

4氣筒 4사이클 스파크 點火機關의 性能 및 排氣組成 豫測에 關한 研究

Study on the Prediction of Performance and Emission of
a 4-Cylinder 4-Stroke Cycle Spark Ignition Engine

俞炳澈*, 崔英惇*, 李秉海**, 尹健植**
B. C. Yoo, Y. D. Choi, B. H. Lee, K. S. Yoon

ABSTRACT

In this study, the computer program was developed to predict the engine performances and exhaust emissions of a 4-cylinder 4-stroke cycle spark ignition engine including intake and exhaust system.

The simulation models applied to each process were as follows. For the combustion process, two zone model which requires only one empirical constant was applied, and for the gas exchange process, the method of characteristics that allows the calculations of the time variation and spatial variation of properties along the pipes was used. Constant pressure perfect mixing model was applied to take into account of the interaction at manifold branches. To predict exhaust emissions, twelve chemical species were considered to be present in combustion products. These species were calculated through equilibrium thermodynamics and kinetic theory.

The empirical constants reduced to least number as possible were determined through the comparison with the experimental indicator diagram of one particular operating condition and these constants were applied to other operating conditions.

The predicted performances and emissions were compared with the experimental results over the wide range of operating conditions.

記號說明

a : 音速 (m/s)
 a_A : 基準壓力까지 等엔트로피變化를 겪은
 後의 音速 (m/s)
 a_q : 對流 熱傳達에 對한 Annand 常數
 a_{ref} : 基準音速 (m/s)

A : 無次元 音速 (a/a_{ref})
 A_a : 無次元 $a_A(a_A/a_{ref})$
 b : 對流 熱傳達에 對한 Annand 常數
 c : 輻射 熱傳達에 對한 Annand 常數
 C_p : 定壓比熱 (J/kmol·K)
 C_v : 定積比熱 (J/kmol·K)
 D : 지름 (m)

* 高麗大學校 機械工學科

** 高麗大學校 大學院

e : 比内部에너지(J/kg)
 E.V.C. : 排氣밸브 닫힘
 E.V.O. : 排氣밸브 열림
 ff : 亂流火炎係數
 f : 摩擦係數
 F : 傳熱面積 또는 管의 斷面積(m^2)
 I.V.C. : 吸氣밸브 닫힘
 I.V.O. : 吸氣밸브 열림
 k : 比熱比
 K : 抵抗係數
 L_{ref} : 基準길이(m)
 m : 質量(kg)
 N : 機關回轉速度(rpm)
 P : 壓力(Pa)
 P_{ref} : 基準壓力(Pa)
 q : 流體의 單位 質量當 傳熱率(J/kg·s)
 Q : 單位 面積當 傳熱量(J/m²)
 R : 氣體常數(J/kg·K)
 R_i : i 번째 反應의 “1方向” 平衡反應速度
 Re : 레이놀즈 數
 t : 時間(s)
 T : 溫度(K)
 u : 流體 粒子的 速度(m/s)
 U : 流體 粒子的 無次元 速度(u/a_{ref})
 V : 體積(m³)
 V_{piston} : 피스톤의 平均速度(m/s)
 x : 거리(m)
 X : 無次元 거리(x/L_{ref})
 X_i : i 化學種의 物分
 Z : 無次元 時間($a_{ref}t/L_{ref}$)
 α : 크랭크角(deg)
 λ : Pseudo-Riemann 變數
 β : Pseudo-Riemann 變數
 ρ : 密度(kg/m³)
 ϕ : 當量比
 μ : 粘性

下添字

c : 실린더
 e : 排氣
 i : 吸氣
 in : 流入

m : 未燃가스
 out : 流出
 p : 管 또는 既燃生成物
 ref : 基準狀態
 w : 壁

1. 緒 論

內燃機關에 대한 사이클 시뮬레이션은 19世紀末 Dugald Clerk에 의하여 空氣-標準 사이클을 利用한 效率計算이 最初로 試圖된 以來 電子計算機의 發達과 함께 많은 進展을 이루어 왔다. 特히 動力사이클, 即 吸·排氣밸브가 모두 닫혀있는 壓縮, 燃燒 및 膨脹過程中的 燃燒解析에 대하여는 單一領域, 2領域 또는 多領域모델 등이 提示되어 實際機關의 性能 解析에 成功으로 利用되어 왔다.^{1), 2)} 그러나 內燃機關의 熱力學的 사이클을 完結시키기 위하여는 이들 動力사이클 中の 狀態變化에 대한 計算뿐만 아니라 이들의 狀態變化에 重要한 影響을 미치는 吸·排氣過程中的 狀態變化도 計算하여야 한다. 吸·排氣過程中 실린더內的 狀態變化는 吸·排氣管內 가스의 流動狀態에 左右되며 따라서 效果的인 사이클 計算을 위하여는 管內的 流動計算이 主要한 問題로 대두된다. 管內에서의 狀態變化의 計算에 대하여는 準定常모델, Filling and Emptying 모델 및 特性曲線法(Method of Characteristics) 등이 開發되어 計算目的에 따라 이中 하나를 選擇하여 사이클 計算에 適用하여 왔다.³⁾

最近 에너지의 效率的인 利用과 有害 排出 가스의 抑制에 대한 要求가 增大됨에 따라 그 解決策의 一環으로 過給機의 使用, 排氣가스 再循環 또는 觸媒變換器의 使用 등이 施行되고 있다. 이들 裝置들의 效果를 理論的으로 研究하는데 있어서는 準定常모델이나 Filling and Emptying 모델로는 限界가 있으며, 따라서 이 境遇 吸·排氣管內에서의 熱力學的 狀態量의 時間的인 變化 뿐만 아니라 空間的인 變化까지도 計算할 수 있는 特性曲線法에 의한

解析이 바람직하다. 國內에서는 本 研究陣에 의하여 特性曲線法을 利用한 사이클 計算이 施行된 바 있으나, 지금까지의 研究는 單氣筒 機關에 대한 것으로 實際 乘用車用 機關으로 使用되고 있는 多氣筒 機關에는 適用할 수 없었다. 그러므로 本 研究에서는 4氣筒 4사이클 스파크 點火機關을 對象으로 하여 燃燒過程의 시뮬레이션과 함께 吸·排氣系統에서의 流動現象도 시뮬레이션하고 實驗적으로 決定된 各種 常數들을 利用하여 시뮬레이션을 補完함으로써 各種 運轉條件 및 修正된 設計仕様下에서의 실린더內 壓力, 溫度變化 및 管內 任意的 位置에서의 壓力, 溫度, 速度, 質量流量 및 가스組成의 變化를 크랭크角의 函數로서 算出하고 결국 圖示平均有效壓力과 圖示燃料消費率 및 排기가스 濃度 등을 實際와 가깝게 豫測할 수 있는 시뮬레이션 모델을 設定하고 컴퓨터 프로그램을 開發함으로써 多氣筒 機關에 대한 廣範圍한 研究를 可能하게 하는 土臺를 提供하고자 한다.

本 研究에서는 動力사이클中的 燃燒過程을 解析하기 위하여 Benson 등이 提案한 2領域 燃燒모델⁴⁾을 使用하였으며, 吸·排氣管內에서의 流動은 壁面과의 摩擦과 斷面積의 變化, 熱傳達 및 엔트로피變化를 考慮한 一般화된 特性曲線法^{5)~7)}을 使用하여 計算하였다. 또 多氣筒 機關에서 나타나는 실린더間의 干涉의 影響을 考慮하기 위하여 定壓-完全混合모델⁸⁾을 利用하여 吸·排氣 매니폴드 連結部에서의 流動을 시뮬레이션하였다. 실린더內와 排氣管에서의 組成의 變化를 豫測하기 위하여는 燃燒生成物로서 H₂O, CO₂, CO, NO 등 12個의 化學種을 考慮하여 이들을 平衡熱力學과 反應速度論을 利用하여 계산하였다⁹⁾.

