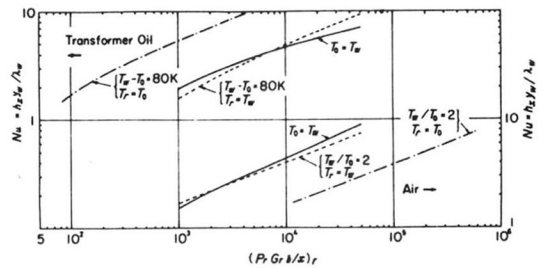


그림12 국소 Nusselt수의 분포  $[(Ra)_w=10^3, \text{원관}]$

여기에서  $S$ 는 관로단면적,  $F$ 는 2주장(周長)이다.

만일 평균 Nusselt수와 Rayleigh수의 대표치수에 식(29)로서 정의된  $\xi$ 를 도입하면, 식(27)은 관로의 단면형상에 관계없이 식(30)의 형으로 정리될 수 있다.

$$\xi = r_h / \psi^{1/3} \dots (29)$$

$$(\bar{N}_{ur})_w = (Ra_e)_w \times [1 - \exp \{ -(2Ra_e)_w^{3/4} \}] \dots (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{여기에서 } \bar{N}_{ur} &= \bar{h} \xi / \lambda \\ Ra_e &= P_r G_{rr} \xi / l \end{aligned} \right\} \dots (31)$$



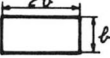

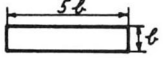
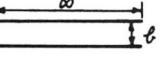
표1에는 상기의  $\xi$ 도 각관로단면에 대해서 표시하고 있다.

그림13은  $\xi$ 를 대표치수로서, 평행평판과 원관에 관한 정물성해를 정리하여 고친 것이다. 중간 Rayleigh수역에서는 최대 30% 정도의 차이



가 인정되지만,  $\xi$ 의 도입에 의하여, 높은 그리고 낮은 Rayleigh 수역에서는 관로형상의 차이가 완전히 소멸되어 있는 것을 알 수 있다. 지금 표1에 기재의  $\xi$ 를 씌우므로해서, 그림 13 이외의 관로형상의 평균열전달특성도 어느 정도 추정가능하다.

표1 Elenbaas<sup>(15)</sup>의 형상계수  $\psi$ 와 저자의 대표치수  $\xi$   
(단  $b=2\psi a$ )

| Duct Shape  | $\psi$ | $\xi$  |
|---|--------|--------|
|  | 13 1/3 | 0.122b |
|  | 14.225 | 0.206b |
|  | 15.55  | 0.267b |
|  | 16     | 0.198b |
|  | 19.5   | 0.310b |
|  | 24     | 0.347b |

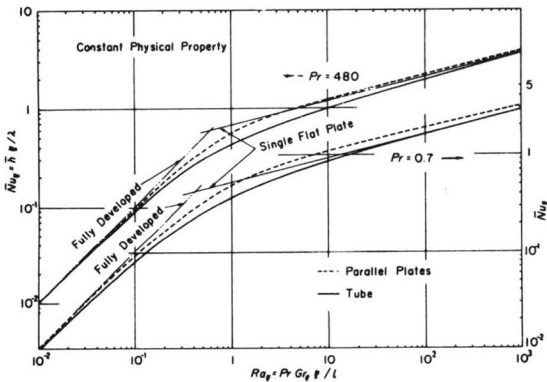


그림13 평행평판과 원관의 평균 Nusselt수를 대표치수  $\xi$ 로서 정리한 경우

## 5. 결론

벽면온도  $T_w$ 가 일정한 원관과 평행평판간에 있어서 공기와 Transformer Oil의 층류자유대류에 대해서, 모든 유체물성치의 온도의존성을 고려하여 수치해석을 행하며, 다음의 결과를 얻었다.

(1)본 논문의 입구조건을 이용한 정물성해의 평균 Nusselt수는, 기존의 실험결과나 경계층 근사에 구애됨이 없이 엄밀한 수치해와 아주 잘 일치하며, 높은 Rayleigh수역에서는 거의 완전히 단일평판해에 접근(點近)한다.

(2)주요무차원수의 물성치를 입구유체온도  $T_0$ 로서 평가한 경우, 변물성해의 평균 Nusselt수는, 공기에서는  $T_w/T_0=2$ 일때 낮은 Rayleigh수역에서 정물성해의 1/2 정도까지 저하한다. Transformer Oil의 변물성해는 Rayleigh수의 전역에서 정물성해보다 크게 되지만,  $T_w-T_0=80K$  일때는 낮은 Rayleigh수역에서 정물성해의 10배 까지 도달한다.

(3)국소 및 평균 Nusselt수, 무차원유량등에 보여지는 물성치 온도의존성의 영향은, 관련 무차원수의 물성치를  $T_w$ 로서 평가하는 것에 의해 소실하며, 특히 평균 Nusselt수의 변물성해는 정물성해와 거의 일치하도록 된다.

(4)관련무차원수의 대표치수에 본 논문에서 제출한 Parameter  $\xi$ 를 사용하면, 평행평판과 원관의 평균 Nusselt수는 Rayleigh수의 전역에 있어서, 최대라도 30%이내의 차에서 거의 하나의 곡선으로 정리할 수 있다. \*

## 문헌

- (1) 宮武・藤井, 化学工学, 37-5 (昭48), 491.
- (2) 相原, 伝熱工学の進展, 4 (昭51), 119, 養賢堂.
- (3) 藤井, 伝熱工学の進展, 3 (昭49), 1, 養賢堂.
- (4) Elenbaas, W., Physica, 9-1 (1942), 1.
- (5) Dyer, J. R., Mech. Chem. Eng. Trans. I. E. Aust., MC4-1 (1968), 78.
- (6) Aihara, T., Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ., 28-258 (1973), 1.
- (7) Bodoia, J. R. and Osterle, J. F., Trans. ASME, Ser. C, 84-1 (1962), 40.

- (8) Dyer, J. R., Int. J. Heat Mass Transf. 21-10 (1978), 1341.
- (9) Nakamura, H., 외 2名, Numer. Heat Transf., 20-1 (1977), 665.
- (10) Ede, A. J., Advances in Heat Transfer, 4 (1967), 1, Academic Press.
- (11) 相原, 12回伝熱 심포지움 講演論文集, (昭50), 141.
- (12) 藤井・ほか 2名, 九州大学生産研究所報告, 66(昭52), 81.
- (13) 日本機工学会編, 伝熱工学資料, (昭50), 299, 日本機械学会.
- (14) Sparrow, E. M. and Gregg, J. L., Trans. ASME, 80-4 (1958), 879.
- (15) Elenbaas, W., Physica, 9-8 (1942), 865.