

엔진 크랭크 축계의 비틀림 진동

Torsional Vibration of Engine Crank Shaft

강 구 태, 여 승 동
Kang K. T., Yeo S. D.

1. 머리말

엔진 크랭크축계의 비틀림진동은 엔진설계 및 제작에 있어서 오랜동안 주관심사였다. 크랭크축계의 비틀림진동에서 고려되는 문제는 비틀림진동계의 고유진동수와 이에 따른 차수별 엔진의 공진속도와 엔진의 공진속도에서의 비틀림진동각 및 크랭크축의 비틀림진동에 의한 토오크와 비틀림 응력 등이다. 엔진이 정상적으로 운전될 때 크랭크축계의 비틀림 진동이 일정수준을 넘을 경우 소음 발생 및 크랭크축계 파손의 원인이 될 뿐만 아니라 크랭크축 자체는 진동을 견딜 수 있는 충분한 강성을 가지고 있더라도 댐퍼파손, 벨트폴리 파손, 기어류 손상, 클러치 마모, 벨브 타이밍 변화에 따른 성능저하 등 많은 문제를 야기시킨다.

최근 엔진이 고속, 경량, 고효율화 되면서 크랭크축 비틀림진동에 있어서 많은 치수의 공진 속도가 엔진 구동속도 구간내에 들어오고 가진력도 크게 되었다. 이에 따라 설계제약 조건 내에서 크랭크축계의 비틀림 진동을 최소화 하기 위하여 댐퍼를 이용하는 등 비틀림진동 측면에서의 크랭크축 최적설계가 중요한 문제로 등장하였다. 최적설계를 위해서는 정확한 해석방법의 도입 및 강성, 질량 관성 모멘

트, 댐핑계수의 정확한 예측이 필요하다. 강성, 질량관성 모멘트는 많은 연구결과와 최근의 CAD 시스템 도입 등으로 상당히 정확한 예측이 가능해졌으나, 댐핑계수는 댐퍼재질의 동특성 규명이 어려워 아직도 실제와 일치하는 결과를 얻기 위해서는 많은 노력과 경험이 요구된다. 컴퓨터가 발달함에 따라 과거에는 실험에만 의존하던 문제를 해결하기 위해 여러가지 해석 방법이 많이 개발되었다. 현재 선진국의 많은 자동차 회사에서는 독자적인 simulation program을 개발 보유하고 있으며, 새로운 엔진을 설계할 때, 혹은 엔진 동력전달계에 문제가 발생 했을 때, 이 simulation 및 비틀림 진동 측정을 통하여 해결한다.

당사에서는 이 중 가장 많이 쓰이고 있는 방법으로 simulation program을 개발했으며, 비틀림 진동 측정 방법도 개발했다. 또한 비틀림진동 측정결과와 simulation 결과의 비교로부터 simulation 결과 및 측정결과와의 정확도를 높여가고 있으며, simulation 방법의 개선을 모색하고 있다.

본 글에서는 이 program에 이용된 기본이론과 실험방법 및 댐퍼 선정 방법을 간단히 소개하고자 한다.

2. 크랭크축 비틀림진동 해석이론

2.1 크랭크축 모델링

크랭크축의 비틀림진동 해석을 위하여 크랭크축을 집중질량(Lumped Mass)과 질량이 없는 축으로 모델링 한다. 일반적으로 집중질량의 수는 엔진실린더 수에 따라 Fig.1과 같이 각 실린더당 한 개의 집중질량과 플리부, 플라이휠 등을 각각 하나의 집중질량으로 가정하고 댐퍼가 있는 경우 댐퍼도 하나의 집중질량으로 가정하여 모델링한다.

모델링된 축의 집중질량과 집중질량 사이를 연결하는 부분은 질량이 없고 강성과 감쇠만 있다고 가정하며 일반적으로 크랭크핀과 크랭크핀 사이의 값으로 한다.