이와 같이 開發된 시뮬레이션 프로그램의 妥當性을 檢討하기 위하여 機關回轉速度, 當量比, 點火時期 및 吸·排氣管의 길이 등 各種 運轉條件을 變化시켜 가며 시뮬레이션과 實驗을 施行하여 실린더內 壓力變化와 各種 性能因子 및 排出物의 組成 등을 比較, 檢討하였다.

2. 시뮬레이션 모델 및 計算方法

2.1 실린더內 過程의 熱力學的 모델

2.1.1. 單一領域 모델

新氣와 殘留가스의 混合物이 壓縮되는 過程, 燃燒가 끝난 後 既燃가스만의 膨脹過程 및 吸·排氣過程 中の 실린더內 가스의 熱力學的 狀態量은 全 실린더內 가스가 均一한 狀態로 存在하는 것으로 생각하는 單一 領域모델을 利用하여 計算한다. 이때 既燃가스만의 單一領域 膨脹過程中에는 溫度, 壓力 變化에 따른 燃燒가스의 組成의 變化를 考慮하며 排氣過程 동안에 燃燒生成物의 組成은 排氣가 始作되는 당시의 값으로 凍結되는 것으로 간주한다.

크랭크角에 따른 실린더內 壓力變化는 熱力學 第1法則으로부터 다음과 같이 誘導된다.^{4), 6)}

$$\frac{dP_c}{d\alpha} = \frac{k_c - 1}{V_c} \left[\frac{k_c}{k_c - 1} P_c \frac{dV_c}{d\alpha} + \frac{a_i \sigma^2}{k_i - 1} \frac{dm_i}{d\alpha} - \frac{a_{e\sigma}^2}{k_e - 1} \frac{dm_e}{d\alpha} + \frac{dQ}{d\alpha} \right] \dots \dots \dots (1)$$

式(1)에 나타난 壁面과의 熱傳達項 $\frac{dQ}{d\alpha}$ 는 다음과 같은 Ammand의 熱傳達 方程式⁸⁾으로부터 구한다.

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \frac{F}{6N} \frac{a_g Re^b k}{D_c} (T_w - T) + c(T_w^4 - T^4) \dots \dots \dots (2)$$

여기서 $Re = \frac{\rho D_c V_{piston}}{\mu}$, $k = \frac{C_p \mu}{0.7}$

실린더內 質量的 變化率은 連續方程式으로부터 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{dm_c}{d\alpha} = \frac{dm_i}{d\alpha} - \frac{dm_e}{d\alpha} \dots \dots \dots (3)$$

따라서 式(1), (3)으로부터 壓力과 質量的 變化率을 求하면 Runge-Kutta法을 利用하여 다음 時間段階에서의 실린더 壓力과 質量을 求할 수 있고 理想氣體 狀態式으로부터 실린더內 溫度를 求할 수 있다.

2.1.2. 2領域 모델

燃燒가 始作되는 時期의 判定은 Benson 등⁴⁾이 使用한 方法에 따라서 既燃가스의 體積이

全 실린더 體積의 0.1%가 되었을 때 燃料-空氣 混合氣에 點火가 이루어진 것으로 생각하며 火炎은 球形으로 傳播되는 것으로 생각한다. 이때 火炎이 傳播되는 速度는 다음과 같이 프로판-空氣 混合氣에 대하여 Kuehl의 層流火炎速度 $u_l^{9)}$ 에 亂流火炎係數 ff 를 곱한 亂流火炎速度 u_t 로 나타낸다.

$$u_t = ff u_l = ff \frac{0.78 \times 10^4}{\left(\frac{10000}{T_p} + \frac{900}{T_m}\right)^{4.938}} P^{-0.09876} \dots \dots \dots (4)$$

여기서 壓力 P 는 bar로, 層流火炎速度 u_l 은 m/s로 나타낸 값이다.

일단 燃燒가 이루어진 後에는 燃燒室은 既燃과 未燃의 2 領域으로 나누어지는 것으로 생각하여 2 領域 모델에 의하여 計算한다. 2 領域 모델의 計算에서 任意的 순간의 壓力은 全 실린더에 걸쳐서 均一하나 溫度, 比熱 및 組成等은 각각의 領域에서 서로 다른 값을 갖는 것으로 생각한다.^{4), 10)} 이 期間中의 壓力과 各 領域의 溫度變化는 熱力學 第 1 法則과 狀態方程式 等을 利用하여 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\frac{dP_c}{d\alpha} = \left[\left(1 + \frac{C_{vp}}{R_p}\right) P_c \frac{dV}{d\alpha} + \left\{ (e_p - e_m) - C_{vp} \left(T_p \frac{R_m}{R_p} T_m\right) \frac{dm_p}{d\alpha} + \left(\frac{C_{vp}}{C_{pm}} - \frac{C_{vp}}{R_p} \frac{R_m}{C_{pm}}\right) \frac{dQ_m}{d\alpha} - \frac{dQ}{d\alpha} \right\} / \left(\frac{C_{vp}}{R_p} \frac{R_m}{C_{pm}} V_m - \frac{C_{vm}}{C_{pm}} V_m - \frac{C_{pv}}{R_p} V\right) \right] \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{dT_p}{d\alpha} = \frac{P_c}{m_p R_p} \left[\frac{dV}{d\alpha} - \left(\frac{R_p T_p}{P_c} - \frac{R_m T_m}{P_c}\right) \frac{dm_p}{d\alpha} - \frac{R_m V_m}{P_c C_{pm}} \frac{dP_c}{d\alpha} - \frac{R_m}{P_c C_{pm}} \frac{dQ_m}{d\alpha} + \frac{V}{P_c} \frac{dP_c}{d\alpha} \right] \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{dT_m}{d\alpha} = \frac{V_m}{m_m C_{pm}} \frac{dP_c}{d\alpha} + \frac{1}{m_m C_{pm}} \frac{dQ_m}{d\alpha} \dots \dots \dots (7)$$

이때 各 領域에서 실린더 壁面으로의 熱傳達는 考慮하나 各 領域間의 熱傳達는 無視한다. 火炎面과 壁面과의 接觸面積 및 既燃가스와 未燃가스의 體積 等은 火炎반지름이 알려지면 圓筒모양의 燃燒室에서의 球形 火炎傳播에 대하여 Annand¹¹⁾가 提示한 方法에 따라서 求한다.

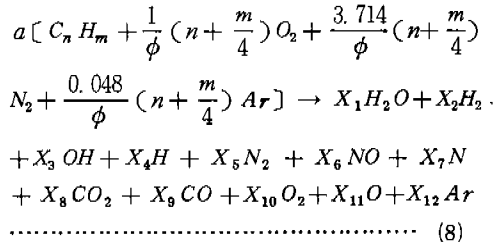
式(5)~(7)에 의하여 各 狀態量의 變化率이 求해지면 Runge-Kutta 1/3 rule에 의하여 다음 時間 段階에서의 狀態量들을 計算할 수 있다. 이와 같은 計算은 火炎이 全 실린더內로 傳播될 때까지 계속되며 未燃가스의 體積 V_m 이 처음으로 陰의 값으로 되었을 때 2 領域 燃燒過程이 끝난 것으로 간주하고 그 以後는 2.1.節에서 記述한 方法에 따라 既燃가스만의 單一領域 膨脹의 計算을 수행한다.

2.2 排氣組成的 計算

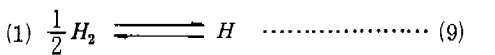
2.2.1 平衡熱力學에 依한 組成 計算

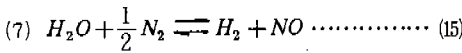
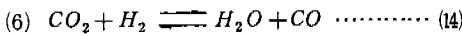
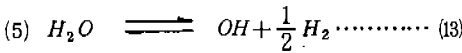
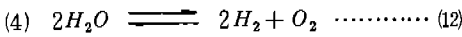
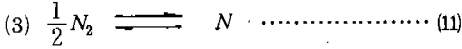
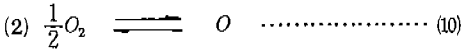
既燃가스 領域에서의 各 化學種의 反應速度는 NO를 除外하고는 매우 빨라서 各 瞬間의 狀態가 熱力學的 平衡狀態에 接近되므로 既燃가스의 溫度와 壓力은 平衡熱力學을 使用하여 計算할 수 있다고 假定한다.

