

# 有限要素法을 이용한 鐵筋콘크리트 슬래브의 設計모멘트 산정에 관한 小考

A Study on the Evaluation of Design Moments of R/C  
Slab by the Finite Element Method

李 成 雨\*  
Lee, Sung Woo

## Abstract

Evaluation of accurate design moments in two directions is a primary concern in designing R/C Slab. For this purpose, the use of finite element method utilizing isoparametric plate element is proposed.

An example of the simply supported slab shows that the results agree well with those from elastic plate theory throughout the span.

The finite element solutions are also compared with those from equivalent frame method in a flat plate example. It is indicated that the distribution of total moment through the width of design strip using the ACI coefficients is unreasonable. In contrary to this, for the same strip model, the finite element method gives accurate moments in two directions.

The proposed method can be applied to any geometric configuration of the slab system, thus the approach is considered to be much advantageous and improved one compared with existing methods.

## 要 旨

鐵筋콘크리트 슬래브를 設計하기 위해서는 우선 精確한 2方向 設計 모멘트가 산정되어야 한다. 이를 위해 本 研究에서는 等媒介 平板要素를 사용하는 有限要素法을 제안하였다.

사면 단순지지 슬래브에서 이 要素를 이용한 解를 彈性平板 理論値와 비교한 결과 전지간에 걸쳐 좋은 결과를 얻었다.

또한 flat plate에서 종래의 方法인 등가뼈대法으로 解析한 결과와 한 方向에 대해 비교검토했다. 특히 등가뼈대法에서 총모멘트를 示方書의 係數를 써서 設計폭에 분배한 결과가 불합리한 것으로 지적되었다. 반면 같은 帶狀(strip) 모델에서 有限要素法으로는 슬래브 전체에 걸쳐 精確한 2方向모멘트를 구할 수 있었다.

제시된 方法은 슬래브 시스템의 어떠한 기하학적 構造에도 적용할 수 있어서 종래의 方法보다 훨씬 유리한 개선된 設計方法임을 알 수 있었다.

\* 正會員 · 國民大學校 工科大學 助教授

## 1. 서 론

鐵筋콘크리트 슬래브 시스템은 평형조건과 기하학적 적합조건을 만족하는 어떠한 방법으로도設計할 수 있도록 現 ACI 318-83 示方書<sup>(6)</sup> 및 콘크리트 標準示方書<sup>(11)</sup>에 규정되어 있다. 그러나 平板解析의 복잡성 때문에 지금까지는 대부분 직접設計法(direct design method)이나 등가 뼈대法(equivalent frame method)을 적용하여設計 해오고 있는 실정이다. 이 方法들은 규칙적인 기하학적 構造物에 대하여는 무리없이 적용될 수 있고 또 타당한 결과를 기대할 수 있으나 기둥의 배치가 불규칙적이거나 슬래브의 형태가 일반적일때 또는 슬래브에 큰 개구부가 있을때는 이 方法의 적용이 거의 불가능 하고 설사 이 方法들이 적용된다 하더라도 그 解는 정확성을 기대하기 매우 어렵다. 또한 構造物이 지진 바람등의 騷력을 받을 경우에는 더욱 어려움에 부딪치게 된다.

컴퓨터가 널리 보급되어 있고 平板의 有限要素法 解가 매우 발달되어 있는 現在까지도 鐵筋콘크리트 슬래브設計에 대부분 위의 方法들을 쓰고 있는 큰 이유중의 하나는 有限要素法을 이용한 적절한 設計理論과 그에 상응하는 컴퓨터 프로그램의 빈곤이라 하겠다. 최근 앞서 方法의 결점을 보완하고 有限要素法의 이점을 최대한 이용한 슬래브 設計 方法<sup>(4)</sup>이 개발되었다.

강도법을 이용한 슬래브 設計의 주요결차는 첫째 적절한 2方向 設計모멘트의 산정과 그에 따른 鐵筋의 배치가 이루어져야 하고, 둘째 전단 응력의 검증이 필요하며, 셋째 이렇게 設計된 슬래브의 實荷重하에서의 鐵筋과 균열을 고려한 처짐을 구하여 기능상 이상여부(serviceability)를 검증하여야 한다. 전단력과 처짐에 대한 고찰은 차기에 하기로 하고 本 논문에서는 첫번째 항목인 設計 모멘트 산정에 관하여 等媒介平板要素를 이용한 解를 검토하고 등가뼈대法으로 얻어진 解와 비교 고찰하고자 한다.

