

## 1987년도 국제수학올림피아드

한국교원대학교 박 한 식  
한국과학기술대학 최 영 한

### I. 서 론

제28회 국제수학올림피아드(International Mathematical Olympiad)는 큐바의 수도 하바나에서 7월 5일(일)부터 16일(목)까지 개최되었다. IMO 역사상 최다수인 42개국에서 237명이 참가하였고, 제 1회(1959년) 개최국이었던 루마니아가 1985년에 이어 제 1위를 차지하였다. 이로써 루마니아는 세번째(1959, 1985, 1987) 1위가 된 셈이다. 서독과 동독이 각각 2위, 4위를 차지하였고, 1986년 대회 때 공동 1위를 차지하였던 소련과 미국이 각각 3위, 5위를 차지하였다. 1986년 대회에 처음으로 완전한 팀(6명)을 보내어 4위를 하였던 중공은 8위로 밀려났다.

실제적인 시험은 7월 10일(금)과 11일(토) 양일에 걸쳐 하루에 4 1/2시간(세 문제)씩 모두 아홉시간(총 6문제)에 치루어 졌다. 1987년 IMO 문제는 예년에 비해 쉬웠으며 IMO 역사상 최다수인 22명의 만점이 나왔다. 1985년에는 두 사람이 만점을 받았고, 1986년에는 세 사람이 만점을 받았었다.

금년에는 금상(42점 만점)이 22사람, 은상(32~41점)이 42사람, 동상(18~31점)이 56사람이었다. 참고로 금상 수상자를 열거하면 다음과 같다.

이 름	참가국명
Alexanarum Barcau	Rumania
Lev Borisov	U. S. S. R.
Kevin Buzzard	Great Britain
Ralph Costa Teixeira	Brazil
Nicisor Dan	Rumania
Jordan Ellenberg	U. S. A.
Jorg Eisfeld	West Germany
Frank Goring	East Germany
Martin Harterich	West Germany
Thorsten Kleinjung	West Germany
Gerd Kunnert	East Germany
Xiong Liu	China
Vladimir Mithov	Bulgaria
Andrei Mordianu	Rumania
Igor Pujov	U. S. S. R.
Wolfgang Schwarz	West Germany
Stanislav Smirnov	U. S. S. R.
Liviu Suci	Rumania
Jun Teng	China
Ravi Vakil	Canada
Adrian Vasii	Rumania
Eric Wepsic	U. S. A.

필자들 [2, 3]은 여러 해 동안 IMO에 관한 정보를 수집하였다. [2]에서 논의되었던 한국수학올림피아드위원회(Korean Mathematical Olympiad Committee)는 우여곡절 끝에 1987년 여름에 구성되었고, 제 1회 한국수학올림

피아드는 같은 해 11월 29일(일) 전국 13개 시험장소에서 한국과학재단과 한국방송공사의 공동주관으로 대한수학회의 주최로 실시되었다[1].

이 글에서는 제28회 IMO의 이모저모와 각국의 준비상황등을 그동안 수집한 자료[6, 7, 8, 9, ]에서 골라 정리하겠다.

## II. 제28회 IMO 결과

제28회 IMO도 예년과 마찬가지로 첫 날 세 문제 네 시간 반, 둘째날 세 문제 네 시간 반, 도합 여섯 문제 아홉 시간에 걸쳐 실시 되었다. 각 문제 7점씩 한 사람이 받을 수 있는 최고점수는 42점이고, 각국이 받을 수 있는 최고점수는 252점이다. 국가별 총점이나 등위는 IMO 주최측에서 공식으로 발표하는 것이 아니지만 대단한 관심의 대상이 되고 있다.

### 1987년 IMO 국가별 결과

등위	참 가 국	성적*	메달수			참가자수
			금	은	동	
1	루마니아	250	5	1	-	6
2	서 독	248	4	2	-	6
3	소 련	235	3	3	-	6
4	동 독	231	2	3	1	6
5	미 국	220	2	3	1	6
6	형 가 리	218	-	5	1	6
7	불가리아	210	1	3	2	6
8	중 공	200	2	2	2	6
9	체코슬로바키아	192	-	4	2	6
10	영 국	182	1	2	2	6
11	월 남	172	-	1	5	6
12	프 랑 스	154	-	3	2	6
13	오스트리아	150	-	2	3	6
14	네덜란드	146	-	1	4	6
15	호 주	143	-	3	-	6
16	카 나 다	139	1	1	1	6
17	스 웨 덴	134	-	2	2	6
18	유고슬라비아	132	-	1	3	6
19	브 라 질	116	1	-	2	6