本 研究에서는 燃燒生成物을 構成하는 各 化學種으로서 $H_2O, H_2, OH, H, N_2, NO, N, CO_2, CO, O_2, O, Ar$ 等 12 個의 化學種을 考慮하였으며 이들의 組成을 百分 X_i 로서 表示하여 다음과 같은 反應이 실린더 및 排氣管內에서 일어나는 것으로 생각한다.^{4), 10)}



이들 化學種의 生成에 관해서는 Vickland 等¹²⁾이 提案한 다음 7 個의 反應式을 利用한다.

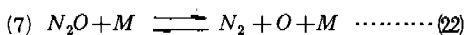
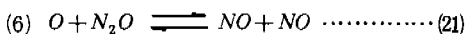
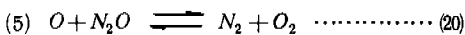
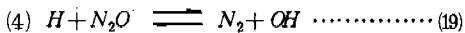
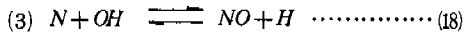
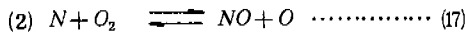
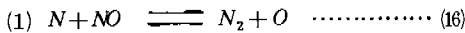




燃料-空氣 混合氣의 몰數 a 와 各 化學種의 分子 $X_1 \sim X_{12}$ 의 값들은 위 7個 反應의 平衡常數와 炭素, 水素, 酸素, 窒素 및 아르곤 等 各 元素들의 質量平衡式들을 利用하여 計算할 수 있다.

2.2.2 反應速度論에 依한 NO 濃度計算

前項에서 說明한 12個의 燃燒生成物中 NO는 各 瞬間에 平衡을 이루고 있다고 假定할 수 있을 만큼 그 反應速度가 빠르지 않으므로 NO는 反應速度論(Kinetic Theory)을 利用하여 非平衡濃度로서 計算한다. NO의 生成機構로서는 擴張된 Zeldovich 모델에 N_2O 에 관한 4個의 反應式을 附加한 Annand 모델을 使用하였으며 이 모델에서 NO의 生成에 관한 反應式은 다음과 같다.^{4),13)}



위 反應式들로부터 NO의 正味變化率 $\frac{d[NO]}{d\alpha}$ 는 다음 式으로 表示된다.

$$\frac{d[NO]}{d\alpha} = \frac{2}{6N} (1 - \alpha_0^2) \left[\frac{R_1}{1 + \alpha_e R_1 / (R_2 + R_3)} + \frac{R_6}{1 + R_6 / (R_4 + R_5 + R_6)} \right] \dots\dots\dots (23)$$

여기서 α_e 는 NO의 平衡濃도에 대한 非平衡濃度の 比를 나타낸다. 卽

$$\alpha_e = \frac{[NO]}{[NO]_e}$$

NO의 非平衡濃度は 平衡熱力學으로 부터 求한 NO의 平衡濃度 $[NO]_e$ 를 利用하여 式(23)을 積分하여 求할 수 있다.

2.3 吸·排氣管內 流動의 시뮬레이션

2.3.1 非定常流動의 基本方程式과 數值解析

吸·排氣管內에서의 氣의 流動은 非定常 1次元 流動으로 假定하였으며 壁面과의 摩擦과 斷面積의 變化, 熱傳達 및 엔트로피 變化를 갖는 非定常流動에 대한 基本方程式은 다음과 같다.

連續方程式 :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0 \dots (24)$$

運動方程式 :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4f}{D} \frac{u^2}{2} \frac{u}{|u|} = 0 \dots\dots (25)$$

에너지方程式 :

$$q\rho F dx = \frac{\partial}{\partial t} [(\rho R dx)(C_v T + \frac{u^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u F (C_v T + \frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2})] dx \dots (26)$$

式(24)~(26)은 準線形 雙曲線形 偏微分方程式의 形態이며 이 方程式들의 解를 구하기 위하여 特性曲線法을 利用한다. 卽 다음과 같이 Pseudo-Riemann 變數^{6)~7)}를 定義하고 無次元化하여 式(27)~(30)의 形態로 表示될 수 있다.

$$\lambda = A + \frac{k-1}{2} U, \quad \beta = A - \frac{k-1}{2} U$$

壓力波 特性曲線

方向條件

$$\frac{dX}{dZ} = U \pm A \dots\dots\dots (27)$$

適合方程式

$$\left(\frac{d\lambda}{d\beta} \right) = -\frac{k-1}{2} \frac{AU}{F} \frac{dF}{dX} dZ + A \frac{dA_a}{A_a} \mp$$

$$\frac{k-1}{2} \frac{2fL_{ref}}{D} U^2 \frac{U}{|U|} (1 \mp (k-1) \frac{U}{A}) dZ + \frac{(k-1)^2}{2} \frac{qL_{ref}}{a_{ref}^3} \frac{1}{A} dZ$$

..... (28)

流跡線 特性曲線

方向條件

$$\frac{dX}{dZ} = U \dots\dots\dots (29)$$

適合方程式

$$dA_a = \frac{k-1}{2} \frac{A_a}{A} \left[\frac{qL_{ref}}{a_{ref}^3} + \frac{2fL_{ref}}{D} |U^3| \right] dZ$$

..... (30)

式(30)에서 나타난 새로운 變數 A_a 는 流體 粒子的 엔트로피의 尺度이다. 特性값 λ , β 와 A_a 는 熱力學的 狀態量과 다음과 같은 關係를 갖는다.

$$a = A a_{ref} = \frac{\lambda + \beta}{2} a_{ref} \dots\dots\dots (31)$$

$$u = U a_{ref} = \frac{\lambda + \beta}{k-1} a_{ref} \dots\dots\dots (32)$$

$$P = \left(\frac{\lambda + \beta}{2 A_a} \right)^{\frac{2k}{k-1}} P_{ref} \dots\dots\dots (33)$$

$$T = \left(\frac{\lambda + \beta}{2} \right)^2 a_{ref}^2 / kR \dots\dots\dots (34)$$

따라서 管內에서의 狀態量들을 算出하기 위하여는 式(27)~(30)을 適切한 數值解法에 의하여 λ , β 및 A_a 에 대하여 풀어야 한다.

式(28), (30)의 特性方程式들을 數值的으로 풀기 위하여 壓力波 特性값 λ , β 에 대하여는 格子法(Mesh Method)을 使用하며, A_a 의 計算은 流體粒子的 流動에 따라 修正形 非格子法(Modified Non-Mesh Method)을 利用하여 管內에서의 λ , β 및 A_a 값을 計算한다.^{4)~6)}

2.3.2 境界條件

管境界에서의 特性값들은 氣化器, 吸·排氣 밸브를 통한 流出入, 大氣와 接한 管의 끝부분, 매니폴드의 連結部等 각각의 境界에 대하여 適切한 모델을 選定하여 計算하였다. 卽

氣化器에서의 流動은 實驗的으로 決定되는 常數인 氣化器 抵抗係數를 利用하는 斷熱壓力 降下모델^{14),16)}을 利用하였으며, 밸브를 통한 流動은 밸브의 목(Throat)의 壓力과 목의 上流側의 壓力은 同一한 것으로 看做하는 定壓 모델^{4),15)}을 利用하여 計算하였다.

多氣筒機關의 解析에 있어서는 單氣筒과는 달리 各 매니폴드에서 傳播되는 壓力波들의 干涉現象이 考慮되어야 한다. 이 干涉現象은 充填效率과 壓縮行程 初期의 실린더內의 狀態量 및 排氣過程에 重要的 影響을 미치게 되며 따라서 正確한 機關의 性能 解析을 위하여는 매니폴드 連結部에서의 流動現象이 適切히 시뮬레이션되어야 한다.

