

論 文

PWM인버터의 새로운 고조파 제거방법에 관한 연구

正會員 趙 俊 翼* 正會員 田 炳 實**

A Study on the New Harmonic Elimination Method of PWM Inverter

Jun Ik JOE*, Byoung Sil CHON** *Regular Members*

要 約 본 논문에서는 PWM인버터의 임의의 고조파를 제거할 때 프리에급수를 이용하여 비선형 연립방정식을 선형 연립방정식으로 바꾸던 것을 왈쉬급수를 이용하여 임의의 고조파를 제거하는 새로운 방법을 제시하였다. PWM인버터의 고조파제거에서 왈쉬급수를 이용하여 파형을 분석하고, 왈쉬급수와 프리에급수를 이용하여 비교 분석하였으며, 또한 단상 PWM인버터의 출력파형을 왈쉬급수를 이용하여 시뮬레이션하고 실험을 통하여 임의의 고조파가 제거됨을 확인한다.

ABSTRACT This paper describes a new method to eliminate some selected harmonics in PWM waveforms using the Walsh series which substitute the linear algebraic equations for the nonlinear equations required in the Fourier series harmonic elimination.

In addition, this method is simulated to synthesize periodic PWM waveforms and compare the Walsh analysis with the Fourier analysis. Experimental results are shown that a single-phase PWM waveforms are identified with the proposed Walsh Series.

I. 서 론

최근, 전력용 소자의 고성능화, 대용량화와 모듈화가 추진되고 응용분야는 더욱 확대되고 있다. PWM(pulse-width modulation) 인버터에 대한 관심이 높아지면서 임의의 고조파를 제거하기 위하여 여러 방법이 제시되고 있으며, 고

조파제거 방법에 따라 NS, US, Optimized Method 등으로 분류된다^{(1)~(2)}. PWM인버터의 출력 파형에서 임의의 고조파를 제거할 점호각(notch angle) 계산에 프리에급수(Fourier Series)를 이용하며, 마이크로프로세서로 점호할 시점을 계산하고 CPU의 클럭 펄스를 카운트하여 전력 소자를 점호하게 되어 실시간 제어가 곤란하다.

본 논문에서는 프리에급수를 이용하여 점호각을 계산하고, 계산된 점호각으로 점호할 때 고조파 성분의 진폭과 31차까지 고조파 합을 구한다. 또한 왈쉬급수(Walsh Series)로 점호각

* 蔚山水産專門大學

Gunsan Fisheries Junior College

** 全北大學校 電子工學科

Dept. of Electronic Engineering Chonbuk National Univ.

論文番號 : 88-54 (接受 1988. 11. 14)

을 계산하여 PWM 인버터를 구현할 때 31차 고조파까지 진폭과 합을 계산한다. 왕위급수로 5, 7, 11차 고조파 제거에 대한 시뮬레이션을 수행하고, 실험으로 5, 7, 11차 고조파의 제거를 확인한다. 또한 푸리에와 왕위급수에 대한 특성을 비교 분석한다.

II. 푸리에급수를 이용한 고조파 제거

PWM 인버터는 전압과 주파수가 불변인 시스템에서 look-up표를 이용하거나 온-라인에 의해 스위치를 동작시키는 방식이 있다⁽³⁾.

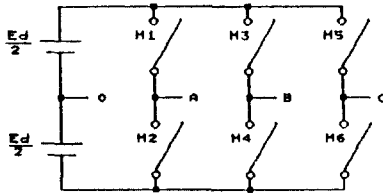


그림 1 PWM 인버터 기본회로
Basic PWM inverter circuit

그림 1에서 M1, M2가 스위칭하는 전기각을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ 라 하면 A의 출력 파형은 그림 2와 같고, 푸리에급수로 전개하면

$$f(\omega t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)\} \quad (1)$$

$$b_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin(n\omega t) d\omega t$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos(n\omega t) d\omega t$$

이 된다. 반파 대칭 기함수이므로 DC항과 COS항은 제거되고 기수차 SIN항만 남게 되어 식 (1)은

$$a_n = \frac{1}{n\pi} \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right\} \quad (2)$$

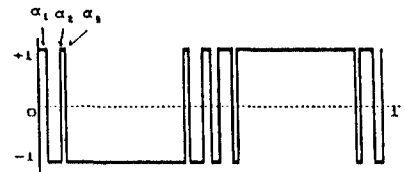


그림 2 PWM 인버터 출력 파형
PWM inverter output waveform

가 된다. 식(2)에서 M개의 α_k 를 0으로 하면 M개의 고조파를 제거할 수 있다. 3상 부하에서 3배수 고조파는 제거하지 않아도 서로 상쇄된다⁽⁴⁾. 식(2)의 해를 표1에 나타냈으며 표2에는 고조파를 제거하기 전과 5, 7, 11차 고조파를 제거하였을 때 각 고조파 진폭을 나타낸다.