## 2. 有限要素法을 이용한 슬래브 모멘트 계산

### 2.1 等媒介 平板要素의 선택

힘을 받는 平板의 모멘트를 有限要素法으로 구

하기 위해서는 적절한 平板要素를 필요로 한다. 지금까지 많은 有限要素관계 研究者들의 노력으로 수 많은 平板要素가 개발되었으나 本 논문에서 사용한 컴퓨터프로그램 CFEP(compact finite element program)에서는 다음과 같은 이유에서 鐵筋콘크리트 슬래브의 解析과 設計에 적합한 等媒介 平板要素<sup>(1,2)</sup>를 선택하였다.

1) 設計할 平板要素는 要素의 개발목적이 아니고 더 큰 신뢰도와 안전성이 요구되는 實設計에 사용될 것이므로 상당기간 사용되면서 테스트를 받아온 要素라야 한다. 여기서 사용되는 8 절점 要素는 flat plate 경우와 같이 모서리에서만 지지되는 薄平板에 대하여도 減次積分法(reduced integration rule)을 적용하였을때 spurious zero 에너지 모드가 발생되지 않는 安全要素이고 믿을 수 있는 결과를 기대할 수 있다.

2) 이 要素는 Mindlin<sup>(8)</sup> 理論에 근거를 두어 전단변형이 고려되었으므로 薄平板 뿐만 아니라 厚平板모델에도 사용될 수 있다. 특히 厚平板모델은 바닥 슬래브와 기둥의 연결부에 유용하게 사용될 수 있다. 따라서 종래 기둥의 칫수를 무시하고 일점 지지로 모델한 연결부를 기둥 실제 그대로의 칫수와 두꺼운 두께를 가진 要素로 모델 함으로써 기둥의 슬래브에 대한 강성 효과(stiffening effect)를 적절히 고려할 수 있다. 이 연결부는 drop pannel 이나 column capital 등을 포함한다.

3) 콘크리트 슬래브 設計에서는 모멘트 뿐만 아니라 전단력에 대한 검증도 매우 중요한 사항중의 하나인데 고전적인 Kirchoff 理論에 근거한 平板 要素에서는 전단력의 계산이 수직 變位 함수의 3차 미분값으로 계산되어 신빙성이 적은 近似解만 얻을 수 있으나, 等媒介 平板要素에서는 회전 變位 함수의 2차 미분값으로 계산함에 따라 훨씬 정확한 전단력을 계산할 수 있다. 따라서 슬래브의 천공 전단과 같은 전단 파괴에 대하여 적절한 판단이 가능해 진다.

4) 종래의 직사각형 또는 사변형 平板要素를 이용하였을때는 곡선부의 모델을 계단식으로 밖에 근사시킬 수 없었으나, 고절점 等媒介 要素를 이용함으로써 훨씬 정확하고 실제에 가까운 모델을 형성할 수 있다. 따라서 슬래브의 기하

학적 構造에 무관하게 정확한 모델을 할 수 있는 잇점이 있다. 실제로 원형 슬래브에서는 사각형 슬래브에서  $M_x, M_y$ 에 해당하는  $M_r, M_\theta$ 를 직접 구할 수 있어 곧바로 반경方向과 회전方向에 필요한 鐵筋을 계산할 수 있게 된다.

5) 고결점 要素를 사용함으로써 상대적으로 단순한 有限 要素網을 형성할 수 있어 要素網의 복잡성을 피할 수 있다.

### 2.2 모멘트 계산

鐵筋 콘크리트 슬래브는 실제로 鐵筋의 配筋에 따라 異方性 성질을 보유하고 있으나 設計를 하기 이전에는 그 配筋 方向을 알 수 없고 따라서 設計를 위한 解析단계에서는 異方性 平板의 성질을 적용할 수 없다. 이런점을 감안하여 要素 행렬 계산시 平板의 等方性을 이용함으로써 매우 간결한 方法으로 강도 행렬이 형성될 수 있어서 적분에 소요되는 계산시간을 상당히 절약할 수 있고 프로그램 코딩도 매우 손쉬워진다. 위의 方法으로 유도된 강도행렬은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[K] = [K_b] + [K_s] \quad (1)$$

여기서  $[K_b]$ 는 平板강도행렬의 굽힘으로 인한 부분이고 다음과 같이 표시된다.

$$[K_b] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [S_b] |J| d\xi d\eta \quad (2)$$

$$j=1 \dots j \dots j=3N$$

$$[S_b] = \begin{matrix} i=1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ i=3N \end{matrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \dots [S_b]_{ij} \dots \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3)$$

$3N \times 3N$

여기서  $N$ 은 고려하고 있는 要素의 절점수이고

$$[S_b]_{ij} = \begin{matrix} w_j & \theta_{xj} & \theta_{yj} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_1\beta_j\beta_j & -D_2\alpha_j\beta_j \\ & +D_3\alpha_j\alpha_j & -D_3\alpha_j\beta_j \\ 0 & -D_2\alpha_j\beta_j & D_1\alpha_j\alpha_j \\ & -D_3\alpha_j\beta_j & +D_3\beta_j\beta_j \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (4)$$

