

マイクロ 컴퓨터를 活用한 數學 教授·學習法 開發에 關한 研究

청 哪高等학교 김창동

한국교원대학교 이태욱

I. 序 論

1. 研究의 必要性 및 目的

정보화 시대로 특징지워지는 현대에 있어서, 컴퓨터는 學校教育課程에 커다란 영향을 미치고 있다. 學校教育의目標가 “자라나는 세대로 하여금 새로운 社會에 적응할 수 있는 능력을 길러주는 데 있다”고 볼 때, 學校는 컴퓨터 時代에 태어난 오늘날의 학생들이 컴퓨터 指向社會에서活動하도록, 현재 基本이 되는 것과, 미래에 基本이 될 것에 대한 深奧한 考慮를 하지 않으면 안 될 시점에 서게 되었다.

數學은 컴퓨터에 의해서 즉시 명확하게 측정되어지고, 教師와 研究者에 의해서 연구되어질 수 있는 분명하게 정의된目標와 結果를 가지고 있는 科이기 때문에, 다른 科보다 컴퓨터를 더 많이 사용할 수 있는 科으로 인식되어진다. 컴퓨터는 數學의 教授·學習에 있어서, 학생들의 흥미를 향상시키고, 동기유발을 촉진시키며, 數學의 概念과 原理를 예시하고, 명확히 하며, 성취도가 낮은 학생들에게 보충학습을 제공하여, 우수한 학생에게는 보충활동 학습을 제공하는 것을 가능하게 만들었다.

NCTM(전미 수학교사협의회)은 1980년 “활동을 위한 의제 : 1980년대의 학교수학을 위한

권고”에서 8가지 권고를 하였는데, 세 번째 권고사항으로 “數學프로그램은 모든 학년수준에서 계산기와 컴퓨터의 힘을 최대한 이용해야 한다.”고 하였으며, 또 Haruo Murakami와 Masato Hata는 ‘컴퓨터 시대에서의 數學教育’ 이란 논문에서 “컴퓨터는 數學教育 方法論과 數學教育에서 지도되는 토픽에 變化를 미칠것”이라고 하였다.

이와같은 趨勢와 必要性에 부합하여, 본 연구는 현재 획일적인 강의 중심 教授·學習으로만 이루어지고 있는, 數學의 教授·學習方法의 개선과 數學教育 向上에 이바지하려는 데 목표를 두고 있다.

2. 研究의 内容

이 연구의 상황적 根幹을 마련하기 위해서, 제Ⅱ장에서는 컴퓨터 教育, 제Ⅲ장에서는 CB E(Computer-based education)에 관하여 제Ⅳ장의 연계로서 간단히 살펴보았다.

제Ⅳ장은 본 연구의 가장 核心부분이라고 할 수 있는 데, Ⅱ, Ⅲ장의 내용을 이론적 배경으로 하여 數學 教授·學習에의 컴퓨터의 실제적인 活用方法을 고등학교 수학 교과내용을 中心으로 세가지 - 프로그래밍 학습법, 문제해결 학습법, CAI프로그램 학습법 -로 나누어 研究·開發하여 제시하였다.

3. 研究의 方法

이 연구의 목적을 달성하기 위하여 문헌연

구(II, III, IV장)와 개발연구(IV장)를 사용하였다.

컴퓨터로는 Apple II 호환기종인 Tri Gem -20XT(8bit, 64Kbyte RAM)를 사용하였으며, 컴퓨터 언어로는 BASIC을 사용하였다. 또 보조장치로 디스크 드라이브 2대를 사용하였다.

4. 研究의 制限點

- ① 컴퓨터 文盲脱皮가 이루어져 있지 않고, 시설이 미비한 학교 현장의 여건상 實驗研究를 하지 못했다.
- ② 문제해결 학습과 CAI 코오스웨어의 개발에 컴퓨터의 중요한 장점중에 하나인 그래프세시를 활용하지 못하였다.
- ③ CAI 코오스웨어 개발은 사정상 단원의 일부만을 개발하였으며, CMI적 요소도 가미시키지 못했다.

