

行列多項式 LYAPUNOV函數 構成에 依한 誘導電動機의 安定度 解析

論 文
2-4-2

Stability Analysis of Induction Motor by Lyapunov Function Construction of Matrix Polynominal Type

尹 炳 道* · 禹 靖 仁** · 李 浚 柝***
(Byung-Do Yoon · Chung-In U · Joon-Tak Lee)

요 약

線形 시스템에 對한 Lyapunov 函數의 構成法은 잘 알려져 있으나, 非線形 시스템의 Lyapunov 函數 構成法은 아직 體系化되어 있지 못하다.

따라서, 本 論文에서는, 非線形 시스템의 安定度 解析을 위하여, 從來의 定常狀態 附近에서의 Taylor 展開에 依한 線形化 技法에 依存하지 않고, 非線形 시스템을 나타내는 狀態空間의 動特性 모델로부터, 非線形성을 나타내는 項을 分離하여, 特殊行列變換시킴으로써, 線形 시스템의 Lyapunov 函數 構成法을 살린, 行列多項式型 Lyapunov 函數를 構成하고, 이를 誘導電動機의 安定度 解析에 適用시켰다. 그 結果, 구해진 安定領域은, 線形화에 依한 것보다는 훨씬 넓은 5次元의 超空間으로 表現되는 誘導電動機의 漸近安定領域이 되었다.

Abstract

Lyapunov function construction procedures for linear systems can be specified in detail. However, unfortunately, for nonlinear systems, there are no complete construction techniques.

Therefore, in this paper for stability analyses of nonlinear systems, differently from conventional methods using linearization technique, linear terms and nonlinear ones from multidimensional dynamic models are individually separated. And by special matrix transformation techniques, similiar Lyapunov function construction procedures of nonlinear systems to the cases of linear systems, are introduced and are applied to stability analysis of induction motor.

The hyperspace of multidimensional stability region, obtained from these techniques, were larger than the obtained ones from conventional linearlization techniques and were assured to be Lyapunov asymptotic stability region ensuring the stable operation of induction motor.

本 論文은 1988年度 문교부 학술연구조성비에 의하여 이루어진 연구입니다.

*中央大 工大 電氣工學科 教授·工博

**東亞大 工大 電氣工學科 教授·工博

***東亞大 工大 電氣工學科 講師·工博

1. 序 論

三相 誘導電動機를 電壓形 인버터로 V/F 制御時, 平衡 三相電壓이 固定子 端子에 印加될지라도, 低速 및 輕負荷時에 많은 不安定 現象이 보고되고 있다.^{1~7)} 不安定 要因은, PWM 인버터의 암(Arm) 短絡 防止期間에 基因하는 수도 있으나, 誘導機 自體의 여러 파라미터에 基因한 境遇도 있다. 따라서, 인버터에 基因하는 不安定 要因을 제거하더라도, 不安定 現象이 頻發한다. 一般的으로, 一定正弦波 電壓源에 依해, 공급되는 交流機器의 不安定性은 機器自體의 不安定性에 基因하거나, 任意 動作條件에 대한, 電源側과의 相互作用에 依해서도 나타나게 된다. 卽, 機器의 파라미터, 一定負荷比에서, 固定子磁束이 一定하도록 制御하는, 電壓調整用 파라미터, 負荷側 및 直流側의 필타 등의 動作條件이 시스템의 不安定現象을 유발시킨다. 이처럼, 많은 시스템 파라미터들의 非線形的 相互結合으로 非線形성이 강한 誘導電動機의 安定性 解析은, 주로 Runge-Kutta 法 등의 數值解析法이 移用되고 있으나, 誘導電動機의 定數 變化等에 의한, 安定性 解析에 대한 結論이 거의 없는 狀態이다. 또한, 數值解析結果로부터, 安定化 制御方式을 導出한다는 것은 곤란하고, 많은 파라미터의 큰 變動에 對應할 수 있는, 安定化制御 方式은 아직 報告되고 있지 않으나, 이 不安定性的 解析과 原因의 糾明은 重要한 課題의 하나이다.^{8~10)}

따라서, 本 論文에서는, 非線形 5次元 狀態空間 모델로 構成되는 3相 誘導電動機의 不安定 動作要因이 初期의 動作條件과 各 誘導機 定數 및 특히 시스템의 固有值에 基因함을 보이고, 行렬의 特殊 變換 技法에 依해 線形 시스템과 유사한 行列多項式型 Lyapunov 函數 構成理論을 適用해서 單인 5次元의 超空間에서의 Lyapunov 安定領域을 提示한다. 또한, 그 結果와 動特性 모델의 시뮬레이션 및 實驗結果를 比較檢討함으로써, 誘導電動機 安定度解析等에 有用하게 使用될 수 있는 한 方法을 提示하고자 한다.