$3 \times 3$

(1)식의  $[K_s]$ 는 平板 강도행렬의 전단으로 인한 부분이고 식(4)와 같은 方法으로 표시하면 다

음과 같다.

$$[S_s]_{ij} = D_s \begin{matrix} w_j & \theta_{xj} & \theta_{yj} \\ \begin{pmatrix} \alpha_j\alpha_j + \beta_j\beta_j & -\beta_j\phi_j & \alpha_j\phi_j \\ -\beta_j\phi_j & \phi_j\phi_j & 0 \\ \alpha_j\phi_j & 0 & \phi_j\phi_j \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (5)$$

$3 \times 3$

식 (4), (5)에서  $w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}$ 는  $j$ 절점의 수직 및  $x, y$ 方向 회전變位이고  $\phi_j$ 는  $i$ 절점의 형상함수,  $D_1, D_2, D_3, D_4$ 는 等方性 平板의 강성係數들로서 각각  $Et^3/12(1-\nu^2), \nu D_1, Et^3/24(1+\nu), Et/2.4(1+\nu)$ 이며,  $\alpha_j$  및  $\beta_j$ 는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi_j}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (6)$$

한편 계산된 절점變位로 부터 平板의 모멘트를 구할 수 있고 이는 다음과 같이 간결한 모양으로 유도된다.

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} D_1\alpha_i\theta_{yi} - D_2\beta_i\theta_{xi} \\ D_2\alpha_i\theta_{yi} - D_1\beta_i\theta_{xi} \\ D_3(\beta_i\theta_{yi} - \alpha_i\theta_{xi}) \end{pmatrix} \quad (7)$$

### 2.3 단순지지 슬래브 例

그림 1과 같은 사방이 단순지지된 정방형 슬래브를 例로 들어 보기로 한다. 이 슬래브는 등분포 荷重  $q=210\text{psf}$ 를 받고 있다. 有限要素網은 대칭을 이용하여  $1/4$ 부분만 고려하였고 다시 이를  $4 \times 4$  및  $2 \times 2$  要素網으로 구성된 모델에 대해 생각해 보았다. 각 要素는 8절점 要素를 사용하였고 그림 1에서는  $4 \times 4$ 網의 변형전과 변형후 상태를 보여주고 있다. 그림 2는 식(7)을 써서 계산된 지간중앙부의  $x$ 方向 모멘트( $M_x$ )를 理論值<sup>(6)</sup>와 함께 도시하고 있는데 전구간에 대하여 매우 근접한 결과를 보여 주고 있다. 슬래브중앙점에서는 최대모멘트가 발생하고 理論值와 비교해서  $2 \times 2$  要素網은  $+3.3\%$ ,  $4 \times 4$  要素網은  $+0.6\%$ 의 오차를 주고 있어  $2 \times 2$  要素網에서 얻은 결과도 設計를 위한 결과로는 매우 만족한 수치라고 볼 수 있다. 이를 볼때 8절점 要素를 사용할 경우 슬래브 設計를 염두에 둔 要素網의 구성은 한 지간내에서 4개의 要素정도가 적절하리라 예상된다.

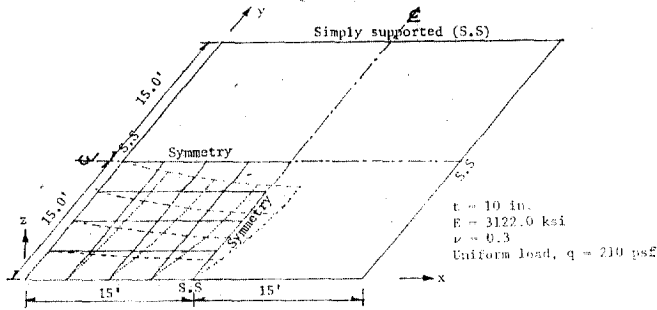


그림 1. Quarter model of simply supported square plate.

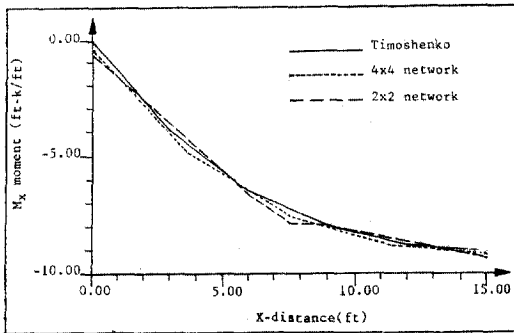


그림 2.  $M_x$  moment along the center line ( $y=15\text{ft}$ . for  $4 \times 4$  network).