표1 푸리에급수와 왕위급수의 결과 분석
Compare Fourier Series with Walsh Series.

구분	접호각			기본파의 진폭			고조파의 합		
	α_1	α_2	α_3	제거전	제거후	%	제거전	제거후	%
F.S	.02429	.06777	.07712	1.2732	1.1779	92.51	3.01520	3.0265	.004
W.S	.02612	.06915	.07640	1.2732	1.1795	92.64	3.01520	3.5259	16.936

표 2 푸리에와 왈쉬급수로 분석한 고조파 포함률
Harmonic components using Walsh and Fourier Series.

고조파	제거전	제 거 후			
		W.S	%	F.S	%
1	1.2732	1.1795	92.64	1.1779	92.51
3	.4244	.1931	45.50	.1908	44.96
5	.2547	.00	0.02	.00	0.00
7	.1819	.00	0.01	.00	0.00
9	.1415	.0383	27.06	.0347	24.53
11	.1158	.00	0.05	.00	0.00
13	.0979	.1477	150.84	.1243	126.93
15	.0849	.3314	390.40	.2715	319.91
17	.0749	.4218	563.23	.3452	460.95
19	.0677	.3347	499.39	.2966	442.53
21	.0607	.1057	174.31	.1629	268.71
23	.0551	.1234	222.82	.0390	70.41
25	.0509	.2056	403.78	.0040	7.92
27	.0472	.0994	210.81	.0631	133.89
29	.0439	.1017	231.71	.1470	334.88
31	.0411	.2434	592.68	.1693	412.18
합	3.0152	3.5259	116.97	3.0265	100.37

III. 왈쉬급수를 이용한 고조파 제거

III-1. 왈쉬 이론

왈쉬급수는 구간 [0, 1]에서 진폭값 +1 과 -1 를 갖는 ordered orthogonal set이며 일반 식은

$$WAL(n, t) \tag{3}$$

으로 나타낸다. 식(3)에서 n은 구간 [0, 1]에서 가로축과 교차수(Zps)를 나타낸다. 왈쉬급수가 기함수이면 SAL, 우함수이면 CAL이 되어⁵⁾ n 값에 따라 식(3)는

$$WAL(2n, t) = CAL(n, t)$$

$$WAL(2n-1, t) = SAL(n, t) \tag{4}$$

단, n= 1, 2, 3, ..., N/2

가 되며, n이 2 진수로 p 비트이면 $N=2^p$ 이다. 푸리에급수 식(1)을 왈쉬급수로 나타내면

$$f(t) = a_0 WAL(0, t) + \sum_{n=1}^{N-1} a_n WAL(n, t) \tag{5}$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) WAL(0, t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) WAL(n, t) dt$$

이며 식(4)를 대입하면

$$f(t) = a_0 WAL(0, t) + \sum_{i=1}^{N/2} \sum_{j=1}^{N/2-1} (a_i SAL(i, t) + b_j CAL(j, t))$$

$$(a_i SAL(i, t) + b_j CAL(j, t))$$

$$a_i = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) SAL(i, t) dt \tag{6}$$

$$b_j = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) CAL(j, t) dt$$

가 된다.

III-2. 점호각 계산

PWM 인버터의 출력 파형이 반파 대칭 기함수이므로 식(6)은

$$f(t) = \sum_{n=1}^{N/2} W_n SAL(n, t)$$

$$W_n = \int_0^T f(t) SAL(n, t) dt \tag{7}$$

$$n= 1, 3, 5, \dots, N/2$$

이 되며, 기수차 고조파만 존재하므로 식(7)은

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N/2} W_{2i-1} SAL(2i-1, t) \tag{8}$$