2. 行列의 特殊變換技法에 依한 非線形 시스템의 Lyapunov函數 構成理論

一般的으로, 非線形系의 安定性은 大域的이 아니므로, 安定性이 保障되는 原點周圍의 單인 最大의 領域을 Lyapunov 函數 $V(X)$ 로부터 決定하는 것이 重要하다. 行列多項式을 適用하는 境遇는 狀態空間의 次數가 높아지고, 시스템의 動特性 모델이 構成되는 境遇, 適用이 가능하다. 따라서, 本 論文에서는 從來의 線形 시스템의 Lyapunov 函數 構成方法을 그대로 살려서 非線形 시스템에 대한 最良의 Lyapunov 函數를 構成하기 爲해, 아래와 같은 特殊 行列 變換技法을 提案한다.

狀態變數가 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, \dots, Y_n$ 이고, 非線形 攝動項(Nonlinear Perturbation Term) $C(Y)$ 를 包含하는 非線形 시스템^{1), 2)}

$$Y = A \cdot Y + G(Y) \tag{1}$$

로 주어지고, Q 를 선형 시스템의 正定值 對稱 行列, Q_n 가 非線形 시스템의 正定值 對稱 行列일 때, Lyapunov 방정식에서의 行列 P_n 을 각각 定義하면, 非線形 시스템에 對한 Lyapunov 函數의 時間導函數는,

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(Y) &= Y^T \cdot P_n \cdot Y + Y^T \cdot P_n \cdot Y \\ &= (A \cdot Y + G(Y))^T \cdot P_n \cdot Y + Y^T \cdot P_n \cdot (A \cdot Y + G(Y)) \\ &= -Y^T \cdot Q \cdot Y + 2Y^T \cdot P_n \cdot G(Y) \end{aligned} \tag{2}$$

로 表現할 수 있다. 式(2)를 適切히, 特殊 行列 變換하면,

$$\dot{V}_n(Y) = -Y^T \cdot Q_n \cdot Y \tag{3}$$

로 表現할 수 있으며, 이를 滿足하는 正定(Positive Definite)이고, 對稱인 變換 行列 Q 가 存在하면, 非線形 시스템에 適用되는 行列 方程式은,

$$P_n \cdot A + A^T \cdot P_n = -Q_n \tag{4}$$

로 되므로, 結局 非線形 시스템의 스칼라 Lyapunov 函數는

$$V_n(Y) = Y^T \cdot P_n \cdot Y = K_n \tag{5}$$

로 된다. 非線形 시스템의 漸近安定 條件은, 式(3)에서 行列 Q_n 이 正定值 行列이 되어야 하므로 Sylvester의 定理로 부터, 最高次의 行列式을

$$V_m(Y) = Y^T \cdot M \cdot Y > C \tag{6}$$

로 變換시킬 수 있다. 여기서, C 는 임의의 상수 값이고 行列 M 은 Q_n 과 同一 次元의 行列로 構成되

며, 시스템이 安定이어야 한다. 行列 M의 構成에 대해서는 第4章에서 詳述한다. 式(5)는 n次元의 닫혀진 超空間으로 表現되며, 式(6)은 n次元의 열려진 超空間이다. 한편 P_n 最大 固有值를 λ_{max} 最小 固有值를 λ_{min}로 두고, M의 最小固有值가 λ_{min}이면,

$$V_n(Y) = \frac{C \cdot \lambda_{max}}{\lambda_{min}} = K_n \quad (7)$$

로 定義되는 超空間내에서 漸近 安定하게 된다. 그러나, 式(7)에 依한 安定領域은 협소하므로, 式(5)의 最大값인 V_n(Y)=K_{max}를 求해야 한다. 따라서, 狀態變數 Y는 n次元의 狀態空間으로 構成되므로, Y_{in}를 各 狀態變數 Y_i의 單位벡터의 크기, θ_i를 i번째 및 (i-1)번째 狀態變數 空間軸 사이의 空間角, 또한 R₀를 漸近安定한 平衡點인 原點에서, 열려진 n次元의 超空間 V_n(Y)점까지의 거리로 各 各 定義한다. 各 軸의 벡터 성분, 即 i번째 狀態變數 Y_i는 R₀·Y_{in}의 크기를 갖게 되므로, 式(6)은

$$R_0 \cdot Y_n \cdot M \cdot R_0 \cdot Y_n = C \quad (8)$$

로 表現될 수 있고, 式(8)에서 動徑 R₀가 求해지면, θ_i를 0<θ_i<π구간에서 變化시켜, 非線形 시스템의 最大 漸近安定領域인 式(5)의 최대값 K_{max}가 決定된다.