#### 2.4 등가 뼈대法과의 비교

有限要素法과 등가뼈대法(equivalent frame method)으로 얻어진 設計모멘트를 비교하기 위해 참고문헌<sup>(7)</sup>에서 예시된 flat plate를 고려해 보기로 한다. 전항에서 언급했듯이 有限要素法의 큰 이점은 슬래브 시스템의 기하학적 형상에 관계없는 자유스런 모델에 있겠으나 여기서는 단순히 두 方法의 결과를 비교해보고자 규칙배열의 슬래브 예를 들었다. 그림 3에서는 設計하고자하는 보가없는 flat plate의 평면과 단면을 보여주고있고 그림 4에서는 그림 3의 문제를 해결하기 위한 帶狀 모델(strip model)有限要素網의 변형전과 변형후의 상태를 도시하고 있다. 이 모델의 有限要素網은 전항의 단순지지 슬래브 예와 참고문헌<sup>(4)</sup>에서의 여러 예로부터 너무 조밀하지 않으면서도 적절한 設計값을 주는 가장 바람직한 要素網으로 구성하였다. 즉 그림에서와 같이 기둥과의 연결부는 기둥의 칫수대로

1개의 要素를 쓰고, 지간 사이에는 4개의 要素로 하되 기둥에 가까운 부분에 좀더 조밀하도록 要素網을 구성하였다.

기둥과 슬래브의 연결부를 제외한 바닥 슬래브의 모든 要素는 8절점 要素를 사용하였다. 또한 슬래브 두께와 지간 비율이 작아( $t/L=1/24$ ) 이러한 要素들은 薄平板(thin plate)으로 간주되었고 강도행렬 형성시 전단항 계산에 減次積分을 하였다.

이와같은 바닥 要素에 반해 슬래브-기둥 연결부는 기둥의 실 칫수대로된 9절점 要素를 사용하였다. 이렇게 함으로써 지간에 비해 무시할수 없는 기둥의 칫수가 바닥 슬래브 모델에 제대로 반영되었다. 또한 기둥의 슬래브에 대한 강성효과(stiffening effect)를 적절히 고려하기 위해 슬래브-기둥 연결부의 平板要素의 두께를 기둥의 양면 칫수중 긴 쪽의 칫수와 같게 하였다.

따라서 이러한 연결부 要素들은 厚平板(thick plate)로 간주되고 전단항 계산시 減次積分을 하지 않고 정상적분을 하였다. 이렇게 해서 얻은解는 일반적으로 기둥을 일점으로 간주한 잘못 구성된 平板 要素網의 解와 비교해 볼 때 상당한 차이가 남을 수 있었다<sup>(4)</sup>.

기둥은 보 要素를 이용하였고 9절점 슬래브-기둥연결 要素의 중앙 절점에서 바닥층의 상부와 하부로 연결하였다.

그림 5와 그림 6은 상기 帶狀 모델이 등분포荷重( $1.4DL+1.7LL$ )을 슬래브 전면적에 걸쳐 받았을때  $x$ 방향과  $y$ 방향 모멘트를 등고선을 이용하여 나타내었다. 이 모델에 적용한 경계조건은 帶狀의 상단과 하단에는 인근 패널과의 연

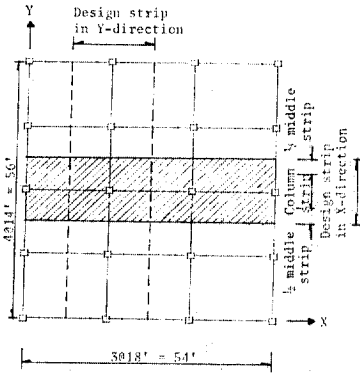
속성을 고려하여  $y$  방향의 변위와  $x$  방향의 회전 변위를 구속시켰고, 帶狀 중앙부에서는 대칭을 이용하여  $x$  방향의 변위와  $y$  방향의 회전 변위를 구속시켰다.

여기서 특기할 만한 것은 帶狀모델이라도 등가 뼈대법으로는  $x$  방향의 모멘트만 계산할 수 있을 뿐이나 有限要素法을 쓸 경우  $y$  방향의 모멘트도 동시에 얻을 수 있어 후자가 훨씬 효율적임을 알 수 있다.

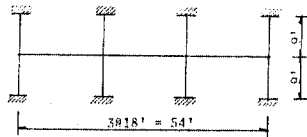
등가뼈대법은 ACI 示方書 13장과 철근콘크리트 標準示方書 8장에 잘 서술되어 있으므로 여기서는 생략하기로 한다.