이 된다. 식(4)에서 $SAL(2i-1, t) = WAL(4i-3, t)$ 가 되어 식(8)에 대입하면

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N/2} W_{4i-3} WAL(4i-3, t) \tag{9}$$

$$W_{4i-3} = \int_0^T f(t) \text{WAL}(4i-3, t) dt \quad (10)$$

가 된다. PWM파형을 푸리에급수로 전개할 때 식(1)의 계수 a_n 은

$$a_{2n-1} = \frac{8}{\pi} \int_0^{\pi/4} f(t) \sin(2n-1)t dt \quad (11)$$

이 되고, 식(9)를 대입하면

$$a_{2n-1} = \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} \left[\frac{8}{\pi} \int_0^{\pi/4} \text{WAL}(4i-3, t) \sin(2n-1)t dt \right] \quad (12)$$

가 되며

$$a_{2n-1} = \sum_{i=1}^{\infty} W_{4i-3} B_{2n-1} \text{WAL}(4i-3, t) \quad (13)$$

$$b_{2n-1} \{ \text{WAL}(4i-3, t) \} =$$

$$\frac{8}{\pi} \int_0^{\pi/4} \text{WAL}(4i-3, t) \sin(2n-1)t dt \quad (14)$$

표 3 $B_k \{ \text{WAL}(4i-3, t) \}$ 의 계산값
 $B_k \{ \text{WAL}(4i-3, t) \}$ Fourier coefficients of some Walsh Functions.

K	WAL (1, t)	WAL (5, t)	WAL (9, t)	WAL (13, t)	WAL (17, t)	WAL (21, t)	WAL (25, t)	WAL (29, t)	WAL (33, t)
1	1.27324	-.52739	-.10491	-.25326	-.02494	.01033	-.05194	-.12540	-.00616
3	.42441	1.02462	-.68463	.28358	-.08602	-.20768	-.31082	.12874	-.01910
5	.25465	.61477	.92008	-.38111	-.20371	-.49179	.32860	-.13611	-.03409
7	.18189	-.07534	.37877	.91443	-.75045	.31085	.06183	.14927	-.05341
9	.14147	-.05860	.29460	.71122	.86663	-.35897	-.07140	-.17238	-.08153
11	.11575	.27944	.41822	-.17323	.32409	.78243	-.52280	.21655	-.12980
13	.09794	.23645	-.15799	.06544	.21573	.52083	.77948	-.32287	-.23946
15	.08488	-.03516	-.00699	-.01688	.17143	-.07101	.35698	.86183	-.78111
17	.07490	-.03102	-.00617	-.01490	.15126	-.06265	.31498	.76043	.83901
19	.06701	.16178	-.10810	.04478	.14761	.35636	.53332	-.22091	.29786
21	.06063	.14637	.21907	-.09074	.16976	.40984	-.27385	.11343	.18925
23	.05536	-.02293	.11528	.27831	.33911	-.14047	-.02794	-.06745	.14262
25	.05093	-.02110	.10606	.25604	-.21013	.08704	.01731	.04180	.11681
27	.04716	.11385	.17038	-.07058	-.03772	-.09107	.06085	-.02521	.10063
29	.04390	.10600	-.07082	.02934	-.00890	-.02148	-.03215	.01332	.08979
31	.04107	-.01701	-.00338	-.00817	-.00080	.00033	-.00168	-.00405	.08234

로 표시된다. 또한 식(14)를 바꾸어 쓰면

$$B_k \{ \text{WAL}(m, t) \} = 2 (-1)^{k_0} (-j)^{\alpha} \left[\prod_{x=0}^{M-1} \cos \left(\frac{\pi k}{2^{x+1}} - \frac{\pi g_x}{2} \right) \right] \frac{\sin(\pi k / 2^M)}{\pi k / 2^M} \quad (15)$$

가 되고, 이 때

$$j = \text{SQRT}(-1)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

$M = m$ 의 2진 비트수

$g_x = m$ 을 그레이코드로 바꿀 때 x 번째 비트값

$\alpha = m$ 을 그레이코드로 바꿀 때 1을 가지는

비트수를 의미하며 m 을 1에서 33까지 기수만 취해 식(15)를 계산하여 표 3에 나타냈다.