3. 誘導電動機의 動特性 定式化

다음과 같은 一般的인 誘導電動機의 動特性 모델¹⁻⁵⁾을 도입한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_d \\ \dot{V}_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pX_s/\omega_b & -X_s \cdot \omega/\omega_b & pX_m/\omega_b & -X_m \cdot \omega/\omega_b \\ X_s \cdot \omega & R_s + pX_s/\omega_b & X_m \omega/\omega_b & pX_m/\omega_b \\ pX_m/\omega & -X_m \cdot S \cdot \omega/\omega_b & R_r + pX_r/\omega_b & -S \cdot \omega \cdot X_r/\omega_b \\ S \cdot \omega \cdot X_m/\omega_b & pX_m/\omega_b & S \cdot \omega \cdot X_r/\omega_b & R_r + pX_r/\omega_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$2J \frac{\dot{\omega}_m}{\omega_b} + D \frac{\omega_m}{\omega_b} + T_l = X_m \cdot (I_{sq} \cdot I_{rd} - I_{sd} \cdot I_{rq}) - T_e \quad (10)$$

式(9) 및 式(10)을 狀態空間 모델로 나타내기 위해, 狀態變數를,

$$\begin{aligned} \phi_{sd} &= X_s \cdot I_{sd} + X_m \cdot I_{rd} \\ \phi_{sq} &= X_s \cdot I_{sq} + X_m \cdot I_{rq} \\ \phi_{rd} &= X_m \cdot I_{sd} + X_r \cdot I_{rd} \\ \phi_{rq} &= X_m \cdot I_{sq} + X_r \cdot I_{rq} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\omega_s = \frac{\omega_m}{\omega_b}$$

로 定義하면, 이 式에 依해

$$\begin{aligned} I_{sd} &= B_m \cdot \phi_{rd} - B_r \cdot \phi_{sd} \\ I_{sq} &= B_m \cdot \phi_{rq} - B_r \cdot \phi_{sq} \\ I_{rd} &= B_m \cdot \phi_{sd} - B_s \cdot \phi_{rd} \\ I_{rq} &= B_m \cdot \phi_{sq} - B_s \cdot \phi_{rq} \end{aligned} \quad (12)$$

로 表現할 수 있다. 但, B_m = X_m/(X_{s2} - X_s·X_r), B_s = X_s/(X_{s2} - X_s·X_r), B_r = X_r/(X_{s2} - X_s·X_r)이다. 動特性 모델 式(11)의 定常狀態 動作點은 漸近 安定한 原點이 아니므로, 各 動作點을 原點으로 變換하기 위해 다음과 같이, 새로운 狀態變數를 定義한다. 즉, φ_{sdo}, φ_{sqo}, φ_{rdo}, φ_{rto}, ω_{ro}를, 定常狀態 動作點으로 할 때, 1차 및 2차의 鎖交磁束 및 回轉子 速度에 대한, 새로운 狀態變數는

$$\begin{aligned} Y_1 &= \phi_{sd} - \phi_{sdo} \\ Y_2 &= \phi_{sq} - \phi_{sqo} \\ Y_3 &= \phi_{rd} - \phi_{rdo} \\ Y_4 &= \phi_{rq} - \phi_{rto} \\ Y_5 &= \omega_s - \omega_{ro} \end{aligned} \quad (13)$$

로 된다. 따라서, 式(11), (12), (13)에 依해, 式(9) 및 (10)은,

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_1 \\ \dot{Y}_2 \\ \dot{Y}_3 \\ \dot{Y}_4 \\ \dot{Y}_5 \end{bmatrix} = \omega_b \begin{bmatrix} R_s \cdot B_r & \omega/\omega_b & -R_s \cdot B_m & 0 & 0 \\ -\omega/\omega_b & R_s \cdot B_r & 0 & -R_s \cdot B_m & 0 \\ -R_r \cdot B_m & 0 & R_r \cdot B_s & (\omega/\omega_b - \omega_{ro}) & -\phi_{rqo} \\ 0 & -R_r \cdot B_m & (\omega_{ro} - \omega/\omega_b) & R_r \cdot B_s & \phi_{rdo} \\ E \cdot B_m \cdot \phi_{rqo} - E \cdot B_m \cdot \phi_{rdo} - E \cdot B_m \cdot \phi_{sqo} & E \cdot B_m \cdot \phi_{sdo} & -E \cdot D & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_b \cdot Y_4 \cdot Y_5 \\ \omega_b \cdot Y_3 \cdot Y_5 \\ \omega_b \cdot E \cdot B_m (Y_1 \cdot Y_4 - Y_2 \cdot Y_3) \end{bmatrix} \quad (14)$$