本 논문에서는 그림 3에서 빗금친 부분에 대해 PCA 318-83 note<sup>(7)</sup>와 ADOSS program<sup>(8)</sup>을 이용한 解와 有限要素法으로 解析한 결과와 비교하고자 한다. 有限要素法의 解는 CFEP program을 이용하여 구하였다.

그림 7에서 부터 그림 10까지는  $x$  방향의 정



(a) Plan

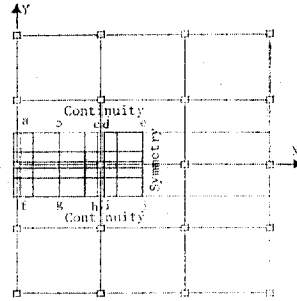


(b) Elevation

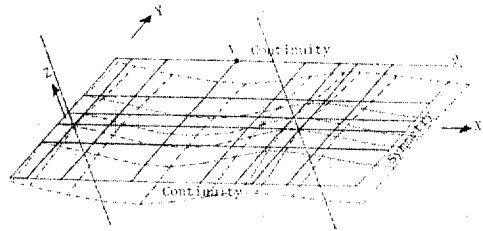
All columns=16×16 in No spandrel beams  
 $f'_c=3$  ksi for slab  
 $f'_c=5$  ksi for column  
 $f_y=60$  ksi for steel  
 Partition weight=20 psf  
 Live load=40psf

그림 3. Design example for flat plate without beam.

모멘트와 부모멘트에 대하여 상기 두 방법으로 구해진 값을 비교 도시해 놓았다. 그림 7,9에서 보여준 바와 같이 기둥면에서의 총 設計부 모멘트 값은 서로 잘 일치하고 있다. 이로볼때 例視한 모델에서의 같은 규칙적인 構造物에 대해서는 등가뼈대法으로 만족할만한 총 設計모멘트를 얻을 수 있다는 것이 例證되었다. 그러나 총 모멘트 값을 設計폭에 분포시키는 과정에서 示方書에 있는 係數를 이용한 등가뼈대法이



(a) Finite element mesh of half strip.



(b) Undeformed and deformed shape of strip model.

그림 4. Finite element strip model of flat plate example.

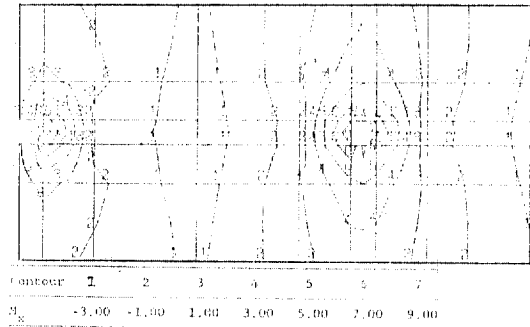


그림 5.  $M_x$  contour (ft-k/ft) of strip model for factored dead load plus full factored live load over entire floor.

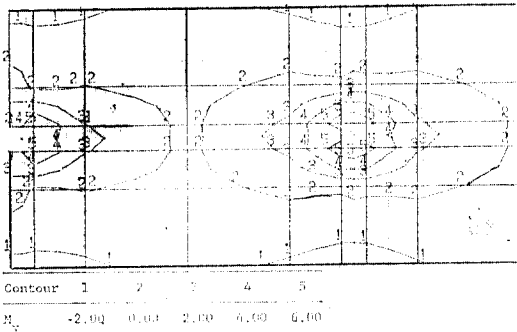
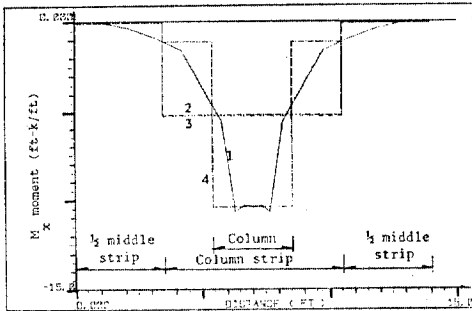


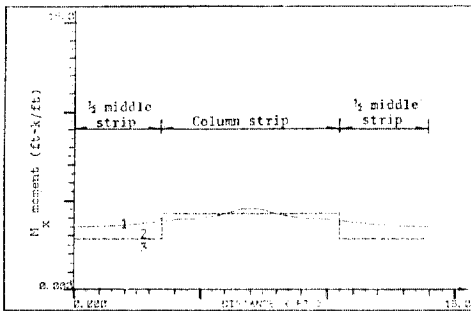
그림 6.  $M$ , contour (ft-k/ft) of strip model for factored dead load plus full factored live load over entire floor.