II. 컴퓨터教育

1. 컴퓨터 文盲脱皮
2. 세계각국의 컴퓨터 教育現況

III. CBE

1. CAI의 이론적 배경
2. CAI의 유형
3. CAI 개발을 위한 교수·학습이론
4. CAI 코오스웨어의 개발

IV. 數學 教授·學習에의 컴퓨터의 실제적인 活用方法

1. 프로그래밍(Programming) 학습법

컴퓨터 프로그래밍은 컴퓨터에 의해서 실행되어지는 일련의 명령문을 창조하는 과정이라고 정의할 수 있다. 프로그래밍 학습법의 목표는 프로그램과 수학적 문제해결의 논리를 가르치는 데 있다. 그러나 프로그래밍 학습이 효

율적으로 진행이 되기 위해서는 교사와 학생이 갖추어야 할 몇 가지 전제조건이 필요하다. 우선 교사와 학생모두는 프로그램을 올바르게 실행하도록 하기위하여, 컴퓨터는 어떤 명령문을 이해하며, 컴퓨터와 어떻게 상호작용을 하는가를 알아야 한다. 즉 컴퓨터언어와 그것을 사용하는 방법정도의 컴퓨터 문맹탈피가 이루어져야 한다.

현재 CAI학습이 어려운 실정에 있는 우리나라 형편에 있어서, 프로그래밍 학습법은 수학교육에 가장 쉽게 접근할 수 있는 좋은 학습법이다. 이미 고등학교 수학 I 제 8 단원 수열과 급수에서 프로그래밍의 기초로서 순서도가 학습되고 있기 때문에, 더 더욱 쉽게 이 학습법을 수학학습에 적용할 수 있을 것이다.

여기에서는 미국에서 개발된 PERCs(Programming Exercise Related to Content)의 10가지 형태를 토대로 5가지 유형으로 나누어, 수학학습에 활용할 수 있는 학습형태를 인문계 고등학교 수학내용을 중심으로 제시하였다.

〈유형 1〉 프로그램 완성하기 – 로그를 활용하여 거듭제곱수의 자릿수 구하기

〈유형 2〉 프로그램을 보고 무엇을 학습하는가를 알기·결과를 예측하기 – 등비수열의 합 구하기.

〈유형 3〉 순서도를 보고 프로그램을 작성하여 문제해결하기 – 등차수열의 합 구하기.

〈유형 4〉 오류전달문으로부터 추론하여 프로그램의 오류를 발견·수정하기 – 이원일차 연립방정식의 해 구하기.

〈유형 5〉 프로그램을 통하여 복잡한 수학적 사실을 밝히기·주석달기 – 자연수의 성질(Ulam's Conjecture)

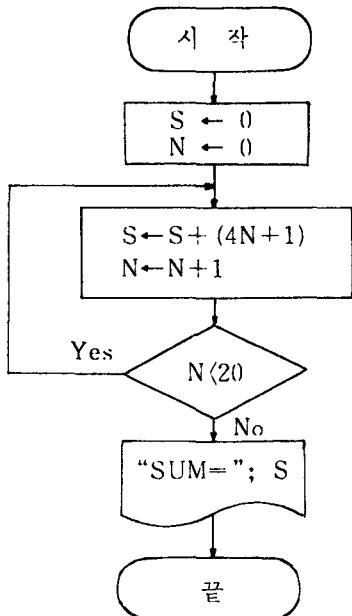
〈유형 3〉 순서도를 보고 프로그램을 작성하여 문제해결하기

이 유형은 현재 수학 I 교과과정에서 순서도가 학습되고 있기 때문에 컴퓨터 언어에 대한 기초적인 학습이 이루어지면, 쉽게 제시할 수 있는 방법이다.