또는,

$$Y = A \cdot Y + G(Y) \quad (15)$$

와 같은 動特性을 나타내는 5次元의 非線形 狀態空間모델로 간단히 表現된다. 但, E는 1/2J이다.

표 1. 誘導電動機의 諸 定數(P. U.)

Table 1. Parameters of Induction Motors(P. U.)

Parameter Case	R _s	R _r	L _s	L _r	L _{sr}	ω _b	F	J	D	T _i
Stable Case	0.036	0.0425	7.568X10 ⁻³	7.385X10 ⁻³	7.268X10 ⁻³	377	60.0	0.5	0.0343	1.0
Unstable Case	0.025	0.0080	10.875X10 ⁻³	10.875X10 ⁻³	10.615X10 ⁻³	377	19.1	0.1	0.0144	0.0

4. Lyapunov 函數의 構成 및 安定度 解析

本 章에서는, 第 2 章의 行列의 特殊變換技法를 利用한 非線形 시스템에 對한 Lyapunov 函數의 構成 理論을 實際의 非線形 시스템인, 第 3 章과 같은 狀態空間 모델의 式으로 表現되고, 表 1의 諸定數 값(P.U.)을 갖는 誘導電動機의 5次元 動特性 모델에 適用해서, Lyapunov 函數를 構成하고, 安定度 解析을 실행하고자 한다.

誘導電動機가 可變周波數 電源에 依해 動作할 때, 磁束一定 制御 및 固定子側의 抵抗降下를 補償하기 위해, 直軸電壓 V_d에 對해, V_d' = VK + ω/ω_b · V_d로 하였다. 여기서, V_d'는 補償後의 電壓이고, 補償分의 電壓 V_k는 全周波數 領域에서, 一定하며, V_k는 0.036의 값을 가진다. 한편, 橫軸의 電壓 V_q는 同期回轉 停止座標係에서 0이다. 이 경우, 各 狀態의 動作點은, 약 1500msec에서 安定되었으며, 定常狀態 動作點은, 표 2와 같은 값으로 나타났다.

표 2. 定常狀態 動作點

Table 2. Equilibrium Values

φ _{sd0}	φ _{sq0}	φ _{rd0}	φ _{rq0}	ω _{ro}	T _e
0.01848	-0.99842	-0.14699	-0.93292	0.9508	1.03268

따라서, 式(15)의 線形部分의 Jacobian 係數 行列 A는

-86.8305400	377.0000000	85.4582200	0.0000000	0.0000000
-377.0000000	-86.8305400	0.0000000	85.4582200	0.0000000
100.8882000	0.0000000	-105.0489000	18.9329500	347.2019000
0.0000000	100.8882000	-18.9329500	-105.0489000	-56.1466100
5.7989700	-0.9377611	-6.1864660	-0.1179805	-0.0200000

로 되고, 式(4)의 Lyapunov 行列 方程式으로부터, 計算된 行列 P_n는

2.7911340	0.0094765	0.5988010	-0.9990970	-0.5145110
0.0094765	2.8306870	1.0001830	0.5580345	2.7530820
0.5988010	1.0001830	0.5580345	-0.0627306	-0.1546823
-0.9990970	0.5580345	-0.0627306	2.2344180	2.3549990
-0.5145110	2.7530820	-0.1546823	2.3549990	128.4420000

와 같아진다. 한편, 行列 P_n의 主對角 行列式은

2.79113E+00
7.90073E+00
1.43913E+01
2.53899E+01
3.13949E+03

로 되어, 正定值의 條件을 滿足하고 있다. 또한, Faddeev 近似 및 Bairstow 方法에 依한 P_n의 固有值는

3.77420 + j 0.00000
3.59260 + j 0.00000
1.35640 + j 0.00000
1.32790 + j 0.00000
128.54910 + j 0.00000