III - 3. 5, 7, 11차 고조파 제거

5, 7, 11차 고조파를 제거하기 위해 그림 3처럼 점호각 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 를 정하여 식(10)에 대입하고 $\text{WAL}(4i-3, t)$ 항을 정리하면

$$\begin{aligned}
 W_1 &= 8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1 \\
 W_5 &= 8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 \\
 W_9 &= 8\alpha_1 - 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 1 \\
 W_{13} &= 8\alpha_1 - 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 1 \\
 W_{17} &= 8\alpha_1 + 8\alpha_2 - 8\alpha_3 \\
 W_{21} &= 8\alpha_1 + 8\alpha_2 - 8\alpha_3 \\
 W_{25} &= 8\alpha_1 + 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1 \\
 W_{29} &= 8\alpha_1 + 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1 \\
 W_{33} &= -8\alpha_1 - 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 1.5 \\
 W_{37} &= -8\alpha_1 - 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 1.5 \\
 W_{41} &= -8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 \\
 W_{45} &= -8\alpha_1 - 8\alpha_2 + 8\alpha_3 \\
 W_{49} &= -8\alpha_1 + 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1 \\
 W_{53} &= -8\alpha_1 + 8\alpha_2 + 8\alpha_3 - 1 \\
 W_{57} &= -8\alpha_1 + 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 0.5 \\
 W_{61} &= -8\alpha_1 + 8\alpha_2 - 8\alpha_3 + 0.5
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

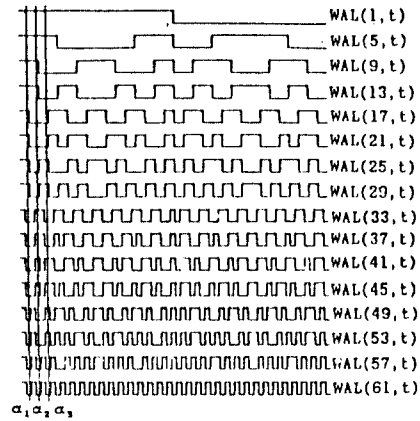


그림 3 WAL(4i-3, t)의 파형
Waveforms of WAL(4i-3, t)

이 된다. 식(13)에 표 3 과 식(16)을 대입하면

$$\begin{aligned}
 a_5 &= 10.6373\alpha_1 - 15.6685\alpha_2 + 6.7725\alpha_3 + 0.2883 \\
 a_7 &= 13.4552\alpha_1 - 10.5347\alpha_2 - 9.3448\alpha_3 + 1.0909 \\
 a_{11} &= 15.2154\alpha_1 + 9.0748\alpha_2 - 5.1322\alpha_3 - 0.6328
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

과 같은 선형 방정식이 되며 해를 구하여 표 1에 나타냈다.

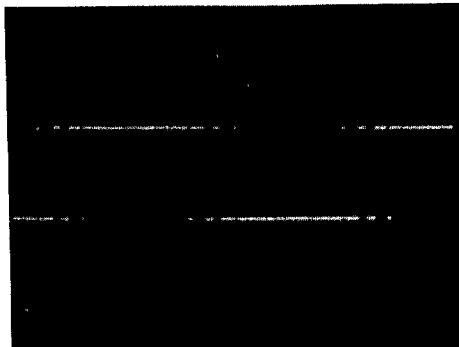


사진 1 PWM 인버터 출력 파형
PWM inverter output waveform
Ver : 5V/div, Hor : 20us/div

IV. 실험 및 결과 분석

완위급수 파형을 발생하기 위해서는 Harmuth array generator^[6]를 이용하며 2분주 회로를 사용하였다. 처음 분주한 파형이 Rad(1, t)이 되고 계속 분주하여 Rad(1, t)에서 Rad(7, t)까지의 출력을 Ex-OR에 입력하였으며 그 출력 파형이 완위급수 파형이 된다. 완위급수 파형은 연산 증폭기로 가, 감하므로서 PWM 인버터 파형이 발생되며 그 출력 파형을 사진 1에, 스펙트럼을 분석하여 사진 2에 나타냈다.

완위급수로 점호각을 구해 PWM파형을 실현

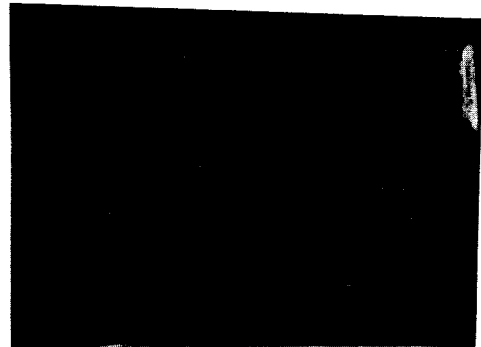


사진 2 출력 파형의 스펙트럼
위 : 제거 안된 경우, 아래 : 제거된 경우
Spectra of output waveform.
Upper : noneliminated, Lower : eliminated