매니폴드 連結部를 지나는 流動은 準定常流動으로 假定하여 計算한다. 이와 같은 計算方法에는 매니폴드 連結部의 各 管의 斷面에서의 壓力은 一定한 것으로 생각하는 定壓모델과 連結部에서의 壓力降下를 考慮하는 壓力損失 모델이 있다.¹⁷⁾ 이 中 壓力損失모델은 可能한 모든 流動方向을 考慮하여 各 流動方向에 대한 壓力損失係數를 實驗的으로 決定하여야 하며 따라서 매니폴드의 갯수가 많은 境遇에는 이에 따른 각각의 流動方程式의 設定과 係數決定實驗을 새로이 수행하여야 하는 難點이 있다. 그러므로 本 研究에서는 任意의 管의 갯수까지 擴張하여 使用할 수 있고 實驗에 依存하지 않는 定壓-完全混合모델^{4),17)}을 使用하였다. 定壓-完全混合모델은 連結部 斷面에서 各 管의 壓力은 同一하며 連結部를 향하여 流入하는 가스는 完全히 混合하여 連結部를 떠나는 것으로 간주하여 連結部 前後에서의 狀態量과 가스의 組成等을 計算한다.

2.4 數值解析 및 計算方法

시뮬레이션에 使用된 프로그램은 FORTRAN IV로 作成되었으며 主 프로그램과 25個의 副 프로그램으로 構成되어 있다. Fig.1은 그 流動圖를 나타낸다.

計算은 1番 실린더의 排氣밸브가 열리는 時期부터 시작하여, 適當한 初期條件을 가지

고 실린더內的 狀態量부터 計算한다. 먼저 주어진 크랭크 角度에서 각각의 실린더에서 일어나는 過程, 卽 壓縮, 點火遲延, 2 領域 膨脹, 單一領域 膨脹, 吸·排氣過程 中 어느 過程에 있는가를 判定하여 2.1 節에 記述한 單一領域 計算과 2 領域 計算中 그에 該當하는 方法에 따라 다음 時間段階에서의 실린더內 가스의 狀態量을 計算한다.

任意的 時間段階에서의 管內의 狀態量은 다음과 같이 計算한다.

엔트로피의 變化를 나타내는 A_a 를 修正形 非格子法에 의하여 구하고 이 값을 利用하여 境界點을 除外한 各 格子點에서의 特性값 λ , β 를 格子法에 의하여 구한다. 境界點에서의 λ , β 및 A_a 의 값들은 밸브를 지나는 流動, 氣化器, 매니폴드 連結部 및 大氣와 接한 管의 끝부분等 各 境界條件에 의하여 計算할 수 있다. 이와 같이 모든 格子點에서 λ , β 및 A_a 값들이 알려지게 되면 式(31)~(34)에 의하여 壓力, 溫度, 速度等 諸 狀態量들을 計算한다.

이와 같은 計算이 吸·排氣管의 모든 格子點에 대하여 各 時間段階마다 1 사이클에 걸쳐 수행되며 다음 時間段階의 計算에 들어가기에 앞서 반드시 安定條件에 의하여 時間增分 $\Delta\alpha$ 를 決定하여야 한다. 本 研究에서는 Courant-Friedrich-Lewy의 安定條件⁶⁾을 使用하였으며, 機關回轉速度 2000rpm의 境遇는 이에 의하여 크랭크角 1°間隔으로 管流動計算을 하였다. 실린더內的 狀態量의 變化率은 管內에서의 그것보다 크므로 보다 正確한 計算을 위하여 크랭크角 0.25°間隔으로 計算하였으며 狀態量의 時間에 대한 積分은 Runge-Kutta 1/3 rule에 따랐다. 以上과 같은 節次에 의하여 한 사이클이 完結될 때까지, 卽 크랭크角이 1 番 실린더의 排氣밸브가 열리는 角度와 다시 一致할 때까지 크랭크角을 增加시켜 가면서 計算을 수행한다. 한 사이클이 完了되면 圖示平均有效壓力, 圖示燃料消費率, 總質量流量等 機關의 諸 性能因子들을 計算한다. 수렴의 判定은 첫째로 1 사이클 동안에

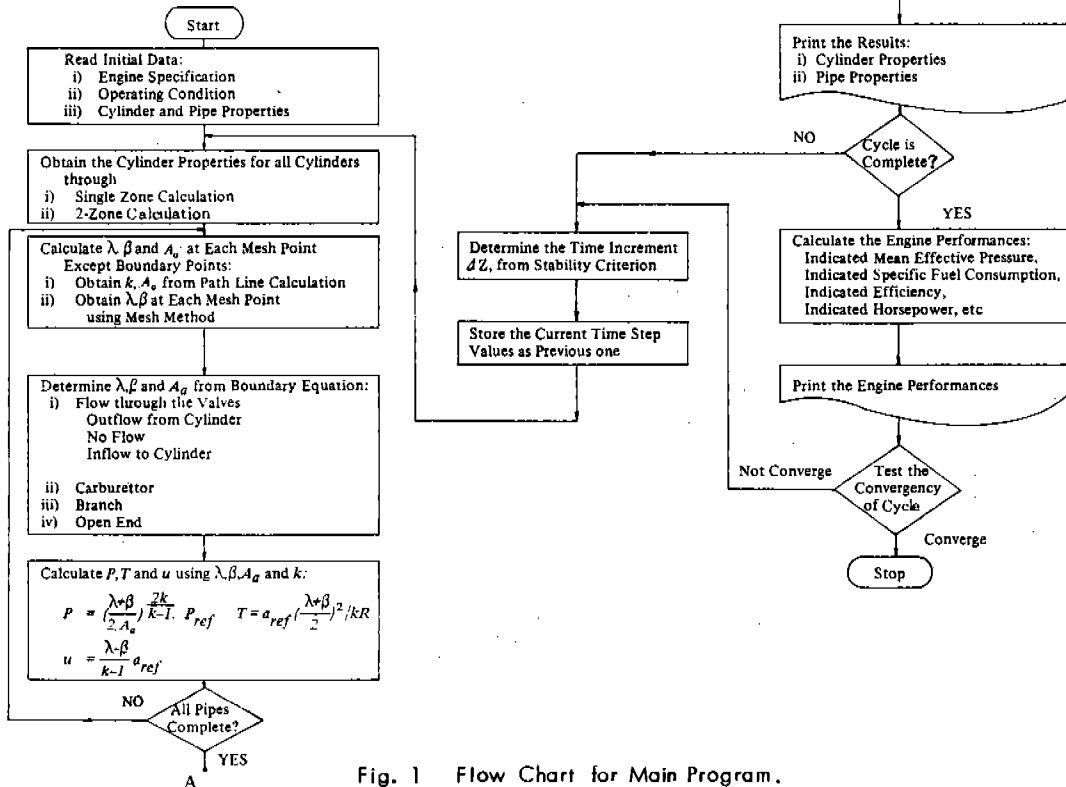


Fig. 1 Flow Chart for Main Program.

실린더內로 流入한 總質量이 前 사이클의 그것과 比較하여 1% 以內로 되고 둘째로 1番과 2番 실린더內로 流入한 質量이 각각 前 사이클의 그것과 比較하여 그 差異가 3% 以內로 되면 수렴이 이루어진 것으로 생각한다. 本 研究에서 計算된 大部分의 運轉條件에서는 수렴이 되기까지 보통 4~5사이클 정도의 反復 計算이 要求되었다.

3. 實 驗

亂流火炎係數의 選定과 開發된 시뮬레이션 프로그램의 妥當性을 檢討하기 위하여 各種 運轉條件下에서 크랭크角에 따른 실린더內의 壓力變化와 機關의 性能 및 排出가스의 組成을 測定하였다.