로 計算된다. 式(2)로 부터 P_n가 行列 P_n의 要素일 때, 非線形 部分에 對해 고려하면,

$$2\omega_b \cdot Y^T \cdot P_n \cdot G(Y) = 2(-Y_5 \cdot Y_4 \cdot X_1 + Y_3 \cdot Y_5 \cdot X_2 + (Y_1 \cdot Y_4 - Y_2 \cdot Y_3) \cdot X_3) = -Y^T \cdot Q_1 \cdot Y \quad (16)$$

로 表現할 수 있다. 但, P_n의 第 1 列 및 第 2 列을 제외한 變換 行列을 P₁으로 두면

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3/E \cdot B_m \end{bmatrix} = \omega_b \cdot \begin{bmatrix} P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{43} & P_{53} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{54} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \end{bmatrix} \quad (17)$$

또는,

$$X = \omega_b \cdot P^T \cdot Y \quad (18)$$

이며, 로부터 對稱 行列인 Q₁은,

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -X_3 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 & 0 & 0 \\ 0 & X_3 & 0 & 0 & -X_2 \\ -X_3 & 0 & 0 & 0 & X_1 \\ 0 & 0 & -X_2 & X_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

로 表現할 수 있다. 따라서, 式(2)는 以上の 관계로 부터,

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(Y) &= -Y^T \cdot Q \cdot Y - Y^T \cdot Q_1 \cdot Y \\ &= -Y^T \cdot (Q + Q_1) \cdot Y \\ &= -Y^T \cdot Q_n \cdot Y \end{aligned} \quad (20)$$

로 된다. 여기서, $\dot{V}_n(Y)$ 는 반드시 負定値이어야 하므로, 行列 Q_n 는 반드시 正定値이어야 한다. 따라서, Sylvester 定理를 適用하면, 正定値가 될 條件은,

$$\omega_b > X_3^2, X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 > \omega_b$$

로 되므로,

$$V_m(Y) = \omega_b \cdot (X_1^2 + X_2^2 + X_3^2) = Y^T \cdot M \cdot Y > \omega_b \quad (21)$$

와 같이 $V_m(Y)$ 와 行列 M 을 定義하면,

$$\begin{aligned} V_m(Y) &= X^T \cdot Q_m \cdot X \\ &= \omega_b^2 \cdot Y^T \cdot P_1 \cdot Q_m \cdot P_1^T \cdot Y \end{aligned} \quad (22)$$

로 부터, 行列 M 을 計算한다. 式(22)에 의해 구한, 行列 M 의 固有値는 行列 P 와 같은 方法으로,

$$\begin{aligned} &6.61550 + j \ 0.00000 \\ &1.91170 + j \ 0.00000 \\ &14.61650 + j \ 0.00000 \\ &0.00000 + j \ 0.00000 \\ &0.00000 + j \ 0.00000 \end{aligned}$$

로 求解진다.

이상으로 부터, 行列 P_n 및 Q_n 가 正定値行列로 확인되며, 또한, 誘導電動機의 動特性 解析에서 $t \rightarrow \infty$ 일 때, 式(15)의 모든 狀態變數 Y 가 零으로 收斂하고, 式(5)의 最終値, 즉, Lyapunov 函數값, $V_n(Y) |_{t \rightarrow \infty} = 0$ 으로 되므로, 誘導電動機는 漸近安 定한 동작을 하게 된다.

따라서, 誘導電動機의 1차 및 2차의 鎖交磁速 및 回轉速度, 電氣의 발생토크는, 平衡點인 표 2의 값으로 安定하게 된다. 이같은, 漸近安定 動作을 보 장하는 Lyapunov 安定領域의 計算에 대해서는, 第5章에서 詳述하기로 한다.

한편, 표 1과 같은 不安定한 경우의 諸定數값으 로부터 計算된, 式(14)의 線形부분의 Jacobian 係

數行列 A 는

-47.7068300	120.0000000	46.5432400	0.0000000	0.0000000
-120.0000000	-47.7068300	0.0000000	46.5432400	0.0000000
14.8938400	0.0000000	-15.2661800	0.1140064	367.6881000
0.0000000	14.8938400	-0.1140064	-15.2661800	7.0423610
24.0815000	0.4612349	-24.6815000	-0.4728398	0.0000000

로 되고, 式(4)의 Lyapunov 行列方程式으로부터, 行列 P_n 는

-21.8805900	-14.6780100	-15.2826700	11.1443900	-114.8640000
-14.6780100	-34.9327000	18.8810900	-1.9669000	-139.5657000
-15.2826700	18.8810900	-32.4755400	17.6296600	-1.1764900
11.1443900	-1.9669000	17.6296600	5.4090490	34.6593900
-114.8640000	-139.5657000	-1.1764970	34.6593900	-692.2071000