20	그 리 스	111	-	-	4	6
21	터 키	94	-	-	2	6
22	스 페 인	91	-	-	3	6
23	모 로 코	88	-	-	3	6
24	큐바(주최국)	83	-	-	2	6
25	벨 기 에	74	-	-	1	6
26	이 란	70	-	-	1	6
27 <sup>1/2</sup>	노 르 웨 이	69	-	-	-	6
27 <sup>1/2</sup>	핀 란 드	69	-	-	2	6
29	콜 롬 비 아	68	-	-	1	6
30	몽 고	67	-	-	-	6
31	폴 란 드	55	-	-	2	3
32	아이슬란드	45	-	-	-	4
33	사이프러스	42	-	-	-	6
34	페 루	41	-	-	-	6
35	이탈리아	35	-	-	1	4
36	알제리아	28	-	-	-	6
37 <sup>1/2</sup>	룩셈부르크	27	-	-	1	1
37 <sup>1/2</sup>	우루과이	27	-	-	1	4
39	쿠웨이트	19	-	-	-	6
40	멕시코	17	-	-	-	5
41	니카라과아	16	-	-	-	6
42	파 나 마	7	-	-	-	6

\*각 나라 참가자 전체가 받은 성적의 합계

1986년에 만 10살로 폴란드 IMO에 참가하여 동상을 차지하였던 호주 팀의 Terence Tao[3, P.16]는 1987년에도 최연소 참가자(만 11살)로써 40점을 얻어 은상을 받았다. 또 중공 팀의 여학생 Jun Teng은 홍일점의 금상 수상자로 특별한 각광을 받았다.

금년에 나왔던 문제들은 우리 말로 번역하여 소개하겠다. 모범답안이 필요한 경우 한국과학기술대학 수학문제풀이 서클에서 발행하는 Math. Letter 제 4호를 참조하기 바란다.

### 제28회 국제수학올림피아드

(하바나, 큐바)

첫 째 날 : 1987. 7. 10.

허용시간 : 4.5시간

1. 집합  $\{1, \dots, n\}$ 의 순열중에서 정확하게  $k$ 개의 부동점을 갖는 것들의 갯수를  $P_n(k)$ 라 하자. 이 때

$$\sum_{k=0}^n k \cdot P_n(k) = n!$$

임을 증명하라. (주의: 집합  $S$ 의 순열  $f$ 라 함은  $S$ 에서  $S$  전체로 가는 1대 1 함수이다.  $S$ 의 어떤 원소  $i$ 가  $f(i)=i$ 를 만족할 때  $i$ 를  $f$ 의 부동점이라고 한다.)

2. 예각삼각형  $ABC$ 에서 각  $A$ 의 이등분선이  $BC$ 와  $L$ 에서 만나고 다시 삼각형  $ABC$ 의 외접원과  $N$ 에서 만난다. 또 점  $L$ 에서  $AB$ 와  $AC$ 에 내린 수선의 발을 각각  $K$ 와  $M$ 이라 하자. 이때 사각형  $AKNM$ 과 삼각형  $ABC$ 는 면적이 같음을 보여라.

3.  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 은

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$$

을 만족하는 실수들이라고 하자. 이 때  $k \geq 2$ 인 정수  $k$ 에 대해서, 조건들

$$\text{모든 } i \text{에 대해서 } |a_i| \leq k-1$$

와

$$|a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n| \leq \frac{(k-1)\sqrt{n}}{k^n - 1}$$

을 만족하는 모두는 0이 아닌 정수들  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 이 존재함을 증명하라.

둘 째 날: 1987. 7. 11.

허용시간: 4.5시간

4. 정의역과 치역이 모두 음이 아닌 정수들의 집합인 함수 중에서 조건

$$\text{모든 } n \text{에 대해서 } f(f(n)) = n + 1987$$

을 만족하는 함수  $f$ 가 없음을 증명하라.

5.  $n$ 을 3보다 크거나 같은 정수라 하자. 이 때 평면내의  $n$ 개의 점들의 집합으로써 다음 조

건들을 만족시키는 것이 있음을 증명하라.

i) 어떤 두 점 사이의 거리로 무리수이다.

ii) 어떤 세 점도 일직선상에 있지 않으면서 유리수인 면적을 가지는 삼각형을 결정한다.

6.  $n$ 을 2보다 크거나 같은 정수라 하자. 이 때  $0 \leq k \leq \sqrt{n/3}$ 인 모든 정수  $k$ 에 대해서  $k^2 + k + n$ 이 숫수이면,  $0 \leq k \leq n-2$ 인 모든 정수  $k$ 에 대해서도  $k^2 + k + n$ 이 숫수임을 증명하라.