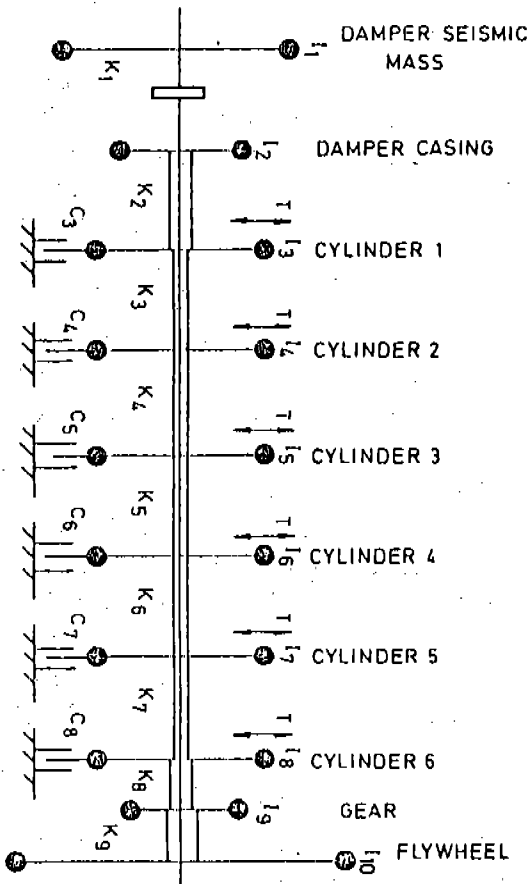


Fig.1 Lumped Mass Model of Crank Shaft for Torsional Vibration Analysis

1) 질량 관성 모멘트 계산

크랭크축의 질량관성 모멘트를 구하는 방법은 다음과 같다. 일반적으로 형상이 단순한 핀 또는 저어널 등은 간단한 공식으로 계산하고, 형상이 복잡한 웨브(Web) 부분은 CAD system을 이용하여 Solid Modeling으로 구한다. 또한 플라이휠이나 플리와 같이 실제부품이 있는 경우에는 그 부품의 질량관성 모멘트를 직접 측정하여 구하기도 하며, 컨벡팅 로드(Con-Rod)와 피스톤 등 왕복 질량에 의한 관성 모멘트는 상당관성 모멘트로 바뀌어서 적용한다. 각 부품의 질량 관성 모멘트를 구하는 식은 다음과 같다.

(1) 저어널(Journal)

$$J = \frac{\pi}{32} \rho (D^4 - d^4) L$$

J : 질량 관성 모멘트

ρ : 밀도

D : 저어널의 외경

d : 저어널의 내경(Hole이 있는 경우)

L : 저어널의 길이

(2) 크랭크 핀(Crank Pin)

$$J = \frac{\pi}{4} \rho L c \left(\frac{Dc^4 - dc^4}{8} + Ro^2 (Dc^2 - dc^2) \right)$$

J : 질량 관성 모멘트

ρ : 밀도

Lc : 핀의 길이

Dc : 핀의 외경

dc : 핀의 내경(Hole이 있는 경우)

Ro : 크랭크 반경

(3) 크랭크 웨브(Crank-Web)

CAD system이 없을 때는 식

$$J = \rho \int_V r^2 dV$$

으로 Web를 작게 잘라서 구하였지만, CAD system으로 Solid Modeling하여 쉽게 구한다.

Fig.2는 크랭크 웨브(Crank-Web)의 CAD Solid modeling 예다.

(4) 컨벡팅 로드(Con-Rod), 피스톤(Piston)
컨벡팅 로드(Con-Rod)와 피스톤(Piston)은 왕복질량과 회전질량으로 구분하여 다음과 같이 구한다.

