

실험적 모우드해석을 통한 엔진 마운트계의 동역학적 모델링

Dynamic Modeling of Engine / Mount System via Experimental Modal Analysis

정 경 렬*, 조 치 영**, 김 광 준***, 이 종 원****
 K. R. Chung, C. Y. Cho, K. J. Kim, C. W. Lee

ABSTRACT

The analytical model of an engine mount system with six degrees of freedom is identified using the modal parameters obtained from the experimental modal analysis. The structural parameters, mass moment of inertia of the engine block and stiffness of the rubber mounts, of the engine mount system are determined by using the condition that the estimated modal parameters should satisfy the corresponding eigenvalue problem.

The simulated modal parameters of the identified analytical model are in good agreement with the measured modal parameters.

기 호 설 명

$[A]^+$: 행렬 $[A]$ 의 의사 역행렬 (pseudo-inverse matrix)

a, b, c : 각 마운트의 설치위치의 x, y, z 좌표값

$\{f\}$: $\{f\}$ 의 phasor

$\{f\}$: 가진력 벡터

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : 엔진의 x, y, z 축 방향의 관성 모우먼트

I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} : 엔진의 x, y, z 축 방향의 상승 관성모우먼트

i : 허수 단위 ($= \sqrt{-1}$)

$[K]$: 강성 행렬

$[K]$: 모우드 강성 행렬 (modal stiffness matrix)

K_{RI} : 전방마운트의 압축방향 강성계수

K_{RII} : 전방마운트의 전단방향 강성계수

K_{TI} : 후방마운트의 압축방향 강성계수

K_{TII} : 후방마운트의 전단방향 강성계수

$[M]$: 질량 행렬

$[m]$: 모우드 질량행렬 (modal mass matrix)

$\{Q\}$: 변위벡터 $\{q\}$ 의 phasor

$\{q\}$: 변위 벡터

ω_m : 고유진동수

ω : 주파수

x, y, z : 질량중심 좌표계에 대한 병진운동

α : 전방마운트의 설치각도

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$: x, y, z 축 방향의 회전운동

$[\Phi]$: 모우드 행렬 (modal matrix)

$\{\phi\}$: 고유 벡터

* 한국과학기술원 기계시스템 연구실

** 한국중공업

*** 한국과학기술원 생산공학과

**** 한국과학기술원 기계공학과

1. 서 론

내연기관에서의 엔진부 진동은 실린더 내의 가스압력, 왕복질량의 관성력에 의한 수직력, 모우멘트, 토오크 등의 힘으로 발생하여 차체에 전달됨으로써 소음과 승차감 저하, 심한 경우에는 피로 파괴 등의 문제를 가져오므로 이를 줄일 필요가 있다.

엔진부의 진동절연 문제를 분석, 해결하기 위해서는 우선 엔진 마운트계에 대한 적절한 동역학적 모델이 필요하다. 이런 수학적 모델을 이용하여 실제로 엔진의 구조를 변경시키지 않고서도 시뮬레이션을 통하여 설계변수를 재결정하여 동역학적 특성을 개선시킬 수 있다.

이전의 연구에서는 엔진마운트를 3 자유도로 가정하거나 [1, 2], 6 자유도계로 가정한 후 [3, 4], 엔진 몸체의 질량과 관성모우멘트에 대하여는 직접적인 측정방법으로는 구했으며, 고무마운트의 강성값 및 감쇠비는 별도의 가진 실험으로부터 구했다. 그러나 위 방법론은 엔진 몸체의 형상이 복잡하여 관성모우멘트를 정확하게 측정하기 어려울 뿐만 아니라, 가진 실험으로부터 구한 고무 마운트의 강성 및 감쇠비가 실제로 엔진이 정착된 경우에도 적용될 수 있는지 확인되지 못한 점등을 몇 가지 문제점을 가지고 있다. 본 연구에서는 엔진마운트계에 실험적 모우드 해석(Experimental Modal Analysis)방법을 적용하여 우선 계의 모우드 매개변수를 추출하고 이를 이용하여 동역학적 모델을 결정하였다. 본 연구에서는 실제 자동차 엔진(S2 엔진, 2209 cc, 4기통, 3점지지 마운트)의 동역학적 모델을 실험적으로 구하였다. 다음절에서는 엔진 마운트계의 동역학적 모델을 감쇠를 무시한 6 자유도계로 모형화하여 운동방정식을 유도하였다.