### III. IMO의 연혁

1959년에 주최국 루마니아가 주변의 여섯 나라(불가리아, 체코슬로바키아, 동독, 헝가리, 폴란드, 소련)을 초청하여 시작된 IMO는 해를 거듭할수록 참가국들이 늘어나서 지난번 쿠바 대회(1987)에서는 사상 최대로 42개국 237명이 참가하였다. 다음 번의 호주 대회(1988)에서는 이제까지 한번도 참가한 경력이 없는 한국, 일본, 인도등 수학에 저력이 있는 아시아 국가들이 대거 참가하여 약 55개국이 실력을 겨루게 될 것 같다.

IMO에 관한 좀 더 자세한 연혁이나 그동안 출제되었던 문제들을 알고 싶으면 필자들[2, 3], Greitzer[4] 또는 Klamkin[5]을 참조하기 바란다. <표 1>과 <표 2>에서는 그동안 IMO에 참가하였던 나라들과 그 나라들의 성적 순위를 정리하였다.

그동안 수집된 자료들이 불충분하여 필자들[2, 표2]의 착오가 있었다.

IMO에 파견할 팀을 구성하기 위하여 참가국들은 우선 자국내 수학 올림피아드를 개최하고, 거기서 우수한 성적을 거둔 학생들을 모아 합숙 훈련을 시키고 있다. 또 국제대회 1~2개월전에 팀 구성을 위한 최종 선발 시험을 치르게 되는 데, 보통 정식 멤버 6명과 예비 멤버 4명 정도를 선발한다. 예비 멤버들은 고등학교 2학년 이하의 어린 학생들로 구성된

〈표 1〉 IMO 참가한 나라들과 국가별 성적 순위(1959~1972)

참 가 국	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
알 제 리 아	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
호 주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
오 스트 리 아	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12	7	7 ½
벨 지 움	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-
브 라 질	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
불 가 리 아	4	4	6	6	6	5	8	⑥	6 ½	9	6	7 ½	12	10
카 나 다	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
중 공	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
롬 비 아	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
큐 바	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15*	14*
사 이 프 러 스	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
체코슬로바키아	3	1	4	④ ½	5	7	6	8	6 ½	7	8	7 ½	⑨	9
서 독	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
동 독	7	5	5	7	7	6	⑤	3	2	1	2	2 ½	3	3
핀 란 드	-	-	-	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-
프 랑 스	-	-	-	-	-	-	-	-	13*	-	10 ½	9	13	-
영 국	-	-	-	-	-	-	-	-	4	4	5	6	5 ½	5
그 리 스	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
헝 가 리	2	2 ½	①	1	2	2	2	2	3	3	1	①	1	2
아 이 슬 란 드	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
이 스 라 엘	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
이 탈 리 아	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
쿠 웨 이 트	-	-	-	-	-	-	-	-	10*	11	-	-	-	-
룩셈부르크	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
멕시코	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
몽 고	-	-	-	-	-	8	9	9	12	12	9	14	14	13
모 로 코	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
네덜란드 델	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	14	13	10	12
니카라과	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
노르웨이	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
파 나 마	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
페 루	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
폴 란 드	5	-	2	4 ½	⑧	4	4	4	11	5	10 ½	11	4	⑥
루 마 니 아	①	② ½	3	3	3	3	3	5	5	8	④	5	5 ½	4
스 웨 덴	-	-	-	-	-	-	-	-	9	6	12	10	11*	11
소 련	6*	-	-	2	1	①	1	1	1	②	3	2 ½	2	1
스 베 인	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
튜 니 시 아	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
터 키	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
미 국	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
베 네 주 엘 라	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
우 루 과 이	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
월 남	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
유고슬라비아	-	-	-	-	4	9	7	7	⑧	10	7	4	8	7 ½

○는 IMO 주최국

\*는 불완전한 팀을 보낸 나라

½는 공동 순위

〈표 2〉 IMO 참가한 나라들과 국가별 성적 순위(1973~1987)