(例)

1) 학습내용 : 등차수열의 합 구하기.

- 2) 문제 : 초항 = 1, 공차 = 4 인 등차수열의 제20항까지의 합을 구하는 순서도를 작성하면 다음과 같다. 이 순서도를 토대로 프로그램을 작성하여 실행하여 보아라.



3) 프로그램 작성 및 실행

```

10 REM ** SUM OF SEQUENCE **
20 S = 0
30 N = 0
40 S = S + (4 * N + 1)
50 N = N + 1
60 IF N < 20 THEN GOTO 40
70 PRINT "SUM="; S
99 END
    
```

JRUN
SUM=780

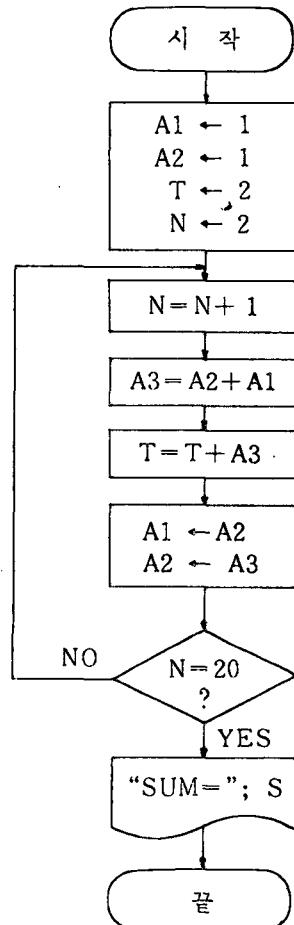
4) 프로그램의 활용

- ⑦ 앞의 프로그램과 다음 프로그램을 비교하여 보아라. 또 프로그램들을 실행한 결과도 비교하여 보아라.

```

10 REM ** SUM OF SEQUENCE **
20 S = 0
30 FOR N = 0 TO 19
40 S = S + (4 * N + 1)
50 NEXT N
60 PRINT "SUM="; S
99 END
    
```

- ⑧ $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ 으로 정의된 점화수열 $\{a_n\}$ 에서 10항까지의 합을 구하는 순서도는 다음과 같다. 이 순서도를 토대로 프로그램을 작성하여 실행하여 보아라.



2. 문제해결(Problem-Solving) 학습법

數學教育에서 문제해결의 중요성이 강조되고는 있지만, 중등학교 수학교사들이 직면하고 있는 가장 심각한 문제는 문제해결에 있어서, 학생능력에 대한 동기유발과 개발에 관한 과제이다.

오늘날 수학수업에 있어서 동기유발 효과에 이용될 수 있을 뿐만 아니라, 중등학교 수학의 중요한 문제들을 해결하기 위한 유용한 방법을

개발하는 데, 가장 좋은 교육공학도구는 컴퓨터이다. 문제해결 분야는 추리 및 창의적 사고와 함께, 사고심리학의 중요한 분야이며, 지각이나 기억과 같은 실험심리학의 다른 분야들보다 컴퓨터 과학의 영향을 크게 받은 분야이다. 따라서 컴퓨터는 문제해결 과정에 대한 동기유발과 이해를 강화할뿐 아니라, 수학문제를 푸는것을 돋는 하나의 도구로서 유용하게 사용될 수 있다.

여기에서는 이와같은 장점을 가지고 있는 컴퓨터를 이용하여 폴리아의 4단계 문제해결 모형(문제에 대한 이해, 계획의 작성, 계획의 실행, 반성)을 문제진술(Problem Statement), 문제분석(Problem Analysis), 컴퓨터 프로그램 작성, 검증 및 활용(Looking back/Looking ahead)의 4단계로 변형하여 문제해결 학습법을 제시하고자 한다. 앞서서 언급한 것은 컴퓨터로 문제해결 학습을 하고자 하는 교사나 학생은 프로그래밍 학습에 어느정도 익숙하다는 것을 전제로 한다.