Graph	Source	Column strip (ft-kips)	Middle strip (ft-kips)	Total design strip (ft-kips)
1	CFEP	-35.68	-2.39	-38.07
2	PCA Note	-36.90	0.00	-36.90
3,4*	ADOSS	-36.90	-0.50	-37.10

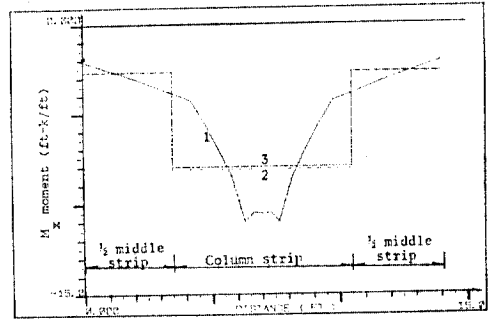
\* Column strip moments are adjusted at column due to unbalanced

그림 7. Negative moment at exterior column face (line a-f in 그림 4(a)).



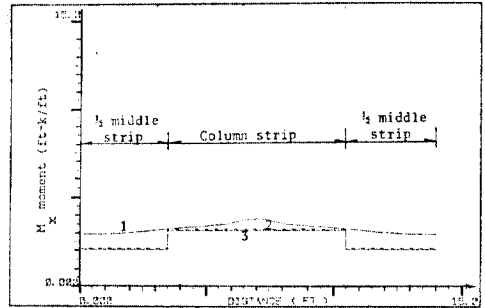
Graph	Source	Column strip (ft-kips)	Middle strip (ft-kips)	Total design strip (ft-kips)
1	CFEP	28.77	25.32	54.09
2	PCA Note	29.90	19.90	49.80
3	ADOSS	29.60	19.70	49.30

그림 8. Positive moment at middle of end span (line b-g in 그림 5(a)).



Graph	Source	Column strip (ft-kips)	Middle strip (ft-kips)	Total design strip (ft-kips)
1	CFEP	-50.38	-20.70	-71.08
2	PCA Note	-56.90	-18.90	-75.80
3	ADOSS	-56.00	-18.70	-74.70

그림 9. Negative moment at interior column face of end span (line c-h in 그림 4(a)).



Graph	Source	Column strip (ft-kips)	Middle strip (ft-kips)	Total design strip (ft-kips)
1	CFEP	24.27	21.20	45.47
2	PCA Note	22.50	15.00	37.50
3	ADOSS	21.90	14.60	36.50

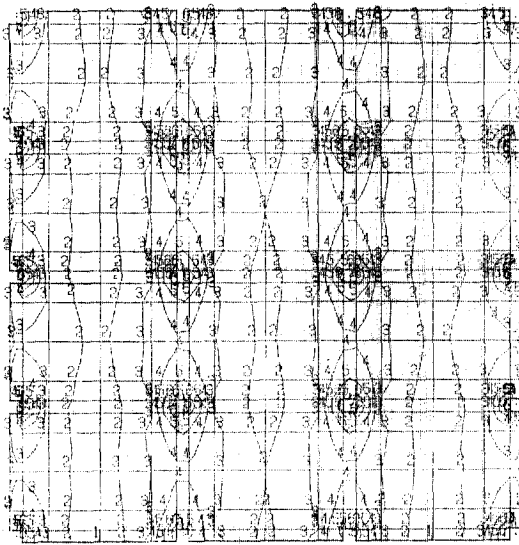
그림 10. Positive moment at middle of interior span (line e-j in 그림 4(a)).

만족할만한 解를 주지 못하고 있음을 그림을 통해서 알 수 있다. 그림에서 등가뼈대法으로 얻은 값들은 柱列帶와 中間帶에서 일정한 값으로 분배되어 있지만 有限要素法의 解는 設計帶 전 폭에 걸쳐 더 실제에 가깝게 변화되고 있음을 알 수 있다.

부모멘트의 최대값이 기둥부근에서 발생하므로 등가뼈대法에서는 柱列帶의 모멘트값을 재조정해야 할 필요가 생긴다. 실상 그림 7의 graph 4에서 보여주듯이 외곽부 기둥면에서는 모멘트 값이 기둥부의 불균형모멘트를 이용하여 조정되고 그 조정된 최대치는 有限要素法 解와 매우 잘

表 1. Governing positive moments from 3 loading conditions (Refer 그림 4(a)).

Point	Load case	$M_x$ (ft-k/ft)	$M_y$ (ft-k/ft)
b	(5) DL+Checkerboard 1	3.04	1.57 (govern)
	(6) DL+Checkerboard 2	2.51	0.82
	(7) DL+Full LL	3.45 (govern)	1.48
c	(5) DL+Checkerboard 1	1.40	2.32
	(6) DL+Checkerboard 2	1.33	2.40
	(7) DL+Full LL	1.69 (govern)	2.93 (govern)
e	(5) DL+Checkerboard 1	2.09	0.66
	(6) DL+Checkerboard 2	2.62	1.39 (govern)
	(7) DL+Full LL	2.92 (govern)	1.27



Contour	1	2	3	4	5	6	7
$M_x$	-4.00	-2.00	0.00	2.00	4.00	6.00	8.00

\* Positive sign corresponds to convex upwards flexure (negative moment in beam convention).