참 가 국	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
알 제 리 아	-	-	-	-	21	-	-	-	27½*	30	28*	29	21	36
호 주	-	-	-	-	-	-	12	21	20½	19	15	11	15	15
오 스트 리 아	8	6.	6	⑤	12	9	-	4	16	22	16	17	13	13
벨 기 에	-	-	-	-	19	-	19	19	24	26	23½	24½	22	25
브 라 질	-	-	-	-	-	-	22*	16	20½	20	18	15	24	19
불 가 리 아	12½	11	⑦	4	6	7	13	5	9	9	2	4	7	7
카 나 다	-	-	-	-	-	-	-	7	17	14	20	12½	16	16
중 공	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	32½*	4	8
콜 롬 비 아	-	-	-	-	-	-	-	23	26	28	21	26½	28	29
큐 바	16*	17*	-	18*	18	15*	21*	18	25	24	22	18	33	②
사 이 프 러 스	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	26	32½	32	33
체코슬로바키아	7	12	12	12½	9	5	7	14*	7	8	⑬	12½	9	9
서 독	-	-	-	19*	7	6	3	2	1	1	9	7	3	2
동 독	3	④	2	8	8	-	6	-	3½	12	8	8	5	4
핀 란 드	14	16	-	16	16	13	18	13	8	13	29	⑭	27	27½
프 랑 스	6	8	9	6	14	8	11	11	15	⑩	12	9	12	12
영 국	5	9	5	2	3½	3	④	3	10	11	6	10	11	10
그 리 스	-	-	15	17	-	-	20	22	23	17	19	20	26	20
헝 가 리	2	3	1	7	3½	-	8	17*	⑥	3	4½	3	8	6
아일랜드	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	37*	36*	32*
이 스 라 엘	-	-	-	-	-	-	17	15*	18	16	-	16	14	-
이탈리아	-	-	-	-	20	-	-	-	-	32	34	36*	34*	35*
쿠웨이트	-	-	-	-	-	-	-	-	30	31	33	38*	35*	39
룩셈부르크	-	-	-	-	-	-	23*	25*	13	29*	32*	-	37*	37½*
멕시코	-	-	-	-	-	-	-	27*	-	-	-	-	-	40*
몽 고	15	18	16	-	17	17	-	-	22	-	10	23	31	30
모 로 코	-	-	-	-	-	-	-	-	-	25	23½	24½	18	23
네델란드	12½	15	17	15	5	11	16	10	14	7	17	19	-	14
니카라과	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	41
노르웨이	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31*	30	25	27½
파 나 마	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	42
페 루	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	34
폴 란 드	4	14	14	9	11	12	10	6	13	15	11	14	⑰	31*
루마니아	9	7	8	11	15	①	2	20*	11	5	3	1	6	1
스웨덴	11	10	13	10	13	14	14	12	19	21	25	22	29	17
소 련 련	①	1	4	1	2	-	1	9*	2	4	1	6	1½	3
스 페 인	-	-	-	-	-	-	-	-	-	23*	27	35*	23*	22
튀니시아	-	-	-	-	-	-	-	26*	29	27	30	28*	19	-
터 키	-	-	-	-	-	16	15	-	-	-	-	26½	30	21
미 국	-	2	3	3	1	2	5	①	3½	2	4½	2	1½	5
우루과이	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	37½
베네주엘라	-	-	-	-	-	-	-	-	24	27½	-	-	-	-
월 남	-	13*	10*	14	-	4	15*	-	5	6	7	5	10	11
유고슬라비아	10	5	11	12½	⑩	10	9	8	12	18	14	21	20	18

○는 IMO 주최국

\*는 불완전한 팀을 보낸 나라

½는 공동 순위

다.

우리 나라에서도 지난 겨울(1월 4일~30일)에 제 1회 한국 수학 올림피아드의 수상자 중 34명이 한국과학기술대학에서 실시한 겨울학교에 입교하여 합숙 훈련을 받았다. 이들은 현재 통신 강좌를 받고 있으며 4월 30일(토)과 5월 1일(일) 양일에 걸쳐 국제대회를 본판 선발시험을 치게 되고, 여기서 선발된 여섯사람은 최종적인 주말강좌와 통신강좌를 거쳐 7월 초순 호주로 향하게 된다.

미국은 1974년 처음으로 IMO에 참가한 이래로 항상 5위 이내에 머물러 있었고, 소련은 1963년~1967년 5년동안 계속하여 1위를 차지하였고, 1963년 처음으로 완전한 팀을 보낸 이후로 12번 1위를 차지하였다.

1987년 큐바 IMO에서는 중남미 국가들(니카라과, 파나마, 페루, 우루과이)이 대거 처음으로 참가하였으나 저조한 성과(34등~42등)를 거두었다.