학습내용은 인문계 고등학교 수학Ⅰ, 수학Ⅱ-2 교과과정에 있는 내용중에서 컴퓨터의 신속한 계산능력을 이용할 수 있고, 계산을 복잡하지만, 그 과정에 대한 이해와 논리적 사고를 중요시해야 하는, 삼각함수, 함수의 극한, 미분, 적분 각 단원에서 한 문제씩 택하였다.

(문제 1)

- 단 원 : 인문계 고등학교 수학Ⅱ-2, 수학Ⅱ-2 교과과정에 있는 내용중에서 컴퓨터의 신속한 계산능력을 이용할 수 있고, 계산을 복잡하지만, 그 과정에 대한 이해와 논리적 사고를 중요시해야 하는, 삼각함수, 함수의 극한, 미분, 적분 각 단원에서 한 문제씩 택하였다.
- 학습목표 : 컴퓨터를 이용하여 극한값을 구 할 수 있다.

(1 단계 : 문제진술)

x 가 0에 접근할 때 $\frac{\sin x}{x}$ 의 값,

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 의 값을 구하여라.

(2 단계 : 문제분석)

우리는 앞에서 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ 의 극한값을 구하는 문제를 풀었던 것을 상기할 필요가 있

다. $x \rightarrow 3$ 일때 분모 $\rightarrow 0$, 분자 $\rightarrow 0$ 즉 부정꼴이 되어, 곧바로 극한값을 구할수가 없어, 분수식을 약분한 다음 극한값을 구하였다.

위의 문제 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 도 $x \rightarrow 0$ 일때, 분모 $\rightarrow 0$,

분자 $\rightarrow 0$ 즉 부정꼴이다. 따라서, 극한값이 존재하리라 생각할 수 있다. 그러나, 이 분수식은 더 이상 약분도 가능하지 않기 때문에, 다른 방법을 생각지 않을 수 없다. 그리하여, 지금까지는 복잡하지만, 다음과 같은 정리를 사용하여 증명해 왔다.

「 $g(x) < f(x) < h(x)$ 이고

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

그러나, 이제 우리는 복잡한 계산도 신속하게 계산처리하는 컴퓨터를 활용하여, 이 문제에 쉽게 접근할 수 있다. 간단히 논하면, $x = 0$ 일때 $\frac{\sin x}{x}$ 는 부정이므로 $\frac{\sin x}{x}$ 의 값은 알 수 없지만, x 가 0이 아닌 0에 한없이 가까운 어떤값이라면, 부정이 아니므로 우리는 $\frac{\sin x}{x}$ 의 값을 구할 수 있다. 예를 들면, $-0.1 < x < 0.1$ ($\text{단 } x \neq 0$)인 x 의 값을 대입하여 계산하면 $\frac{\sin x}{x}$ 의 값을 추정하여 구할 수 있을 뿐 아니라,

0 근방에서 $\frac{\sin x}{x}$ 가 어떤값을 취하는지를 알 수 있을 것이다.

(3 단계 : 컴퓨터프로그램 작성)

$x = 0$ 에서는 계산이 안되며, 컴퓨터의 계산 능력에도 한계가 있으므로, $10^{-4} < |x| < 10^{-1}$ 으로 x 의 범위를 정하고, x 값의 간격을 0.01로 출력하도록 하며, 근방의 한계와 극한점을 임의의 값을 입력시킬 수 있도록 INPUT문을 사용하는 컴퓨터 프로그램을 작성하기로 하자.

```

5 REM      ** 함수의 극한값 **
10 INPUT "근방의 한계 A, B="; A, B
20 INPUT "극한점 C="; C
30 PRINT
40 FOR X = A TO B STEP 0.01
50 IF ABS (C - X) < 1E - 4 THEN GOTO 80
60 Y = SIN (X) / X
70 PRINT "X="; X; TAB( 20 ); "Y="; Y
80 NEXT X
99 END