2. 엔진 마운트계의 동역학적 모델 설정

엔진 마운트계의 동역학적 모델을 설정하는 데 있어서 엔진은 엔진의 질량중심에 위치한 직교좌표계 (x, y, z)에 대한 3축방향의 병진운동과 회전운동을 갖는 6 자유도계로 모델

링 하였다.

고무마운트의 모델링에 있어서 감쇠는 고려하지 않고 강성계수는 주파수와 온도에 관계없이 일정한 값을 가지며 비선형성 및 회전강성계수를 무시하여 각 주축 방향으로 3개의 선형 스프링(1개의 압축, 2개의 전단 스프링)이 고무마운트의 탄성 중심에 핀으로 결합된 등가계로 모델링하였다.⁽⁵⁾ 그리고 S2 엔진의 경우처럼 고무마운트가 좌표축에 대해 임의의 각도를 갖도록 설치된 경우에 각 좌표축 방향에 대한 강성계수는 주축 강성계수 및 방향여현과의 관계식으로부터 구할 수 있다.⁽⁴⁾

엔진에 부착된 1개의 흡입 공기 호스 및 2개의 냉각수 호스의 강성효과와 머플러의 질량 및 관성효과를 무시했다. 따라서 본 연구에 사용된 S2 엔진의 간략화된 동역학적 모델은 그림 1과 같다.

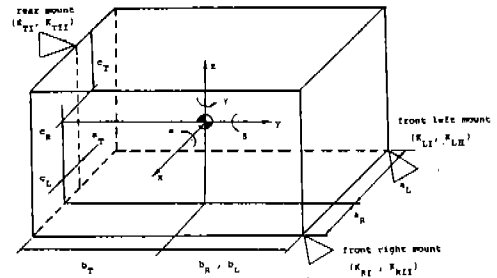


Fig.1 Dynamic Model of the Engine/Mount System

이에 대한 운동방정식을 유도하여 행렬을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [k]\{q\} = \{f\} \dots\dots\dots (1)$$

여기서 {q}와 {f}는 각각 6×1의 변위 및 힘벡터이며, [M], [K]는 6×6의 질량 및 강성 행렬이며, 각 행렬 요소들은 참고문헌⁽⁶⁾에 수록되어 있다.

다음절에서는 실험적 모우드해석의 기본사항을 약술하였다.

3. 실험적 모우드해석

3.1 모우드해석(Modal Analysis)

운동방정식 (1)에서 계의 동특성을 구하기 위해 가진력 $\{f\} = \{\bar{F}\} \exp(i\omega t)$ 일 때의 정상해를 $\{q\} = \{\bar{Q}\} \exp(i\omega t)$ 라 하고 이를 대입하여 정리하고 $\{\bar{F}\} = \{0\}$ 로 가정하면 다음의 고유치 문제를 얻는다.

$$[-\omega^2[M] + [K]] \{\bar{Q}\} = \{0\} \dots\dots\dots (2)$$

위 식을 풀면 고유치 ω_{nr} 및 고유벡터 $\{\phi_r\}$, $r = 1, 2, 3, \dots, 6$ 가 구해지며 고유 벡터와 질량과 강성행렬과의 직교조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} &= [m] \\ \{\Phi\}^T [K] \{\Phi\} &= [k] \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

여기서 $\{\Phi\}^T$ 는 모우드행렬 (Modal Matrix) $\{\Phi\}$ 의 전치행렬이다.

실험적 모우드해석에서는 식 (2)와 (3)의 기본이론을 적용하여 구조물을 적당한 형태의 힘으로 가진시켜서 그 때의 힘과 응답치를 측정하여 동특성을 파악한다. 본 연구에서는 가진 입력으로 광범위 주파수신호 (Wide-Band Signal)를 사용하여 여러개의 모우드를 동시에 가진시킨 다음 그 응답을 측정하여 FFT(Fast Fourier Transform)를 기초로한 신호분석기를 통하여 주파수 응답함수를 구해 이를 분석하는 방법을 사용하였다. 실험으로부터 구한 주파수 응답함수로부터 모우드 매개변수를 추출하기 위하여 일반적으로 측정된 주파수 응답함수 값들을 커브 피팅(Curve Fitting) 함으로써 얻을 수 있다. 그러나 감쇠가 비교적 작은 경우에는 간단히 주파수 응답함수의 허수부의 Peak값으로부터 고유진동수와 진동모우드 형태를 추출할 수 있다.