그림 11.  $M_x$  contour(ft-k/ft)for factored dead load plus factored live load of checkerboard type 1.

일치 함을 보여주고 있다. 그러나 그림 9에서와 같이 내곽부 기둥면에서는 기둥의 좌우에서 모멘트 값이 거의 균형을 이루고 있어 불균형 모멘트로 인한 조정은 가능하지가 않다. ACI 示方書(ACI (ACI318-13, 3, 3, 3)에서는 이런점을 인식하고 다음과 같이 언급하고 있다.

“유효 슬래브 폭에서 발생하는 불균형 모멘트 값을 저항하기 위해 기둥부에 鐵筋의 간격을

더 촘촘히 유지하거나 부가적인 鐵筋을 배치함으로써 기둥부의 鐵筋집중을 피할 수 있다.”

그러나 얼마만큼의 조정을 어떻게 해야 할 것인지에 대해서는 명확하게 기술되어 있지 않다. 그림 9에서 보드시피 내곽부 기둥면에서는 등가 뼈대로 부터 얻은 부 최대 모멘트 값이 有限要素法에 자그마치 35%나 적음을 알 수 있다. 따라서 등가뼈대法으로 얻어진 이러한 값들을 기준으로 鐵筋을 設計할 경우 슬래브는 안전한 편으로 設計되지 않음을 알 수 있다. 또한 주열대와 중간대 사이 천이지역에서는 적절한 조정 값이 없어 有限要素法보다 더 큰 값이 設計基準으로 채택되어 필요이상의 鐵筋이 設計됨으로 인해 재료의 낭비를 가져온다.

한편 정모멘트는 그림 8 및 10에서 보는 바와 같이 총 모멘트값은 有限要素法이 등가뼈대法보다 조금 더 큰 값을 보여주고 있다. 柱列帶의 최대값은 서로 큰 차이를 보여주고 있지 않으나 中間帶에서의 등가뼈대法은 상당한 양만큼 과소 계산되어 이 부분에서는 안전측으로 設計가 이루어 지지 않음을 알 수 있다.

위의 예에서 볼때 규칙적인 배열의 슬래브에서는 등가뼈대法을 이용할 경우 총 설계 모멘트는 만족할만한 값을 얻을 수 있다. 그러나 시방서의 분배係數를 이용하여 총 모멘트를 設計帶 폭에 배분한 값을 기준으로 설계할 경우 불합리한 설계가 이루어 지리라 판단된다. 반면 有限要素法을 이용할 경우 같은 帶狀모델에 대해 슬래브 전체에 걸쳐 x뿐만아니라 y方向的의 정확한 設計 모멘트를 얻을 수 있어 이 方法이 전자에 비

해 훨씬 유리함을 알 수 있다.

## 2.5 設計 모멘트 결정을 위한 荷重의 載荷양식

슬래브의 設計모멘트를 결정하기 위해서는 몇 가지 荷重조건을 고려하여야 하며 어느 단면을 고려할 때 그 단면에서 최대 모멘트를 발생시키도록 하기 위해서는 活荷重을 적절히 변경시켜 載荷시킬 필요가 있다. ACI 示方書에서는 등가 倅대法을 사용할 경우 活荷重이 死荷重의 3/4를 넘을 경우 최대 모멘트를 얻기 위해 필요한 공간에만 活荷重을 載荷시키는 패턴載荷(pattern loading) 方法을 쓰고 있다.

일반적으로 지점의 부모멘트는 인접 공간에만 活荷重을 載荷시켰을 경우 발생하나 이는 전경간에 활하중을 재하했을 경우보다 조금 밖에 크지 않다. 그러나 격 공간에 活荷重을 載荷시켰을 때 발생하는 정모멘트는 전경간에 活荷重을 載荷한 경우 보다 상당히 크고 특히 活荷重이 클 경우 그 차이는 더욱 심하다. 따라서 어느 단면에서의 設計를 지배하는 모멘트를 구하기 위해서는 活荷重이 클 경우 반드시 活荷重의 패턴載荷를 고려하여야 한다. 상기 例에서는 活荷重이 死荷重의 56%이고 또한 비교목적으로 사용하기 위해 活荷重을 전경간에 載荷시켰다.