```

JRUN
근방의 한계 A, B=-0.1, 0.1
극한점 C=0

X=-.1	Y=.998334166
X=-.09	Y=.998650547
X=-.08	Y=.998933675
X=-.07	Y=.999183534
X=-.06	Y=.999400108
X=-.05	Y=.999583385
X=-.04	Y=.999733355
X=-.03	Y=.999850007
X=-.02	Y=.999933334
X=-9.99999999E-03	Y=.999983333
X=.01	Y=.999983333
X=.02	Y=.999933334
X=.03	Y=.999850007
X=.04	Y=.999733355
X=.05	Y=.999583385
X=.06	Y=.999400108
X=.07	Y=.999183533
X=.08	Y=.998933675
X=.09	Y=.998650547

(4 단계 : 검증 및 활용)

위의 결과로 살펴볼 때, x의 절대값이 0에

접근할수록 $Y = \frac{\sin x}{x}$ 의 값은 1에 접근함을 알

수 있다. 즉 우리는 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 임을 말할 수 있다. 이제 이 문제의 문제해결과정과 컴퓨터 프로그램을 이전에 학습했던 극한값에 관한 내용에도 적용 가능한가를 살펴보고, 나아가 다른 삼각함수의 극한값과 초월함수 문제에 위의 프로그램을 적용해 보자.

⑦ 근방의 한계 A, B를 -0.01, 0.01, 구간의 간격을 0.001로 변형하여도 같은 결과가 나오는가 실행하여 보자.

⑧ 60번의 함수를 $Y = X^2 + 2X - 3$ 으로 바꾸어 실행하여 본 다음 이전에 학습했던 내용도 위의 컴퓨터 프로그램으로 해결될 수 있음을 확인해 보자.

⑨ 60번 함수의 우변을 역수로 취한

$Y = \frac{x}{\sin(x)}$ 로 바꾸어도 결과는 같은가 실행하여 보자.

⑩ 60번의 함수에서 $\sin(x)$ 를 $\tan(x)$ 로 바꾸어 실행하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$ 의 값도 1이 됨을 확인해 보자.

⑪ 위의 프로그램을 변형하여, $x \neq 0$ 일 때

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여 보아라.

④ 위의 프로그램을 토대로 하여,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2.718\cdots, \text{ 즉}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \text{ 임을 확인해 보아라.}$$

(힌트 : $x \rightarrow \infty$ 일 때 $\frac{1}{x} \rightarrow 0$ 따라서 $\frac{1}{x} = a$
로 치환하여 식을 변형)

3. CAI 프로그램 학습법

사회가 복잡해지고 다양화됨에 따라, 교육에서는 창조력과 개성있는 교육, 개인을 존중하는 교육이 필요해지고, 그에 따라 개개 학생의 능력과 환경에 알맞는 개별화된 학습지도가 필요하게 되었다. 이 목적을 위해 제창된 교육중에서 가장 대표적인 것이 컴퓨터를 이용한 CAI 프로그램 학습이다.

CAI 프로그램 학습은 여러가지 장점을 가지고 있다.

첫째, 개별학습의 가능성을 증가시켰으며,
둘째, 학생의 진도에 따라, 시간과 장소에
구애없이 학습할 수 있어 생산적이고,
효율적이며,
세째, 학습의 동시성을 높여주며,
네째, 교사들이 기본적인 개념과 기능, 그

② 개발에 사용된 컴퓨터 시스템

하 아 드 웨 어	유 텔 리 티 Pro.	컴 퓨 터 언 어
본 체	Tri Gem 20XT (Apple II 기종, 64Kbyte RAM)	DOS 3.3 SYSTEM MASTER • 한글 MASTER
모 니 터	금성 MBL-2213 (Monochorame)	Line Editor
디스크드라이브	Epson(AP-200)	• Copy
보 조 기 역 장 치	144Kbyte 디스켓	• APA
프 린 터	Epson	Apple Mechanic
		BASIC Assembly 어