3.2 실험장치 및 방법

엔진 마운트계의 모우드 실험과정을 그림 2에 보였다. 실제 S2 엔진은 엔진 몸체의 중앙 하단 양 측면에 2개의 전방 마운트(Front Mount)와 트랜스미션 부분에 하나의 후방 마운트(Rear Mount)로서 차체에 고정되어 있다. 그러나 본 연구에서는 모우드 실험을 위해 차체로부터 엔진을 분리하여 각 마운트 위

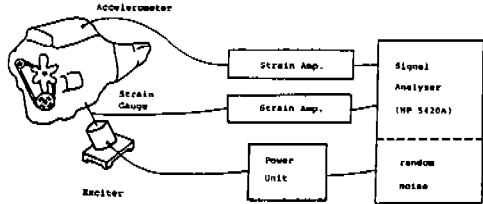


Fig.2 Experimental Process for the Model Test

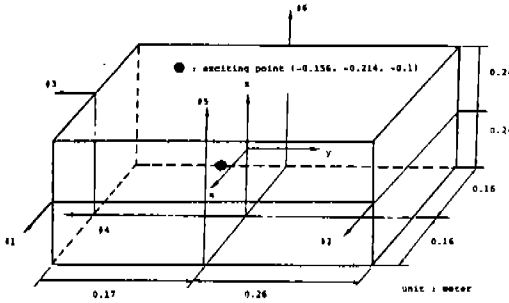


Fig.3 Measurement Points of Excitation and Responses

치에 3개의 지지대를 만들어 설치했다.

그리고 냉각수 호스와 공기 호스가 엔진 마운트계의 동적 특성에 미치는 영향을 파악하기 위해 호스들을 제거시킨 경우 뿐만 아니라 부착시킨 상태하에서도 실험을 행하였다.

가진 위치와 응답신호 측정 지점을 그림 3에 보였다. 여러개의 모우드를 동시에 얻을 수 있도록 측면 하방에서 경사진 방향으로 일렉트로 다이내믹 가진기(Electro Dynamic Exciter)를 이용하여 주파수 분석기(HP 5420A)에서 발생하는 랜덤신호로써 가진시켰다. 가진력은 가진기와 엔진 사이에 강철봉으로 제작된 어댑터(Adaptor)를 설치하고, 그 위에 스트레인 게이지를 부착하여 강철봉의 인장 및 압축 스트레인의 변화를 스트레인 증폭기(Strain Amplifier: Model 6 M82)를 사용하여 측정하고 응답신호는 그림 3에서 처럼 여섯 군데의 측정점을 선정하여 스트레인 게이지형 가속도계(Koywa: Model AS 20G)를 사용하여 측정했다. 측정된 두 신호로부터 주파수 분석기를 이용하여 주파수 응답함수를 구했다.