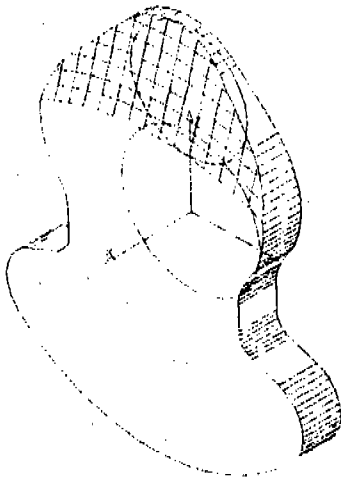


Fig.2 Solid Model of Crank Web to Calculate Mass Moment of Inertia

○ 회전 부분

$$J_{rot} = Ro^2 M_{rot}$$

Ro : 크랭크 반경

M_{rot} : 컨넥팅 로드(Con-Rod)의 회전질량

○ 양복 부분

$$J_{recip} = \frac{1}{2} Ro^2 M_{recip}$$

Ro : 크랭크 반경

M_{recip} : 컨넥팅 로드(Con-Rod)의 양복질량과 피스톤(Piston) 전체질량

(5) 플라이 휠(Fly Wheel), 풀리(Pulley) CAD system solid modeling으로 구하거나 제품이 있는 경우에는 직접 측정한다.

$$J = \frac{MR^2\tau^2}{(2\pi)^2 L}$$

τ : 주기

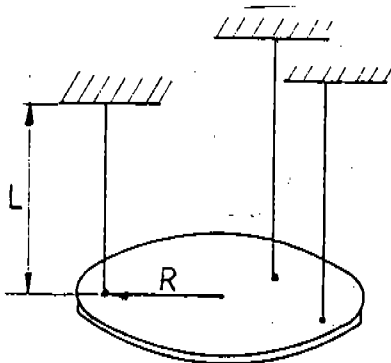


Fig.3 Moment of Inertia Measuring System

M : 질량

R : 반경

L : 길이

2) 축의 강성계수 계산

상당 크랭크축계에서 집중질량과 집중질량 사이를 연결하는 질량이 없는 축의 강성계수는 먼저 각 부위의 등가길이를 구한 후 다음 식으로 구한다.

$$K = \frac{\pi}{32} Ge \frac{De^4}{Le}$$

K : 강성계수

Ge : 전단계수

De : 기준직경(대부분 저어널 직경)

Le : 등가길이

크랭크 핀 등 축의 등가길이는 다음 식으로 구하고,

$$Le = L \frac{De}{G} \frac{De^4}{Do^4 - Di^4}$$

Le : 등가길이

L : 축의 길이

Ge : 기준축의 전단계수

G : 전단계수

De : 기준직경

Do : 축의 외경

D : 축의 내경(Hole이 있는 경우)

단이 있는 축 및 커플링, 램프 등의 강성계수는 참고문헌 1에 잘 설명되어 있다.

크랭크 웨브(Crank-Web)의 강성계수는 실험식(B.I.C.E.R.A)에 의한 방법과 F.E.M에

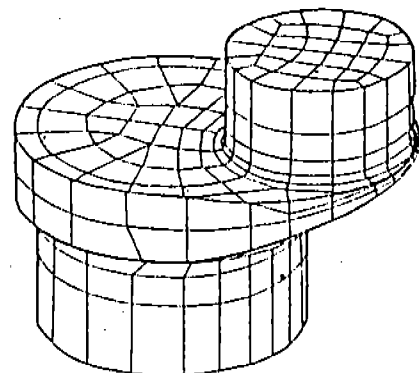


Fig.4 Finite Element Model of Crank Shaft to Calculate Stiffness

의한 방법이 있다. 당시에서는 실험식(B.I.C. E.R.A방법)을 이용하여 크랭크핀과 웹(Web), 저어널의 등가길이(Equivalent Length)를 구하여 크랭크(Crank)의 강성계수를 구하는 전산 프로그램을 개발하여 이용하고 있다. Fig. 4는 크랭크축의 강성계수를 구하기 위한 F.E. Model의 한 예이다.