③ CAI 프로그램 구성

④ CAI 프로그램 학습활동 과정 - 부록 I 참조. ③

리고 개별화된 연습문제등을 준비하는 시간을 절약할 수 있게 하여, 새로운 교재준비와 교수전략의 사용을 가능하게 해주며,

다섯째, 교사의 유보시에도 학습을 가능하게 해 준다. 특히 지방 중·소도시의 상치교사의 어려움을 덜어주고, 학생들의 교육에 큰 도움을 줄 것이다.

여기에서는 Ⅲ장에서 언급한 교수·학습의 이론과 원리(특히 수업설계에 있어서 Grané & Briggs의 9단계 수업사태와 학습과정 모형)와 코오스웨어의 개발과정에 관한 내용을 토대로 CAI 프로그램을 개발하여 제시하고자 한다. 앞에서 언급한 것은 기능적인 문제, 교육상황등 여러가지 여건상 CAI 프로그램 개발에 Gagné & Briggs의 9단계 수업모형이 그대로 적용됨 수 없었으며, 개발목적이 시범적인 CAI 프로그램 개발이기 때문에 교과서 전 내용을 프로그램화하지 않았다는 점을 밝혀두는 바이다.

① 내용선정

비교적 CAI 프로그램 학습에 의해서 효과가 있을 것이라고 판단되며, 학생들이 어렵게 느끼는 내용중에 한 부분이며, 계산이 복잡한 인문계 고등학교 수학 I 교육과정 내용중 제 7 단원 삼각함수중에서 사인정리 부분을 선정하였다.

V. 結論

1. 要約

數學 教授·學習에의 컴퓨터의 실제적인 활용방법.

- ① 프로그래밍 학습법.
- ② 문제해결 학습법.
- ③ CAI 프로그램 학습법.

2. 提言

- ① 모든 수학교사는 컴퓨터문맹탈피가 이루어져야 한다.
- ② 수학학습내용 전반에 걸친 다양한 코오스웨어의 개발, 그리고 각 종류마다 능력별 또는 단계별 코오스웨어의 개발이 이루어져야 한다.
- ③ 마이크로컴퓨터에 알맞는 한글저자언어와, CAI 개발에 필요한 학습이론적 지침을 제공하면서도, 프로그램의 기술을 요구하지 않는 저작도구(Authoring tool)을 개발하여, 현장교사가 직접 코오스웨어를 개발하여 활용할 수 있도록 해야 한다.
- ④ 각급학교에 컴퓨터를 보급할 때는, 컴퓨터 본체와 모니터만이 아니라, 주변기기(예: 디스크드라이브, 프린터 등)의 보급도 아울러 이루어져야 한다.

参考文獻

1. 류완영 등, 초·중등학교 컴퓨터 교육을 위한 기초연구, 서울: 한국교육개발원(연구보고 RR 83-23), 1983. 12.
2. 박한식·우정호, 고등학교 수학 I, 수학 II-2, 서울: 지학사, 1985.
3. , 고등학교 수학 I, 수학 II-2, 교사용 지도서, 서울: 지학사, 1985.
4. 이상락 등, 초·중등학교 컴퓨터 교육개정안의 연구·개발, 서울: 한국교육개발