3.3 실험 결과

그림 4는 여섯 군데의 측정지점에서 측정된 가속도 신호에 대한 주파수 응답함수의 허수부를 그린 것이다. 그림 5는 냉각호스, 흡입공

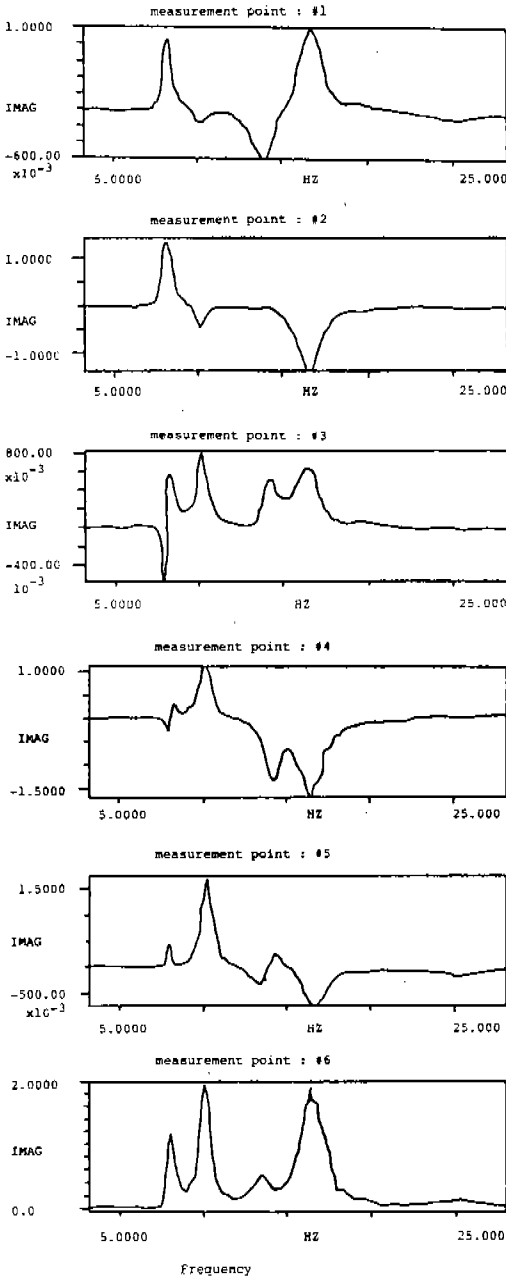


Fig.4 Imaginary Parts of Frequency Responses (acceleration/force) (continued)

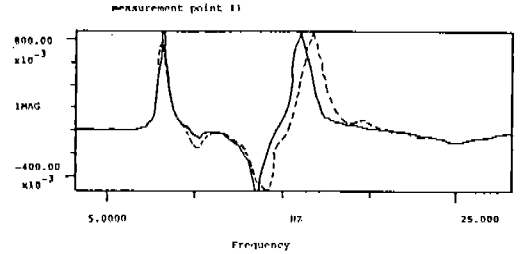


Fig.5 Effects of Cooling Water Hose and Air Hose (Imaginary part of Frequency Response, Solid line: with hoses, dotted line: without hoses)

기 호스, 머플러 등을 부착한 경우와 제거시킨 경우에 대해서 측정지점 # 1에서의 주파수 응답함수를 비교한 것이다. 이 그림으로부터 호스는 4, 5 번째의 모드에 영향을 미쳐 호스를 제거하면 4, 5 번째의 고유진동수가 약 1 Hz 정도 낮아지는 것을 알 수 있다.

측정된 여섯 개의 주파수 응답함수의 허수부로부터 고유진동수는 피크(Peak)에 해당되는 주파수값으로 읽고 모드 벡터는 그 주파수에서의 허수부 값을 읽어 우선 각 측정지점에 대한 병진운동으로부터 엔진 마운트계의 병진 및 회전운동으로 변환시켰으며, 그 결과를 표 1에 나타내었다.

4. 엔진 마운트계의 동역학적 모델 결정

엔진의 형상은 매우 복잡하여 주축 방향의 관성모우멘트와 특히 상승 관성모우멘트를 측정하기가 어려울 뿐만아니라, 고무마운트의 장착조건을 정확하기 파악하기 어려기 때문에 신빙성 있는 동역학적 모델을 얻기 위하여 본 연구에서는 실제 엔진이 장착된 경우를 모우드 매개변수를 실험적으로 구하고 이를 이용하여 엔진 마운트계의 동역학적 모델을 결정하는 방법을 사용하였다.⁽⁷⁻⁹⁾

모우드 실험으로부터 구한 모우드 매개변수, 즉 고유진동수 ω_{nr} 과 고유벡터 $\{\phi_r\}$ 은 다음의 고유치 문제를 만족한다.

즉,

$$[-\omega_{nr}^2 [M] + [K]] \{\phi_r\} = \{0\} \dots \dots \dots (4)$$

$$(r = 1, 2, \dots \dots e)$$

Table 1 Modal Parameters of Eigene/Mount System (Mode shape vector)

mode	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
<i>x</i>	-0.77	-4.10	0.63	0.49	0.04	0.03
<i>y</i>	1.65	-1.60	-2.34	0.51	0.48	-0.00
<i>z</i>	-0.52	-2.20	-4.41	-0.47	0.50	0.00
θ_x	-2.47	1.87	-1.76	4.83	4.53	-0.03
θ_y	-0.44	-13.24	-1.45	-1.22	-7.33	-0.38
θ_z	-0.53	4.98	-1.35	1.72	-5.06	-0.05
Natural Frequency	7.99 Hz	8.36 Hz	10.22 Hz	14.24 Hz	16.46 Hz	25.51 Hz

여기서 *e*는 실험으로부터 구한 모드들의 수이다.