2.2 가진 토오크 계산

가진 토오크는 실린더가스압력과 왕복질량의 관성력에 의한 복합 토오크로 작용하며 조화 해석(Harmonic Analysis)을 하기 위해 실린더 가스압력에 의한 토오크와 관성력에 의한 토오크를 각각 푸리에 쪼리즈(Fourier Series)로 전개하여 조화성분을 구한다. 이렇게 구한 각각의 조화성분을 Order별로 합하여 진동 가진 토오크를 계산한다.

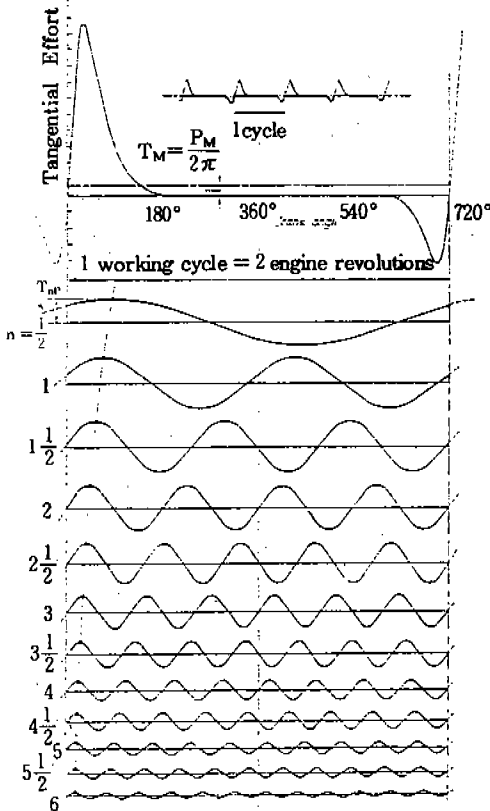


Fig.5 Harmonic Component of Tangential Effort Curve Due to Gas Pressure In Single Cylinder Engine(4 Stroke Cycle)

1) 가스압력에 의한 토오크

실린더 압력으로부터 구한 Tangential 압력 성분을 푸리에 쪼리즈로 전개하여 조화 성분을 구한다. 때로는 실린더 압력을 모든 크랭크각도에 따라 전부 구하기 어려운 경우가 많으므로 1MEP로부터 경험식에 의하여 Tangential 압력을 Order별로 Cosine 및 Sine 성분으로 구한다.

2) 관성 토오크

관성 토오크의 Tangential 압력성분은 다음 식으로 표시된다.

$$P_t \equiv \frac{T}{ARo} = \frac{m \omega^2 Ro}{A} \left(\frac{Ro}{4L} \sin(1\phi) - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{32} \left(\frac{R}{L} \right)^4 \right\} \sin(2\phi) - \left\{ \frac{3Ro}{4L} + \frac{9}{32} \left(\frac{Ro}{L} \right)^3 \right\} \sin(3\phi) \dots \right)$$

여기서 $\sin(n\phi)$ 의 계수가 n Order의 조화성분이 된다.

3) 종합 토오크

실린더 가스압력에 의한 Tangential 압력을

$$P_t = \sum_n (S_{gn} \sin(n\omega t) + C_{gn} \cos(n\omega t))$$

라 놓고, 관성 토오크에 의한 Tangential 압력을

$$P_t = \sum_n S_{in} \sin(n\omega t)$$

라 놓으면 전체 토오크는

$$T_t = \sum_n |T_n| \sin(n\omega t + \epsilon_n)$$

$$|T_n| = \sqrt{(S_{gn} + S_{in})^2 + C_{gn}^2}$$

으로 된다.