- 원(연구보고 RR 84-2), 1984. 12.
5. 한국과학기술원 부설 시스템 공학센터, 퍼스널 컴퓨터를 이용한 팩키지 개발에 관한 연구, 서울: 과학기술처, 1985. 12.
 6. 한국교원대학교 수학교육학과, 수학교육학 연구자료집 제 1집, 한국교원대학교 수학교육학과, 1986. 7.
 7. 古藤紳編, 問題解決におけるストラッサーの指導, 東京: 明治圖書出版株式會社, 1985.
 8. 竹之内修編, コソヒコタと數學教育, 東京: 日本評論社, 1985.
 9. Bell, F.H., Teaching and Learning Mathematics, W.C. Brown Publishing Company, 1982.
 10. Churchhouse, R.F. et.al.(ed.), The Influences of computers and Informatics on Mathematics and its Teaching, London: Cambridge University Press, 1986.
 11. Hill, S.(ed.), Education in 80's: Mathematics, National Education Association, 1982.
 12. Kelman, P. et.al., Computers in Teaching Mathematics, Addison-wesley Publishing Company, 1982.
 13. Manion, M.H., CAI Modes of Delivery and Interaction: New Perspective for Expanding Applications, Educational Technology, 1985. 1.
 14. NACOME, Overview and Analysis of School Mathematics Grades K-12, Washington D.C.: Conference Board of the Mathematics Sciences, 1975.
 15. NCTM, The Agenda in Action (1983 yearbook), NCTM, 1983.
 16. , Computers in Mathematics Education (1984 yearbook), NCTM, 1984.
 17. Polya, G.(우정호 역), 어떻게 문제를 풀 것인가: 수학적 사고방법, 서울: 천재교육, 1986. 7.

18. Taylor, R.(ed.), *The Computer in the School : Tutor, Tool, Tutee*, New York : Teachers College Press, 1980.
19. Zweng, M. et.al.(ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, Boston : Birkhäuser, 1983.

Abstract

On the Development of Microcomputer-Assisted Mathematics Teaching/Learning Method

Chang Dong Kim, Tae Wuk Lee

We are at the onset of a major revolution in education, a revolution unparalleled since the invention of the printing press. The computer will be the instrument of this revolution. Computers and computer application are everywhere these days. Everyone can't avoid the influence of the computer in today's world. The computer is no longer a magical, unfamiliar tool that is used only by researchers or scholars or scientists. The computer helps us do our jobs and even routine tasks more effectively and efficiently. More importantly, it gives us power never before available to solve complex problems.

Mathematics instruction in secondary schools is frequently perceived to be more amendable to the use of computers than are other areas of the school curriculum. This is based on the perception of mathematics as a subject with clearly defined objectives and outcomes that can be reliably measured by devices readily at hand or easily constructed by teachers or researchers. Because of this reason, the first large-scale computerized curriculum projects were in mathematics, and the first educational computer games were mathematics games. And now, the entire mathematics curriculum appears to be the first of the traditional school curriculum areas to be undergoing substantial transformation because of computers.

Recently, many research-Institutes of our country are going to study on computers in orders to use it in mathematics education, but the study is still starting-step.

In order to keep abreast of this trend necessity, and to enhance mathematics teaching /learning which is instructed lecture-based teaching/learning at the present time, this study aims to develop/present practical method of computer-using.

This is devided into three methods.

1. Programming teaching/learning method

This part is presented the following five types which can teach/learn the mathemati-

cal concepts and principle through concise program.

(Type 1) Complete a program.

(Type 2) Know the given program's content and predict the output.

(Type 3) Write a program of the given flow-chart and solve the problem.

(Type 4) Make an inference from an error message, find errors and correct them.

(Type 5) Investigate complex mathematical fact through program and annotate a program.

2. Problem-solving teaching/learning method solving

This part is illustrated how a computer can be used as a tool to help students solve realistic mathematical problems while simultaneously reinforcing their understanding of problem-solving processes.

Here, four different problems are presented.

For each problem, a four-stage problem-solving model of polya is given: Problem statement, Problem analysis, Computer program, and Looking back/Looking ahead.

3. CAI program teaching/learning method

This part is developed/presented courseware of sine theorem section (Mathematics I for high school) in order to avail individualized learning or interactive learning with teacher.(Appendix I, II)

* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Korea National University of Education in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education in December, 1987.