試驗機關은 國產 乘用車用 4氣筒 4사이클 스파크 點火機關이며 主要諸元은 Table 1과 같다. 다만 本 研究에서는 시뮬레이션에 의한 計算結果와 比較하는 便宜上 消音器를 除去하고 實驗을 하였다. 실린더內의 壓力變化는 Kistler社製 6001 壓力變換器를 使用하여 檢出하였으며, 壓力變換器와 크랭크角 檢出器에서 感知된 信號를 A/D Convertor를 거쳐 마이크로 프로세서를 利用하여 처리하였다.

機關으로 부터 排出되는 排氣가스의 分析은 直接 採取方式의 Horiba社製 가스分析裝置를 使用하였다. 이 裝置에서는 CO_2 와 CO 는 非分散赤外線 方式에 의하여 分析하며 NO 의 分

析에는 化學的 發光分析方式을 使用한다.

시뮬레이션의 結果와 實驗값의 比較를 위한 實驗은 機關回轉速度, 當量比, 點火時期 및 吸·排氣管의 길이를 바꾸어 가며 施行하였다. 이때 基準으로 삼은 運轉條件은 機關回轉速度 2000rpm, 吸氣管壓力 -100mmHg, 點火時期 25° BTDC이며 이 基準條件中 어느 하나를 變化시키거나 또는 基準運轉條件에서 當量比, 吸·排氣管의 길이를 變化시켜 가며 實驗을 수행하였다.

4. 結果 및 考察

4.1 實驗常數의 決定

시뮬레이션 모델이 設定되고 이에 따른 컴퓨터 프로그램이 作成된 後에도 特定 機關의 性能을 성공적으로 豫測하기 위하여는 計算에 要求되는 各種 常數를 그 機關의 特性에 맞도록 適切히 選定하여야 한다. 計算에서 必須의 으로 要求되는 常數들로는 亂流火炎係數, Annand의 熱傳達 常數, 氣化器 抵抗係數, 밸브 流量係數, 실린더 壁面溫度, 吸·排氣管의 壁面溫度 및 管摩擦係數等이 있으며 이들은 該當 機關에 대한 別途의 選定實驗이나 또는 複雜한 理論解析에 의하여 決定되어야 한다. 常數決定을 위하여 많은 實驗이 必要하게 되거나 또는 기대되는 正確度の 向上에 비하여 計算時間이 과도하게 增大될 정도의 複雜한 理論解析은 시뮬레이션의 效用性을 크게 低下시킬 뿐만 아니라 그 意義를 傷失하게 한다.

實驗常數中 氣化器 抵抗係數와 밸브 流量係數는 同一한 機關에 대하여 著者等이 實驗의 으로 이미 算出한 값들을 使用하였으며¹⁶⁾ 亂流火炎係數와 Annand 熱傳達 常數는 特定한 단계의 運轉條件에서 實驗을 통하여 구한 指壓線圖와 이들 常數의 여러가지 組合을 利用하여 計算한 指壓線圖를 比較하여 兩者가 一致되도록 하는 값으로 정하여 이를 다른 모든 運轉條件에 그대로 使用하였다. Table 2는 이와 같이 決定된 各種 常數들의 값을 表示한다.

以上の 常數들을 利用하여 機關回轉速度

Table 1 Specification of Test Engine

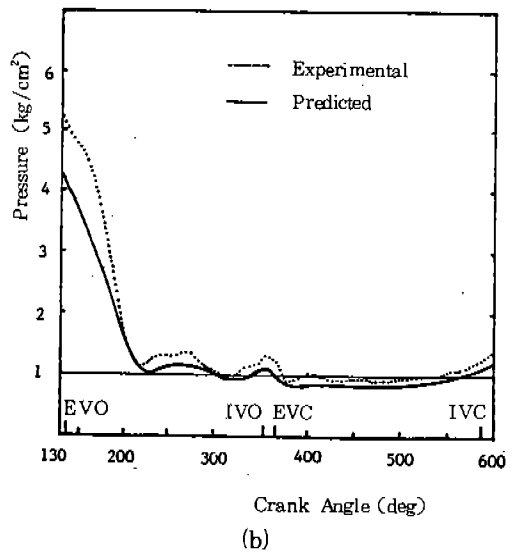
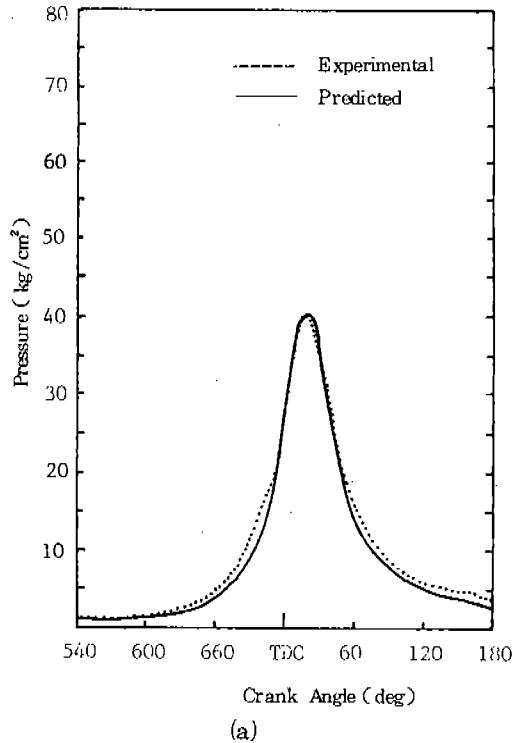
Item	Specification
Engine Type	4 Cyl-In line-OHC, Water cooled
Displacement Volume, cc	1238
Bore X Stroke, mm	73 X 74
Connecting Rod Length, mm	153.7
Compression Ratio	9.0
Maximum Output	80 PS/6300 rpm
Maximum Torque	10.8 kgm/4000 rpm

Table 2 Data Required for Computation

Fuel	
Composition (Conventional Petrol.)	C_7H_{13}
Viscosity Coefficient	$2.0 \text{ E-}7 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$
Lower Heating Value	$4\,200 \text{ kJ/kg}$
Stoichiometric Air/Fuel Ratio	14.551
Flame Factor	$1+0.001825 N$
Cylinder Wall Temperature	409 K
Annand Coefficient	
a_q	0.40
b	0.70
c	$4.29 \text{ E-}9$
Discharge Coefficient	0.60
Pipe Friction Factor	0.0050
Pipe Wall Temperature	
Intake	350 K
Exhaust	490 K

2000 rpm, 當量比 0.89, 點火時期 25°BTDC 인 運轉條件에 대하여 計算을 施行하여 얻은 壓力-크랭크角 線圖를 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 2의 a)와 b)는 각각 動力사이클과 吸·排氣過程中的 실린더內 壓力變化的 豫測값을 實驗값과 比較하여 圖示한 것으로 兩者가 比較的 잘 一致함을 알 수 있다. Fig. 2 c)는 1番 실린더의 吸·排氣過程中 1番 실린더와 連結된 吸·排氣管의 실린더쪽의 壓力를 計算한 結果를 圖示한 것으로 管內에서의 脈動現象이 뚜렷이 나타나고 있다. 本 研究에서 使用한 것과 同一한 機關을 單氣筒으로 假定하여 解析한 著者들의 以前의 研究⁶⁾에서는 블로다운이 일어난 後 時間이 經過함에 따라서 壓力波의 진폭이 減소되는 것으로 나타났으나 本 研究의 境遇에는 1番 실린더의 블로다운이 일어난 後에도 隣接한 실린더의 블로다운에 의한 壓力波의 傳達로 管內 壓力波의 진폭이 減소되지 않는 것으로 나타났다. 따라서 本 研究에서 매니폴드 連結部의 시뮬레이션에 使用된 定壓-完全混合모델은 실린더間의 干涉現象을 잘 反映하고 있는 것으로 推論할 수

있다. 吸氣의 境遇에도 역시 吸氣管內에서의 周期的인 脈動現象을 보이고 있으나 吸氣行程 初期에는 逆流現象으로 因하여 壓力波의 波形에 變化를 일으키고 있다.