와 같게 된다. 그리고, 行列 P_n 의 固有値는

$$\begin{aligned} &-55.7154 + j \ 0.00000 \\ &-740.8454 + j \ 0.00000 \\ &3.5664 + j \ 0.00000 \\ &13.9609 + j \ 0.00000 \\ &2.9465 + j \ 0.00000 \end{aligned}$$

로 되고, 主對角 行列式은

$$\begin{aligned} &-2.18806 \ E + 01 \\ &5.48904 \ E + 02 \\ &6.60404 \ E + 03 \\ &9.59915 \ E + 04 \\ &6.05567 \ E + 06 \end{aligned}$$

로 되므로, 行列 P_n 는 不定値(Indefinite)行列로 된 다. 따라서 誘導電動機의 動特性 解析時, 式(15)의 모든 狀態變數 Y 는 $t \rightarrow \infty$ 에서도, 一定한 값에 收斂치 못하고, 繼續的으로 振動하게 되며, 式(5)의 Lyapunov 函數값, $V_n(Y)$ 는 거의 線形的으로 증가 하게 되는, 不安定現象이 나타나게 된다.

5. 시뮬레이션 및 實驗結果의 檢討

實驗에 사용된 誘導電動機의 定格은 三相, 籠型, 3 [Hp], 4極, 60 [Hz], 200 [V], 1710 [rpm]이며, 電動 機의 諸定數는 표 1과 같으며, 動特性 시뮬레이션 波形인, 그림 1은 60 [Hz]에서 運轉되는 安定된 경 우이고, 그림 2는 19.1 [Hz]에서 運轉되는 不安定한 경우에 대한 動特性 應答를 나타내고 있다.

安定한 경우의 印加電壓은 三相 正弦波로 固定

자의 電壓 降下를 補償하기 위해, 60 [Hz] 定格電壓의 1.036배를 印加하였으며, 不安定한 경우의 印加電壓은 三相 正弦波이나, 電壓 降下를 補償하지 않고 19.1 [Hz]에 相當하는 0.02653 [p. u.]의 定格電壓을 그대로 印加하였다. 그림 1에서, V 는 Lyapunov 函數 $V_n(Y)$ 에 대한 波形으로, 時間이 增加할수록 初期值 1275216670으로부터, 거의 式(3)과 같은 기울기로, 線形的으로 減小하여, 安定되는 時點, 즉, 모든 狀態 變數 Y 가 平衡點에 도달하는 漸近安定時點인 1.50초에 이르면, Lyapunov 函數값인 $V_n(Y)$ 는 零으로 收斂하게 된다. 따라서, 式(8)을 이용하여 θ 를 0도에서 180도까지 變化시킬때, 式(5)의 最大값은 $V_n(Y)_{max} = K_{nmax} = 2564.9560$ 로 된다. 따라서, 固有值로부터 漸近安定領域은 K_{nmax} 으로 構成되는 5次元의 超空間 내부에 있으며, 이는 固有值로부터, 얻은 漸近 安定領域인 $V_n(Y) = K_n = 128.5491/1.9117 = 67.2433$ 보다 넓게 나타남을 알 수 있다. 安定한 경우의, 誘導電動機 動特性 應答은 그림 1과 같다.

그림 1에서, 電壓 印加後, 式(15)의 모든 狀態變數는 $t \rightarrow \infty$ 일 때, 시스템은 漸近安定하므로, 式(12)