#### IV. 결 론

앞으로 우리가 국제대회에 참가하여 어떤 성적을 거둘 것인가? 미지수이다. 우리나라 중·고등학교의 수학 수준이 세계의 평균보다 약간 높기 때문에 첫째 부터 좋은 성적을 거두리라고 기대한다. 한가지 아쉬운 것은 지난 겨울학교에서 청주 청석고등학교 학생과 부산 내성고등학교 학생이 각각 충북과 부산에서 제일 수학 실력이 높은 학생인 데도 중간에 훈련을 포기하였다. 따라서 현재 통신강좌 등으로 훈련받고 있는 학생들이 국내에서 가장 우수한 학생들이라고 하기에는 미흡한 점이 많다. 빨리 대학 입시 제도가 개선되어 수학에 소질이 있는 학생들이 마음껏 자기 능력을 발휘할 수 있어야 하겠다.

앞으로 우리도 몇 년의 경륜을 쌓고, 중·고등학교 학생들을 위시하여 국민들의 인식이 바뀐다면 세계 1, 2위에 도전할 수 있다. 이것은 올림픽이나 기타 스포츠에 들이는 비용의 몇 만분의 일을 가지고도 그보다 훨씬 높

은 수준의 국력을 과시할 수 있는 기회가 된다.

일본도 작년부터 국제 수학 올림피아드에 관심을 가지고 현재 호주 IMO를 위하여 준비하고 있다. 특히 “수학 세미나”(數學セミナー) 1987년 7월호는 수학 올림피아드 특집으로 총 31쪽에 걸쳐 여섯 편의 논설(10, 11, 12, 13, 14, 15)이 실렸다. 일본도 처음으로 IMO에 참가하게 되지만 좋은 성적을 거둘 것으로 기대된다.

앞으로의 IMO 개최지는 1988년에 호주, 1989년에 서독, 1990년에 중공, 1991년에 스웨덴으로 정해져 있다.

#### 감 사 의 말 씀

국내 수학 올림피아드와 국제 대회의 참가를 위한 준비를 도와 주신 많은 분들에게 감사를 드린다. 특히 대한수학회, 한국과학재단, 한국방송공사, 문교부, 과학기술처, 도서출판 성지사, 한국과학기술대학의 여러분들에게 감사를 드린다. 또 대우재단에서는 앞으로 계속적으로 지원하여 줄 것을 약속하였다. 그리고 불충분한 자료로 인하여 필자들의 글(2, 3)에 미흡한 부분이 많았던 것을 지적하여 주신 데 대하여 감사를 드린다.

#### 참 고 문 헌

1. 대한수학회: 제 1회 한국수학올림피아드, **대한수학회 뉴스레터** 13 (1988, 3 - 5.
2. 박한식·최영한: 우리도 국제수학경시대회(IMO)에 참가하여야 한다. **한국수학교육학회지 <수학교육>** 25, no. 2 (1987), 1 - 11.
3. 박한식·최영한: 1986년도 국제수학경시대회, **한국수학교육학회지 <수학교육>** 25, no. 2 (1987), 13 - 18.
4. Samuel L. Greitzer; “*International Mathematical Olympiads 1959-1978*”, Math. Assoc. Amer., Washington, D. C., 1978.

5. Murray S. Klamkin; "*International Mathematical Olympiads 1979-1985 and Forty Supplementary Problems*", Math. Assoc. Amer., Washington, D. C., 1986.
6. Math. Assoc. Amer.; International Mathematical Olympiad team results, *Math. Mag.* 60 (1987), 254.
7. Stephen B. Maurer; Rookie US team holds its own at IMO, *Focus* 7, no. 4 (1987) 1-2.
8. Bruce Sawyer; International Mathematical Olympiad, La Habana, Cuba, 5-16 July, 1987, *Canadian Math. Soc. Notes* 19, no. 6 (1987), 15-16.
9. R. E. Woodrow; The Olympiad Corner: 87, *Cruz Mathematicorum* 13 (1987), 205-215,
10. 藤田 宏; 日本モ數學オリンピツワへ, 數學セミナー 26, no. 7 (1987), 1. [11]
11. 一松 信; 國際數學オリンピツクの歴史, 數學セミナー 26, no. 7 (1987), 6-9.
12. 秋山 仁; 名作を訪ねて-國際數學オリンピツクの問題がら, 數學セミナー 1987, no. 7 (1987), 12-19.
13. Peter Frankl; 數學オリンピツク體驗談, 數學セミナー 26, no. 7 (1987), 20-22.
14. 井關清志; オリンピヤート諸國巡り, 數學セミナー 26, no. 7 (1987), 23-28.
15. 柿内賢信; 問題を解く, 數學セミナー 26, no. 7 (1987), 29-31.