본 연구에서 설정된 엔진마운트계의 모델에서 $[M]$ 및 $[K]$ 에 대해 구해야할 미지수는 다음과 같다. 엔진의 질량은 직접 측정하여도 상당히 정확한 값을 구할 수 있으므로 측정된 질량 265 kg를 바로 이용하면 질량 행렬 $[M]$ 에서는 각 축 방향의 관성모우먼트 I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 및 상승 관성모우먼트 I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} 등 여섯 개의 미지수가 있게 된다. 강성행렬 $[K]$ 에 대해서는 먼저 전방 좌우 마운트는 형상(원통형)을 고려하여 정리하면⁽⁵⁾ 결국 구해야할 미지수는 전방마운트의 압축 및 전단 강성계수 K_{RI}, K_{RII} 와 후방 마운트의 압축 및 전단 강성계수 K_{TI}, K_{TII} 로서 네개이다. 그러므로 모드 실험으로부터 구한 여섯쌍의 모드 매개 변수들을 이용하면 식(4)로부터 총미지수 10개를 갖는 36개의 연립 방정식을 얻을 수 있으며 이를 정리하면 다음의 행렬식을 얻는다.

$$[A]\{u\} = \{b\} \dots\dots\dots (5)$$

여기서 $[A]$ 는 36×10 행렬이고, $\{u\}$ 는 10×1 의 미지수벡터이며, $\{b\}$ 는 36×1 의 상수벡터이다. 따라서 미지수 벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{u\} = [A]^+\{b\} \dots\dots\dots (6)$$

식(6)에서 $[A]^+$ 는 행렬 $[A]$ 의 의사 역행렬(pseudo-inverse matrix)로서 다음과 같이 구해진다.

$$[A]^+ = [[A]^T[A]]^{-1}[A]^T \dots\dots\dots (7)$$

여기서 $[]^{-1}$ 과 $[]^T$ 는 각 행렬의 역행렬 및 전치행렬을 나타낸다.

식(4)에 사용할 고유진동수는 표 1에 주어진 값을 이용하고 고유벡터는 고주파수 영역에 해당하는 모드의 영향을 증가시키기 위해 각 모드 벡터에 해당하는 고유진동수의 제곱으로 가중시킨 것을 이용했다. 식(6)으로부터 결정된 엔진의 관성모우먼트 및 고무 마운트의 강성값을 표 2에 나타내었다. 이들 변수들에 의해 결정되는 수학적 모델의 질량행렬과 강성행렬을 표수들에 의해 결정되는 수학적 모델의 질량행렬과 강성행렬을 표 3에 나타내었다. 그리고 표 4는 위와 같이 실험적 모드 해석을 통해서 얻은 모드 매개변수를 사용하여 결정된 수학적 모델, 즉 질량 및 강성행

Table 2 Identified Structural Parameters of Engine/Mount System

Parameter	unit	value
I_{xx}	kg m	9.4627
I_{yy}	kg m	3.3818
I_{zz}	kg m	13.8691
I_{xy}	kg m	-0.2419
I_{xz}	kg m	-2.0573
I_{yz}	kg m	-3.0323
K_{RI}, K_{LI}	N/m	556787.46
K_{RII}, K_{LII}	N/m	371552.59
K_{TI}	N/m	413224.20
K_{TII}	N/m	160827.38

Table 3 Mathematical Model of the Engine/Mount System

Mass Matrix [M]

$$\begin{bmatrix} 265.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ & 265.00 & & & & \\ & & 265.00 & & & \\ & & & 9.46 & -0.24 & -2.05 \\ & & & & 3.38 & -3.03 \\ & & & & & 13.87 \end{bmatrix}$$

Stiffness Matrix [K]

$$\begin{bmatrix} 1025815.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -52217.33 & 86525.66 \\ & 1156329.39 & & & 64900.78 & 0.00 & -11447.66 \\ & & 1152519.83 & -81983.95 & 11409.9 & & 0.00 \\ & & & 96621.85 & -811.19 & -642.51 & \\ & & & & 41835.23 & 6218.37 & \\ & & & & & & 116837.43 \end{bmatrix}$$

units: [M] (kg, kg · m), [K] (N/m, N·m/rad)