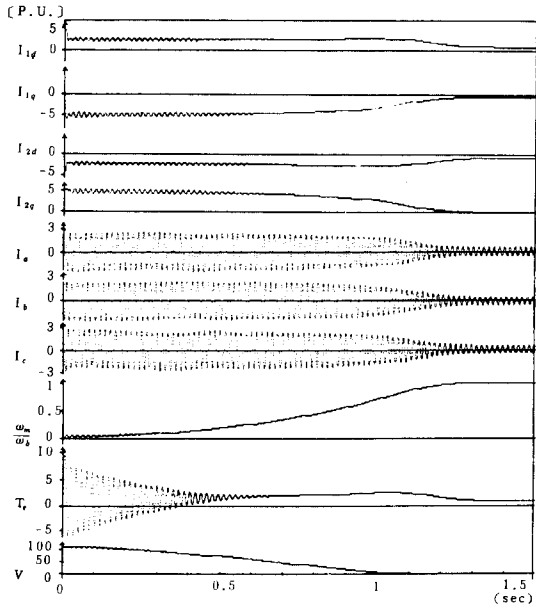


그림 1 安定運轉 모드에서의 動特性 應答
Fig. 1. Dynamic Responses for Stable Operation

의 關係로부터 置換된, 1차 및 2차측 d-q軸 電流 ($I_{1d}, I_{1q}, I_{2d}, I_{2q}$), 固定子の 相電流(I_a, I_b, I_c), 比速度 (ω_r/ω_s), 電氣的 發生토크(T_e)等, 모든 狀態變數들은 550 [msec]間 正弦 減衰振動을 수반하나, 電動機가 定格速度에 도달하게 되면, 正弦振動은 사라지고, 指數函數的으로 增加 또는 減小하여, 표 2의 定常狀態 값으로 安定하고 있음을 보이고 있다. 한편, 토크는 +側으로 10배, -側으로 6배까지 진동하였다.

不安定한 境遇는, 4章에서 언급한 바와 같이, 行列 P_n 이 不定值이고, 式(15)의 모든 狀態變數들의 動作點이 5次元의 超空間 $V_n(Y)_{max} = K_{nmax}$ 의 外部에 있는 경우로서, 시스템은 定常常態값에 收斂하지 못하고, 계속적인 振動을 수반하거나, 發散해버리게 된다. 이처럼, 持續的인 振動을 수반하여, 不安定하게 되는 境遇의 動特性 應答은 그림 2와 같다.

그림 2에서, 式(5)의 Lyapunov 函數값은, 無限大로 繼續 增加하게 되었으며, 토크는 + -側으로 定格의 4배 程度까지 振動하였다.

實驗結果, 사진 1 및 사진 2와 같은 安定한 境遇

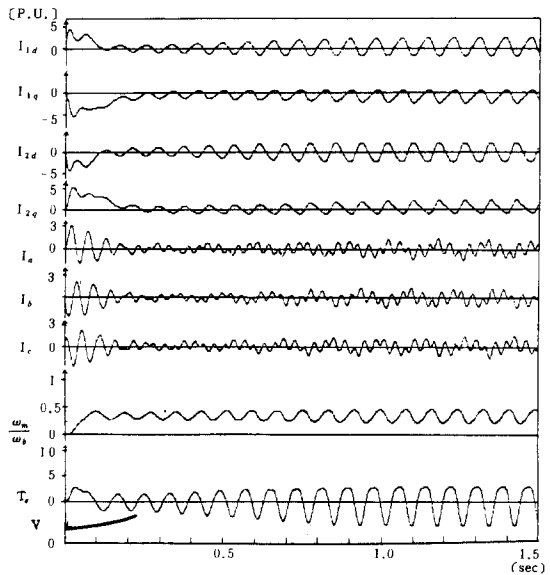
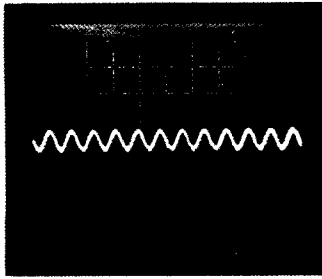


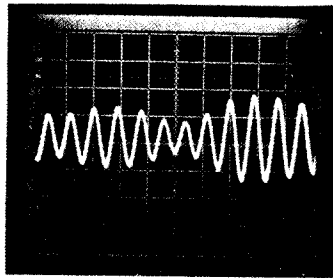
그림 2 不安定運轉 모드에서의 動特性 應答
Fig. 2. Dynamic Responses for Unstable Operation



(16 [A/div], 20 [ms/div])

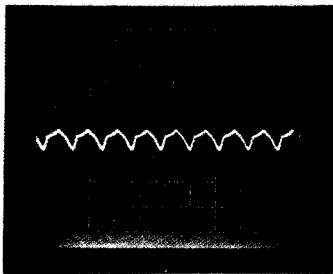
사진 1 安定運轉 모드에서의 固定子電流 波形(60 [Hz], 208 [V])

Photo.1. Stator Current Waveform for Stable Operation



(7 [A/div], 60 [ms/div])

(a) 固定子 電流 波形



(420 [rpm/div], 60 [ms/div])

(b) 速度 波形

사진 2 不安定運轉 모드에서의 固定子電流 및 速度 波形(19.1 [Hz], 67.7 [V])

Photo.2. Stator Current and Velocity Waveforms for Unstable Operation

(a) Stator current waveform

(b) Velocity waveforms

및 不安定한 境遇에 대한, 定常狀態에서의 固定子 電流 및 速度의 波形이 얻어졌다. 安定運轉時는, 시뮬레이션 結果에서와 같이 過渡時의 固定子 피크 電流는, 定格電流의 약 4배의 電流가 흐르고, 速度는 400 [rpm]에서 738 [rpm]까지, 電源周波數와 같은 周期로 계속적인 振動을 수반하였다.