2.3 비틀림진동 해석

1) 자유진동 해석

크랭크축 비틀림진동의 고유진동수 및 모우드형상 벡터를 구하기 위하여 모델링된 크랭크축의 자유진동 해석을 한다. 이는 외부로부터 가진 입력이 없는 계의 고유값을 구하는 문제가 되며 일반적인 식은 $[J] \{\ddot{\theta}\} + [K] \{\theta\} = \{0\}$ 으로 표시되며 응답을 조화함수로 가정

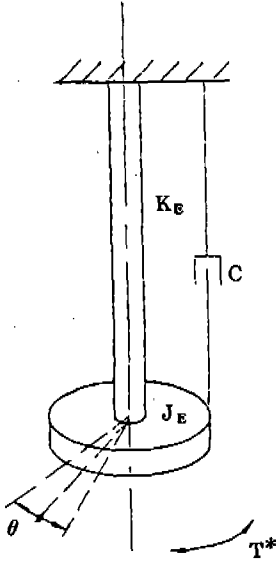


Fig.6 Equivalent 1-Mass System for Forced Vibration Analysis

하여 고유값 및 고유 벡터를 구한다.

2) 강제진동 해석

다기통 엔진에서 각 실린더의 가스압력 및 관성에 의한 토크가 크랭크축에 작용할 때 비틀림진동을 해석하는 방법에는 등가 1 질량계 해석방법과 강제 감쇠 해석방법이 있다.

(1) 등가 1 질량계 해석

이 방법은 집중 질량계로 모델링된 등가 크랭크축을 다시 등가 1 질량계 해석 모델(Fig. 6)로 바꾸고 각 실린더에 작용하는 가진 토크를 등가 1 질량계에 작용하는 등가 토크로 치환하여 해석한다.

a) 등가 1 질량계 모델링

- 등가 질량 관성 모멘트

$$J_e = \sum_{i=1}^n J_i \Delta^2 i$$

J_e : 등가 질량 관성 모멘트

J_i : 각 실린더의 질량 관성 모멘트

Δi : i 번째 Lumped mass의 상대진폭

- 등가 강성계수

$$K_e = J_e \omega^2$$

K_e : 등가 강성계수

J_e : 등가 질량 관성 모멘트

ω : 계의 고유 진동수

- 등가 가진 토크

$$T^* n = |T_n| A R_o \Sigma \vec{\Delta}$$

$T^* n$: 등가 가진 토크

$|T_n|$: 각 실린더에 작용하는 토크

A : 피스톤 면적

R_o : 크랭크 반경

$\Sigma \vec{\Delta}$: Phase 벡터 합

b) 비틀림 진동각 계산

- 비틀림진동각

$$\theta_1 = M \cdot \theta_s$$

θ_1 : 비틀림진동각

M : 동적 확대계수

- 댐퍼가 없는 경우

$$M = 3.8 \times \theta_s^{-0.25}$$

- 댐퍼가 있는 경우

$$M = 1 / (\sqrt{1/Me^2 + 1/Md^2})$$

Me : 댐퍼가 없는 경우 동적확대 계수

Md : 댐퍼가 있는 경우 동적확대 계수

θ_s : 정적 변위

$$\theta_s = T^* / K_e$$

c) Nominal Stress 계산

$$\sigma = \frac{1}{Z} \text{Max}(\Sigma J \omega^2 \Delta) \cdot \theta_1$$

σ : Nominal stress

Z : 단면계수

D : 크랭크핀 직경

d) 공진 속도가 아닐 때 비틀림 진동각

$$\theta_F = \frac{\theta_1}{M^2 \left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}$$

(2) 24-Order 강제 감쇠 해석

이 해석방법은 모델링된 상당축에 감쇠와 가진 토크가 모두 작용하는 계를 직접 해석하는 방법으로 푸리에 씨리즈로 전개된 가진 토크를 각 Order 별로 해석하여 각 Order의 결과를 합하여 비틀림 진동각과 각 위치에서의 비틀림 진동토크를 구한다. 이를 식으로