有限要素法을 사용할 경우에는 이 패턴載荷法을 2차원으로 확장하여 장기판載荷(checkerboard loading) 또는 帶狀載荷(strip loading)<sup>(5,10)</sup>를 고려하여야 한다. 표 1에서는 그림 4(a)의 b, c, e 점에 대해 設計 지배 모멘트가 어느 荷重載荷로 결정되는가를 보여 주고 있다. 여기서 checkerboard 1이란 活荷重을 각 pannel에 격 간격으로 載荷한 경우이고 checkerboard 2란 活荷重載荷를 checkerboard 1과 바꾸어 놓은 경우이다. 그림 11은 슬래브전체를 모델하였을 경우 checkerboard 1로 活荷重이 載荷되었을 때  $M_x$  모멘트 등고선을 보여주고 있다. 위와 같은 사실로 볼때 活荷重이 클 경우 有限要素法을 이용하여 슬래브設計모멘트를 구하기 위해서는 活荷重의 장기판형태의 載荷도 반드시 고려하여 최대모멘트를 결정하여야 한다.

## 3. 結 論

本 研究에서는 有限要素法을 鐵筋콘크리트 슬

래브設計에 이용하기 위하여 그 基本이 되는 設計모멘트를 等媒介 平板要素로 구하였고 그 解를 彈性平板 理論値와 등가倅대法으로 구한 값들과 비교 研究하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 鐵筋콘크리트 슬래브의 鐵筋 配筋에 따른 異方性 性質은 設計완료전에는 알 수 없으므로 等方性을 이용하여 간결히 等媒介 平板要素의 강도행렬과 모멘트 계산식을 유도하였다. 따라서 이 식들을 이용할시 적분에 소요되는 계산시간을 상당히 절약할 수 있었다.

(2) 8 절점 要素를 사용한 사방 단순지지된 사분 슬래브例에서  $2 \times 2$  要素網으로도 전 구간에 걸쳐 彈性理論値와 비교해서 아주 좋은 모멘트 값을 얻었다. 이에 및 다른 예의 비교 연구<sup>(4)</sup>에서 설계를 위한 최적 요소망의 구성은 한 지점에서 4~5개의 8 절점 要素를 사용하는 것이 적당할 것으로 판단된다.

(3) 帶狀 모델의 flat plate 例에서 한 方向에 대해 등가倅대法과 비교해 본 결과 정 및 부의 총 모멘트값은 서로 잘 부합하나 그 모멘트값의 設計帶 폭으로의 분포는 有限要素法의 解가 훨씬 더 실제에 가깝게 변화하고 있어 示方書 分배係數를 사용하여 設計할 경우 불합리한 設計가 될 우려가 있다. 반면 有限要素法으로는 슬래브 전체에 걸쳐 정확한 2 方向 모멘트를 구할 수 있어 이 方法이 훨씬 유리함을 알 수 있다.

(4) 活荷重이 死荷重에 비하여 클 경우에는 有限要素法을 사용할시 活荷重의 장기판 형태의 載荷도 고려하여야 하며 한점에서의 設計모멘트는 여러 유형의 載荷형태에서 나온 값중 지배값을 택하여야 한다.

(5) 本 研究에서는 종래의 解法들과 비교하기 위하여 규칙적인 배열의 슬래브 시스템만 예시하였으나 有限要素法의 더욱 큰 잇점은 종래의 方法으로 그 해결이 매우 곤란한 슬래브에 큰 개구부가 있거나 원형슬래브등 불규칙한 기하학적 형태의 슬래브도 정확하고 효율적으로 設計할수 있는데 있다고 하겠다.



## 参 考 文 献

1. Ahmad, S., Irons, B.M., and Zienkiewicz, O.C., "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 3, No. 4, 1971, pp.575~586.
2. Cook, R.D., "Concepts and Application of Finite Element Method," 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, 1981.
3. Mindlin, R.D., "Influence to Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates," *J. Appl. Mech.*, Vol. 18, 1951, pp.31~38.
4. Lee, S.W., "Design of Reinforced Concrete Slab Systems Using the Finite Element Methods," Ph.D. dissertation, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Jan., 1987, 244pp.
5. Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plate and Shells," 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, pp.118~120.
6. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)," American Concrete Institute, Detroit, 1983, pp.62~69.
7. "Note on ACI 318-83," Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1984, pp.21.29-21.46.
8. "ADOSS(Analysis and Design of Slab System)," Microcomputer Ed., Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1984, pp.21,19-21,46.
9. Park, R. and Gamble, W.L., "Reinforced Concrete Slabs," John Willey & Sons, New York, 1980, p.76.
10. Szilard, R., "Theory and Analysis of Plates," Prentice Hall Inc., Engle Cliff, New Jersey, 1974.
11. 建設部, 콘크리트 標準示方書 1982, pp.181~205.  
(接受: 1988. 6. 8)