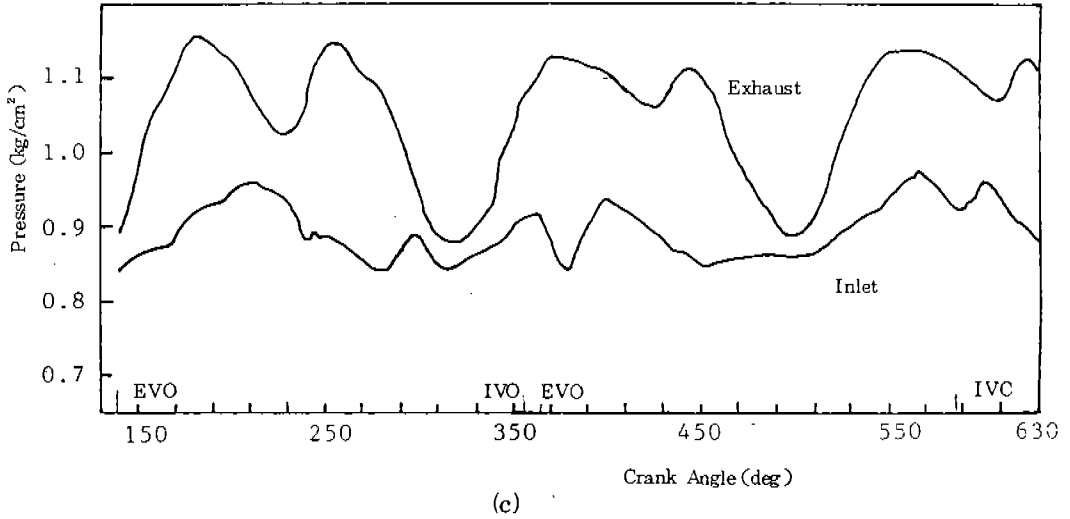


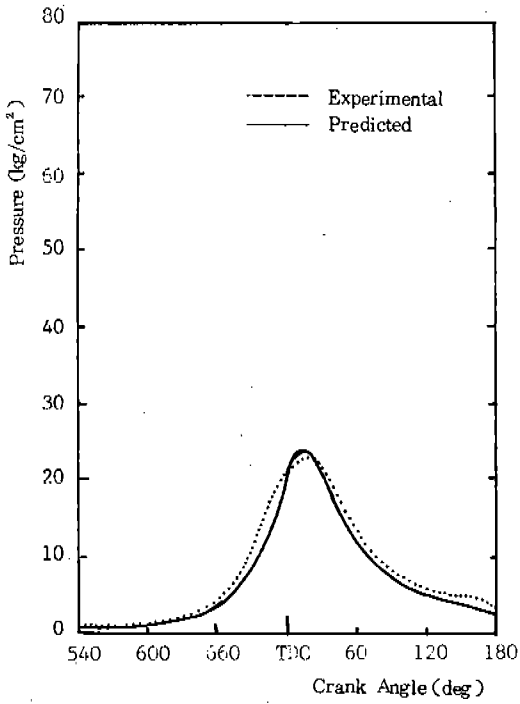
Fig. 2 Variation of Pressure in Cylinder and Pipes
(2000 rpm, -100 mmHg, $\phi = 0.89$, 25° BTDC).

4.2 機關性能 및 排氣組成的 豫測

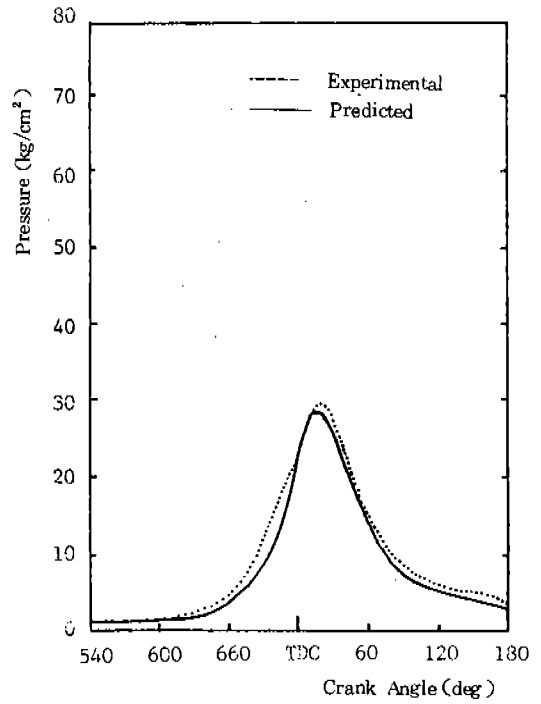
Fig. 3과 Fig. 4는 機關回轉速度 2000 rpm, 吸氣管壓力 -100 mmHg, 點火時期 25° BTDC 인 運轉條件下에서 當量比를 0.73 부터 1.26까지 變化시킨 境遇의 실린더內 壓力變化를 動力사이클과 吸·排氣過程에 대하여 計算한 結果를 實驗結果와 比較한 것이며, Fig. 5와 Fig. 6은 當量比 變化에 따른 機關性能 및 排出가스의 組成的 豫測값을 實驗값과 比較하여 圖示한 것이다. 실린더 最高壓力은 當量比 1.26인 가장 濃厚한 境遇에서 11.6 kg/cm^2 의 差異를 나타내는 것을 除外하고는 大部分 1 kg/cm^2 미만의 差異를 보이고 있으며 最高壓力이 나타나는 크랭크角 역시 實驗結果에 매우 接近하고 있다. 圖示平均有效壓力은 當量比를 變化시킨 境遇 全般的으로 1% 以內的 높은 正確度를 가지고 豫測할 수 있었다. 充填效率은 全體的으로 5.5~8.2% 정도 높은 값으로 豫測되어 있고 따라서 圖示燃料消費率은 全般的으로 實驗값보다 높게 豫測되고 있다. 充填效率이 實際보다 높게 豫測되고 있는 것은 밸브 流量係數가 實際보다 크게 算定되었기 때문에 생각되며 充填效率과 圖示燃料消費率을 實驗값에 보다 接近시키기 위하여

는 밸브 流量係數를 밸브前後의 壓力差와 밸브 揚程의 函數로서 크랭크角에 따라 變化하는 流量係數를 適用하는 것이 바람직할 것으로 생각된다. 排出가스 組成的 豫測값은 當量比에 따른 濃度變化의 傾向을 잘 나타내고 있으며 CO_2 의 境遇 豫測값과 實驗값이 1.5% 以內的 僅少한 差異를 보이고 있으나 CO 濃度の 豫測값은 濃厚한 領域에서는 實驗값과 比較하여 1~3% 정도 낮게 豫測되고 있다. 實驗에서 나타난 CO 濃度の 最大값이 8% 以內인 점을 勘案할 때 이것은 比較的 큰 誤差이다. 그러므로 CO 濃度の 豫測에는 平衡熱力學에 의한 計算만으로는 不充分하며 보다 正確한 豫測을 위하여는 精巧한 CO 의 生成機構를 設定하고 反應速度論에 의하여 非平衡濃度로서 計算하여야 할 것으로 생각된다. NO 濃度の 豫測값은 濃厚한 領域에서는 잘 一致하고 있으나 稀薄한 領域에서의 豫測값은 實驗값과 상당한 差異를 나타내고 있다. 이는 실린더內 燃燒가스의 溫度가 實際보다 높게 豫測되었기 때문에 생각되며 이의 正確한 計算을 위하여는 보다 精巧한 熱傳達모델의 使用이나 實驗을 통한 熱傳達常數의 選定이 要求된다.