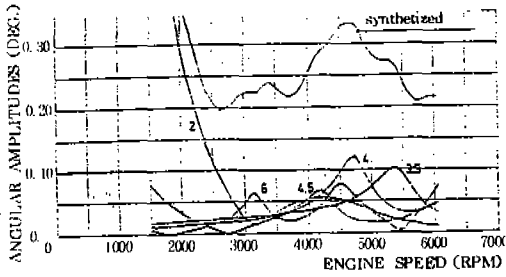


Fig.7 Result of 24-Order Forced Damped Analysis

표현하면 n -Order에 대한 식은,

$$[J]\{\ddot{\theta}_n\} + [C]\{\dot{\theta}_n\} + [K]\{\theta_n\} = [T_n]$$

가 되며, 해석하고자 하는 속도에서 가진력 $[T_n]$ 의 24개 Order에 대하여 해석하여 그 결과 $\{\theta_n\}$ 및 이로부터 나오는 진동 토오크를 모두 합하면 그 속도에서 비틀림 진동각과 진동토오크가 된다.

이 해석에서 문제가 되는 감쇠계수는 다음 식으로 근사치를 구하여 사용하거나

$$C = C_e / \Sigma \Delta^2$$

$$C_e = \omega n \Sigma J \Delta^2 / M_e$$

$$M_e = \frac{100}{0.2bm \Sigma \Delta^2 + 0.6}$$

- C : 댐핑 계수
- C_e : 상당 댐핑 계수
- M_e : 상당 확대계수
- bm : 베어링 계수
- $\Sigma \Delta$: Phase벡터 합

경험값으로 사용한다. 때로 비틀림진동을 측정 한 결과가 있을 때는 측정결과 비틀림진동각과 해석 결과의 비틀림진동각이 일치하도록 감쇠계수 C 를 보정하여 감쇠계수 C 를 역으로 추정함으로써 경험값을 측정한다. Fig.7은 본 해석결과의 한 예다.

3. 크랭크축 비틀림진동 측정

3.1 개 요

엔진 작동상태에서 크랭크축계에 나타나는 비틀림진동을 측정하는 것은 다음 두가지 측

면에서 중요하다.

1) 설계단계에서 예측된 비틀림진동값이 실제로 엔진이 작동할 때 안전한도를 초과하지 않는지를 확인

2) 비틀림진동을 일으키는 과정을 이론적으로 규명하고 이론해석 방법을 개선하기 위한 비교자료 제공

비틀림진동 측정은 Order별 공진속도 및 그 때의 비틀림진동각을 측정하는 것으로 다음과 같은 여러가지 측정 방법이 있다.

- Seismic Torsiograph
- Linear Accelerometer
- Angular Accelerometer
- Toothed Wheel
- Optical Encoder
- Laser

위에 소개된 각 방법은 제각기 장·단점을 가지고 있다. 본 연구소에서는 Toothed Wheel 방법으로 비틀림진동을 측정하고 있다. 다른 방법에 대한 설명은 생략하고, 여기서는 Toothed Wheel 방법에 대해서만 소개하고자 한다.

3.2 실험 장치

실험 장치의 Block Diagram은 Fig.8과 같다.