6. 結 論

電氣機械의 結合으로, 非線形性이 강한, 誘導電動機의 5次元 動特性 모델의 安定度 解析으로부터 얻어진 結果는 다음과 같다.

(1) 非線形 시스템을 나타내는, 多次元 狀態空間 動特性모델로부터, 定常狀態 값을 구하여, 線形項과 非線形項을 分離시킨다음, 行列의 特殊變換에 의해, 非線形項을 處理함으로서 線形 시스템의 行列多項式에 의한, Lyapunov 函數의 構成法을 適用할 수 있는, 한 方法을 제안하였다. 이로서 얻어진 5次元의 超空間에서의, 閉曲面 漸近 安定 領域은 定常狀態 動作點 附近에서 線形化 시켜서 얻어진 값보다 實安定領域에 훨씬 가까운 2564.9560의 값으로 나타났다.

(2) 安定 運轉時는 60 [Hz]에서, 固定子 電壓降下를 補償한, 1.036배의 電壓을 印加한 後, 固定子 피크電流는 定格電流의 약 3.2배의 電流가 흘렀으며, 토크는 +側으로 10배, -側으로 6배까지 振動하였다. 또한, Lyapunov 函數 값은 初期值 127.5217으로부터, 550 [ms]인 地點까지는, 正弦減衰 振動하였으며, 모든 狀態가 安定的인 平衡狀態에 到達되는 時點인 1.5 [sec]에서 0으로 減小하였다.

(3) 不安定 運轉時는, 19.1 [Hz]에서 固定子 電壓降下를 補償하지 않고, 0.3183배의 電壓을 印加後, 速度는 400 [rpm]에서, 738 [rpm]까지 電源 周波數와 같은 周期로 正弦振動을 繼續하며, 固定子 電流는 定格電流의 ±1.5배, 토크는 +側으로 3배, -側으로 약 5배까지 振動하였다. 이 때, Lyapunov 函數 값 $V_n(Y)$ 는 繼續 增加하게 되었다.

參 考 文 獻

(1) 李浚杓, Lyapunov 函數에 依한 交流電動機의

- 安定度 解析에 관한 研究, 中央大 博士學位論文, 1988.
- (2) 李浚橋 外, Stability Analysis of I. M. by Lyapunov Function Construction of Matrix Quadratic Polynomial Type, 電氣學會 電力電子研究會, 第 9 回, pp. 38-41, 1988.
- (3) Robert H. Nelson et al, Stability Analysis of a Symmetrical I. M., IEEE, Vol. PAS-88, No. 11, pp. 1710-1717, 1969.
- (4) Thomas A. Lipo et al, Stability Analysis of a Rectifier-Inverter I. M. Drive, IEEE, Vol. PAS-88, pp. 55-56, 1969.
- (5) S. Sivakumar et al, Control of Current Fed I. M. Drives Using Pseudo Linearization, Conference on Applied Motion Control, 1986.
- (6) Kunio Koga et alii., Stability Analysis and Stabilizing Control of Inverter Fed I. M., 日本電學產應部門全國大會, No. 81, pp. 391-392, 1987.
- (7) N. Ramesh et alii., Induction Machine Instability Prediction Based on Equivalent Circuit, IEEE Winter Meeting, T72 048-2, pp. 801-807, 1972.
- (8) Yasuhiko Dote, Existence of Limit Cycle and Stabilization of Induction Motor via New Nonlinear State Observer, IEEE, Vol. AC-24, No. 3, pp. 421-428, 1979.
- (9) Yasuhiko Dote, Stabilization of CCI Motor Driver System via New Nonlinear State Observer, IEEE, Vol. IECI-27, No. 2, pp. 77-81, 1980.
- (10) A Bellini et alii., A Microcomputer Based Optimal Control System to Reduce the Effects of the Parametric Variations and Speed Measurement Error In Induction Motor Drives, IEEE, Vol. IAS-84, No. 24, pp. 612-617, 1984.