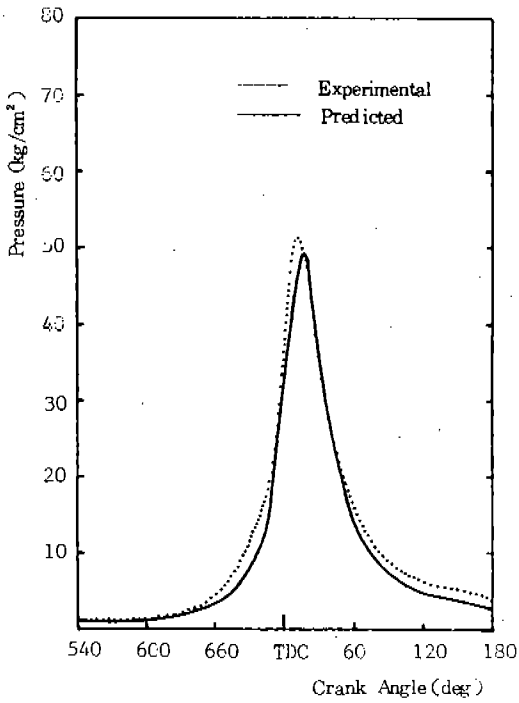
Fig. 7~10은 機關回轉速度 2000 rpm, 吸氣管



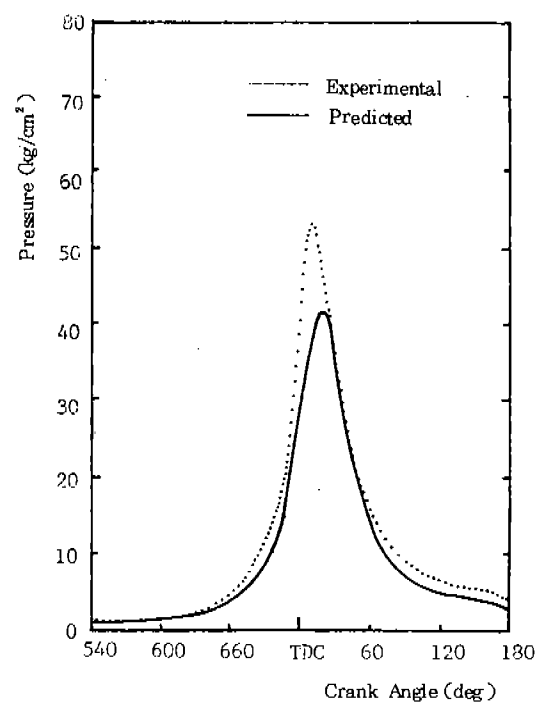
(a) $\phi = 0.73$



(b) $\phi = 0.80$



(c) $\phi = 1.16$



(d) $\phi = 1.26$

Fig. 3 Variation of Cylinder Pressure during Power Cycle (2 000 rpm, -100 mmHg, 25° BTDC).

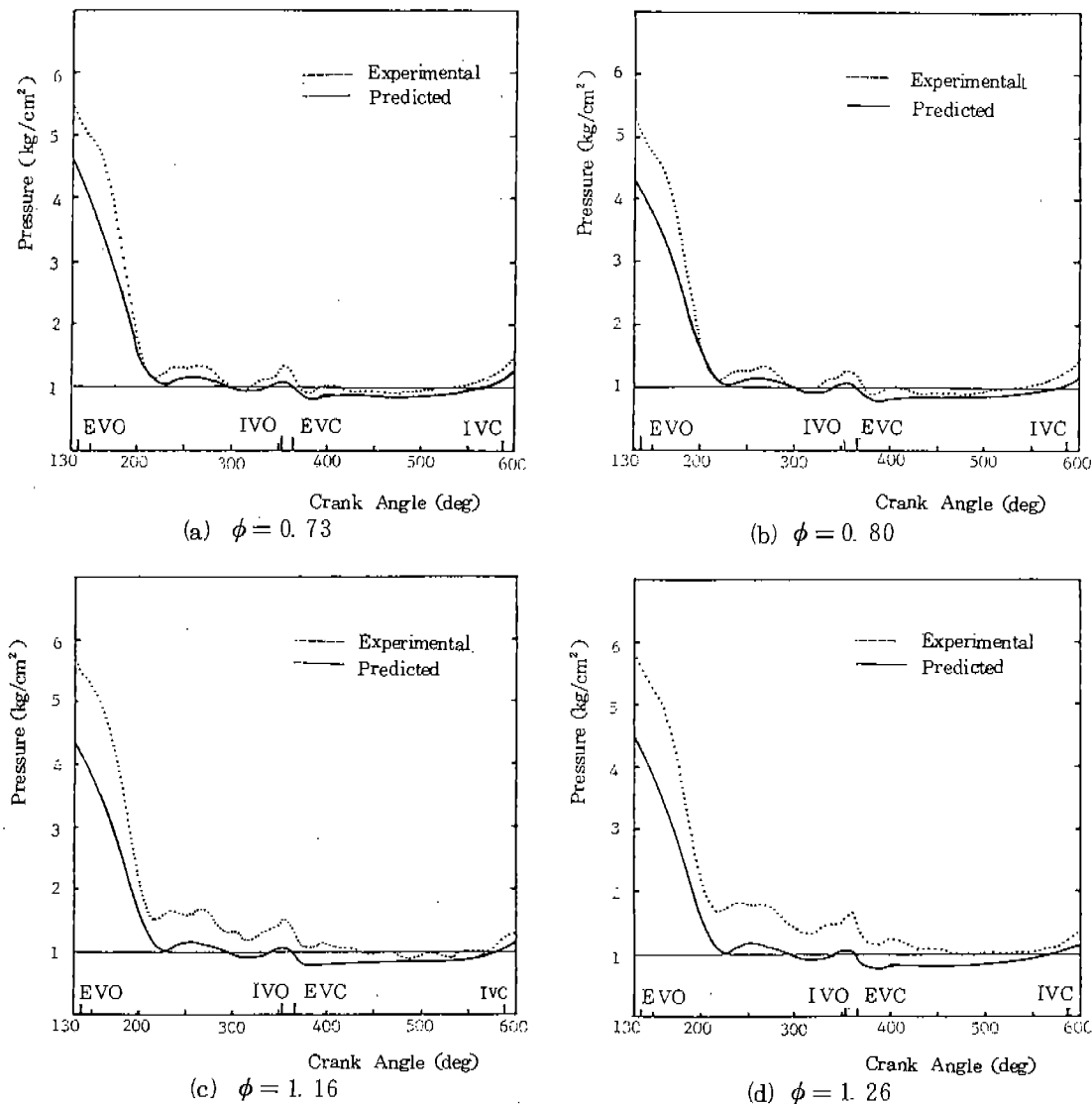


Fig. 4 Variation of Cylinder Pressure during Gas Exchange Process
(2000 rpm, -100 mmHg, 25° BTDC)

壓力 -100 mmHg, 當量比 1.18의 運轉條件에서 點火時期를 5°BTDC로 부터 45°BTDC까지 變化시킨 境遇의 실린더內 壓力變化和 機關性能 및 排出가스의 組成의 變化를 각각 實驗값과 豫測값을 比較하여 나타낸 것이다. 點火時期를 變化시킨 境遇에도 當量比變化的 境遇의 마찬가지로 各 點火時期에서 最高壓力의 豫測값과 實驗값의 差異는 最大 6.5 kg/cm² 以內의 差異를 보이고 있으며 最高壓力이 나

타는 크랭크角은 6°以內의 差異를 보이고 있다. 點火時期를 上死點에 아주 가깝게 後退시킨 境遇인 點火時期 5°BTDC의 境遇 上死點에 이르기까지 燃燒가 시작되지 않아서 上死點까지의 壓縮에 의해서 생기는 피크와 上死點을 지난 後에 시작된 燃燒에 의한 피크의 2개의 피크를 나타내고 있으며 豫測된 壓力-크랭크角 線圖는 이 現象을 잘 反映하고 있다. Fig. 8에 表示된 吸·排氣過程中的 壓力變