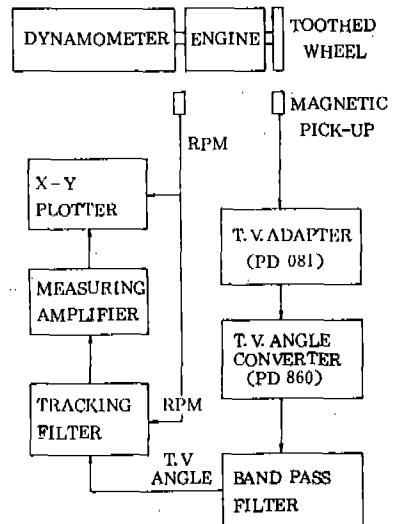


Fig.8 Block Diagram of Test Equipment

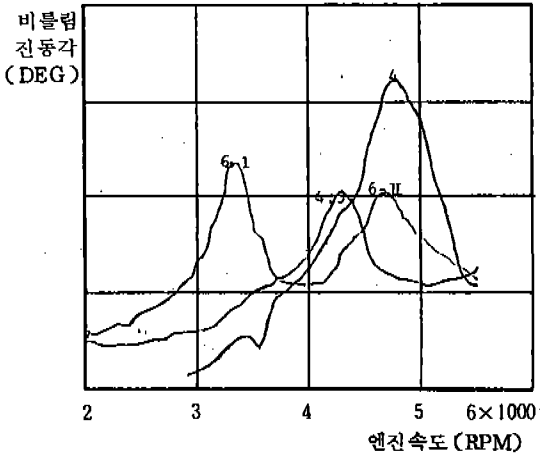


Fig. 9 Typical Output of Torsional Vibration Test

3.3 실험 방법

앞에 설명된 바와 같이 실험장치를 설치한 후 엔진을 Full Load 상태로 최저 속도에서 최고속도까지 연속적으로 증가시키면서 비틀림진동값을 측정한다. Toothed Wheel 방법으로 비틀림진동을 측정할 때 고려되어야 할 측정 오차는 다음과 같다.

- Gear 가공오차와 조립오차
- Magnetic Pick-up의 진동
- 크랭크축 Whirling 운동
- Engine Cyclic 속도 변동
- 전자기 Noise
- 장비 오차

오차 발생을 줄이고 정확한 측정을 위해서 Magnetic Pick-up을 여러개 이용하여 불필요한 신호를 제거시키고, Bearing을 이용하여 Toothed Wheel과 Magnetic Pick-up의 상대 위치를 고정시키는 등의 Technic을 적용하기도 한다. 때로는 Toothed Wheel 대신 Optical Sensor를 이용하기도 한다.

4. 댐퍼 설계

어떤 엔진의 크랭크축 비틀림진동이 제시된 기준을 초과하는 경우의 해결 방법으로는 크랭크핀이나 저어널의 직경을 늘리는 방법 등이 있으나 이 방법은 때로 큰 어려움을 수반

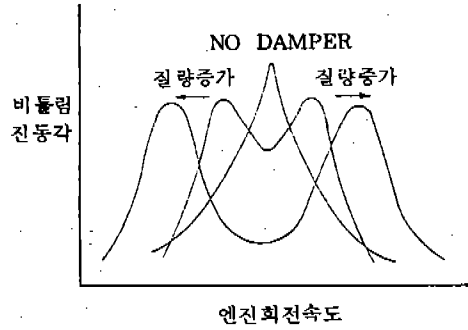


Fig. 10 Effect of the Damper Inertia Ring Mass Variation on Torsional Vibration Characteristic

한다. 특히 엔진의 경량화 추세에 따라 요즘은 저어널 직경을 늘리는 대신 댐퍼를 많이 쓰는 경향이 있다. 댐퍼의 종류에는 고무댐퍼, 비스코스 댐퍼가 있으며, 소형엔진에는 고무댐퍼를 쓰고, 대형엔진에는 비스코스댐퍼를 주로 쓴다.

크랭크축계에 고무댐퍼를 부착하면 공진 회전수가 하나 더 생기는데, 이는 댐퍼가 집중 질량을 하나 증가시켜 진동 Mode를 증가시키기 때문이다. Fig. 10은 댐퍼링의 질량 관성모멘트 증가에 따라 두 개의 공진주파수가 서로 멀어지는 현상을 나타내고 있으며, Fig. 11은 댐퍼의 질량 관성 모멘트와 댐퍼 고무의 강성 계수가 변함에 따라 크랭크축계의 비틀림 진동 양상의 변화를 그린 것이다.