Table 4 Comparison of undamped natural frequencies in Modal Test and Identified Model

mode	Undamped Natural Frequency, Hz		error %
	modal test	identified modal	
1	7.99	8.67	13.5
2	8.36	8.94	6.9
3	10.22	10.16	0.5
4	14.24	13.24	7.0
5	16.46	17.27	4.9
6	25.51	23.67	9.2

$$*error = \frac{|\text{modal test} - \text{identified model}|}{\text{modal test}} \times 100 \%$$

렬에 대한 고유진동수와 실험적 모우드 해석에서 측정된 고유진동수를 비교한 것이다. 표 4를 살펴보면 세계의 모우드에 대한 고유진동수는 잘 일치하고 있지만 4.5 번째의 고유진동수는 각각 1 Hz 정도의 차이가 나고 있다. 그 주된 이유 중의 하나는 모우드 실험 결과에서 호스의 영향이 4.5 번째의 모우드에 나타난 것으로 미루어 모델링 과정에서 호스의 강성을 무시한 때문에 추정된다. 그리고 6 번째 모우드의 고유진동수는 약 2 Hz 정도의 오차를 나타내고 있는데 그림 5의 주파수 응답함수를 검토해 보면 여섯 번째 모우드의 크기가 다른 모우드에 비교해 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에 큰 문제가 되지 않는다.

따라서 본 연구에서 실험적 모우드해석 방법으로 결정된 엔진마운트계의 동역학적 모

델은 실제 엔진이 장착된 상태하의 운동을 기술하는데는 충분히 적당한 모델로 판단된다.

5. 결 론

엔진마운트계의 신빙성있는 동역학적 모델을 얻기 위하여 엔진질량중심에 위치한 직교 좌표계에 대해 세 축 방향의 병진운동과 회전 운동을 갖는 6 자유도계로 모형화하였고, 실험적 모우드 실험에서 얻은 모우드 매개변수를 이용하는 방법을 적용하였다. 모우드 실험으로부터 여섯 쌍의 모우드 매개변수를 얻어 최소오차 자승법을 이용하여 엔진의 관성모우먼트와 선형스프링으로 가정된 각 고무마운트의 동가 강성계수를 구했다. 이 값들로부터 실제 엔진이 장착된 상태하의 일반적인 6자유도계 운동을 기술하는데 적합한 동역학적 모델을 얻었다.

본 연구에서 얻어진 동역학적 모델로부터 산출한 고유진동수와 실제 엔진마운트로부터 실험적으로 구한 고유진동수가 잘 일치하였다.

참 고 문 헌

1. 정해일, "가변기통화에 따른 소형 디젤 엔진의 진동특성 연구," 한국과학기술원 생산공학과 석사논문, 1984.
2. 이종원, 정경렬, 이재철, 곽윤근, "가변기통 엔진에서의 최소진동 마운트계 설계를 위한 전산시뮬레이션", 대한기계학회 논문집, 제 10 권, 제 3 호, pp. 305~315. 1986.
3. Radcliffe, C. J., Spiekermann, C. E., and Goodman, E. D., "Simulation of Engine Idle Shake Vibration," SAE Paper No. 830259, 1985.
4. Starkey, J. M., "Redesign Technique for Improved Structural Dynamics," Ph. D. Thesis, Michigan State University, 1982.
5. Tohara, H., et al. 방진고무, 일본 철도 차량 공업회.

6. 조치영, "실험적 모우드해석을 통한 엔진/마운트계의 동역학적 모델링 및 설계," 한국과학기술원 기계공학과 석사논문, 1986.
7. Luk, Y. W. and Mitchell, L. D., "System Modelling and Modification via Modal Analysis," Ph. D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1981.
8. Potter, R. and Richardson, M., "Mass, Stiffness and Damping Matrices from Measured Modal Parameters," International - Automation Conference, New York, 1974.
9. Berman, Alex and William G. Flannelly, "Theory of Incomplete Model of Dynamic Structures," AIAA Journal, vol. 9, No. 8.
10. Suh, C.H., Computer Aided Design of Mechanisms, Part II, Pang Han Publishing co., 1984.