고무 댐퍼는 Tuning 효과와 댐핑효과가 동시에 나타나며, 최적 댐퍼는 크랭크축의 비틀

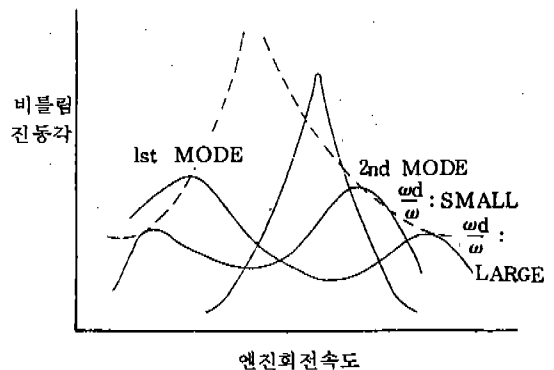


Fig. 11 The Tuning Characteristic of a Rubber Damper

림 진동을 최소화 하는 댐퍼링(Damper Ring)의 질량관성, 댐퍼 고무(Damper Rubber)의 강성계수 및 감쇠계수로 된 댐퍼를 말한다. 댐퍼 구성요소 각각의 변화에 따른 크랭크축 비틀림 진동의 변화 양상(Fig.10, Fig.11)을 고려하여 최적 댐퍼를 설계한다. 또한 크랭크축 비틀림 진동이 제시된 기준을 만족하고 댐퍼 고무의 히스테리시스에 의한 열하중을 견딜 수 있도록 설계하여야 한다. 설계 초기에는 다음의 경험식에 따라서 댐퍼의 관성 및 강성계수를 초기 시뮬레이션 입력값으로 하여 반복 해석을 통하여 최적 댐퍼를 설계한다.

1) 질량 관성 모멘트의 추정

$$Jd = 0.3 \cdot J_e$$

$$J_e = \sum J\theta^2$$

Jd : 댐퍼링의 질량 관성 모멘트

J_e : 엔진의 등가 질량 관성 모멘트

2) 강성계수의 추정

$$Kd = 0.23 \cdot \omega^2 J_e$$

or $Kd = \omega d J$

$$\omega d = 0.9 \cdot \omega$$

Kd : 댐퍼 고무의 강성계수

ωd : 댐퍼의 고유진동수

ω : 엔진의 고유진동수

5. 맺 음 말

이상으로 엔진 크랭크축계의 비틀림 진동해석 이론 및 비틀림 진동 측정 방법을 간단히 설명했다. 이 방법에 따라 본 연구소에서는 여러 종류의 엔진에 대하여 해석 및 실험을 수

행하여 좋은 결과를 얻고 있으며, 그동안 해결한 문제로는 개발 엔진의 고무댐퍼 최적 설계 및 선정, 댐퍼 및 크랭크축의 파손 원인 규명, 크랭크축 부착부품의 Bolt 체결 설계 등이다.

이론 해석 및 실험 방법의 수준 향상을 위하여 기존 이론을 검토 도입하고 새로운 기술을 개발, 적용하는 것이 필요하다.

참 고 문 헌

1. B.I.C.E.R.A HAND BOOK.
2. Practical Solution of T.V Analysis, Vol 1,2,3,4,5 W Ker Wilson.
3. A.J. Edwards: "TORVAP-A: A computer program for the torsional vibration analysis of multi-junction, multi-branch systems", Vol.5, No.3, July 1973.
4. D.F. Kabele: "A new approach in the simulation of crankshaft torsional vibration", IMechE, 1984, C140/84.
5. H. Valland et al: "Application of the direct solution method to engine vibration problems", Norwegian Maritime Research, No.1/1980.
6. K. Wakabayashi et al: "A simulation method for the torsional vibration waveform of a crankshaft with a rubber damper", I Mech E 1979, C119/79.
7. R.W. Zdanowich et al: "Some practical applications of rubber damper for the suppression of torsional vibration in engine systems", I Mech E Proc, Vol.153, 1945.