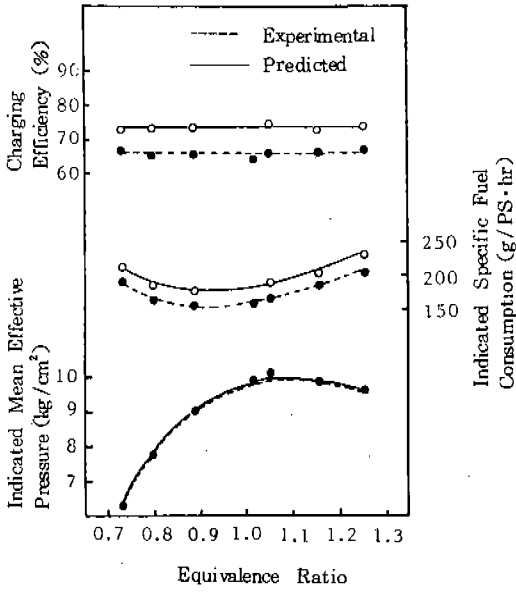
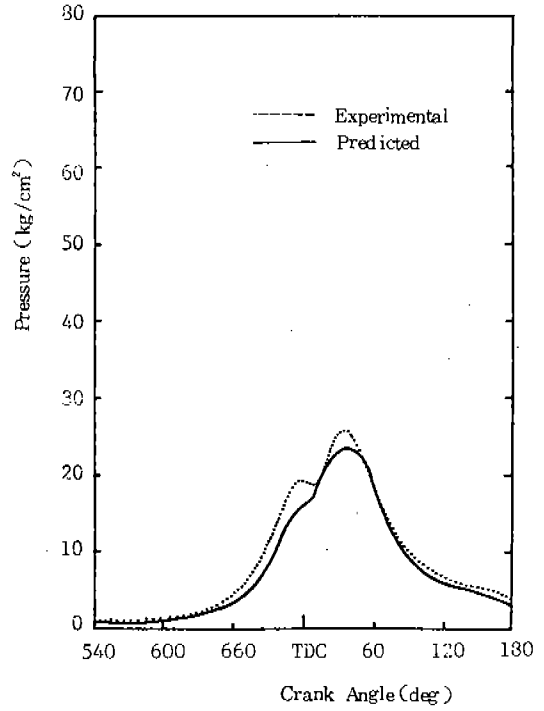


Fig. 5 The Effect of Equivalence Ratio on the Engine Performance (2000 rpm, -100mmHg, 25° BTDC).



(a) Spark Advance 5°

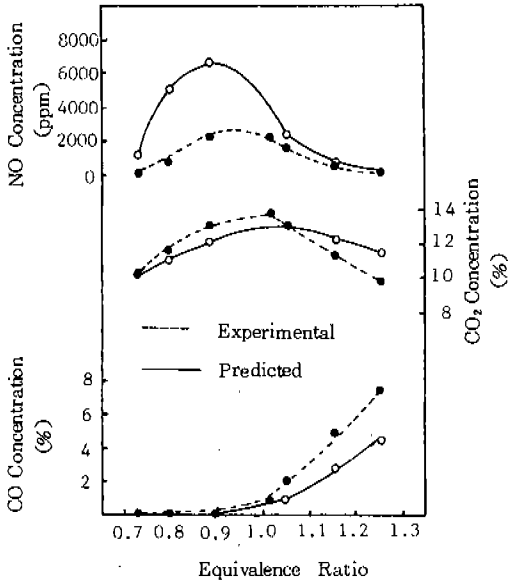
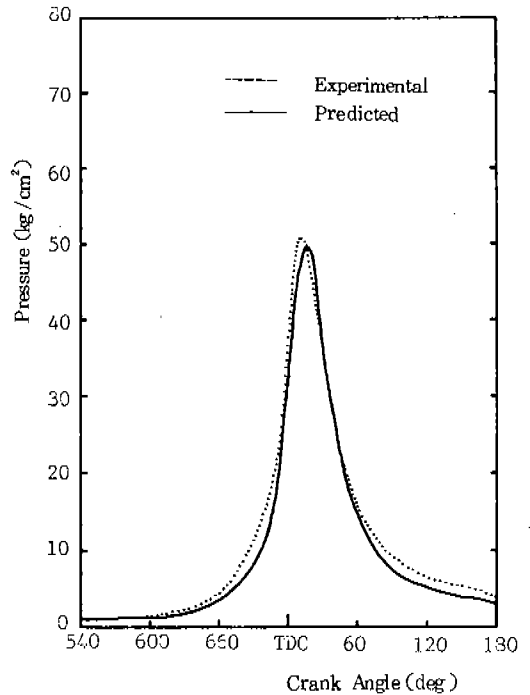
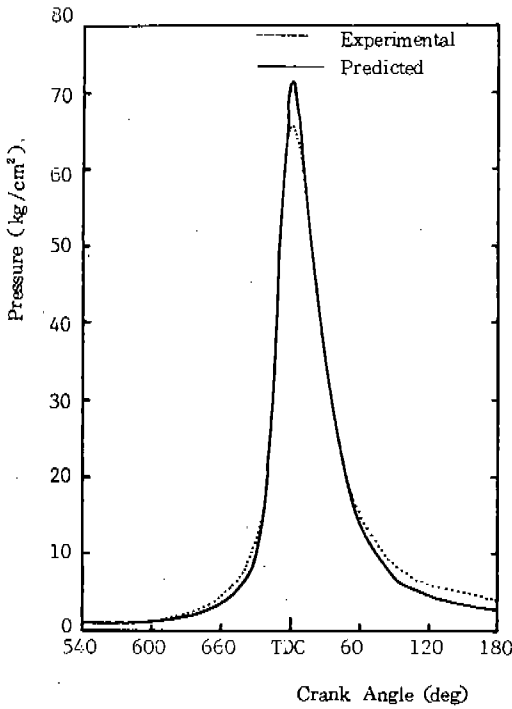


Fig. 6 The Effect of Equivalence Ratio on Concentration of CO₂, CO and NO (2000 rpm, -100mmHg, 25° BTDC).



(b) Spark Advance 25°

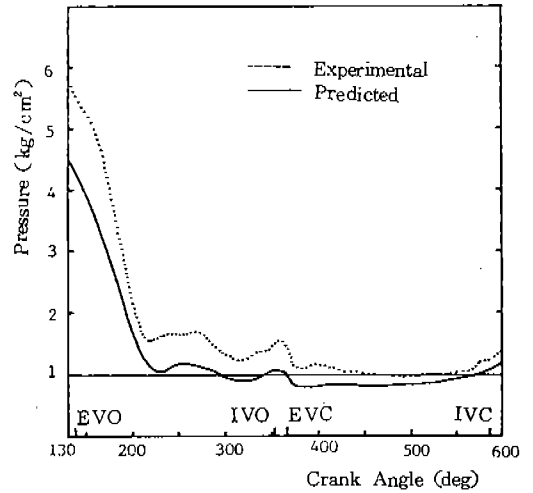
化는 全般的으로 實驗값보다 多少 낮게 豫測 되었으나 壓力의 變化傾向을 잘 나타내고 있다. Fig. 9에 나타난 바와 같이 圖示平均有效



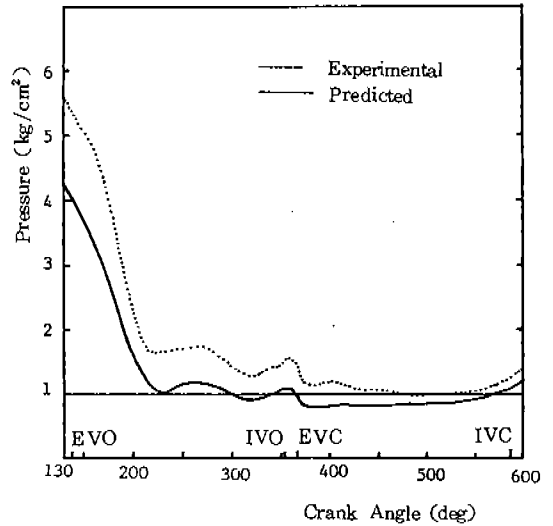
(c) Spark Advance 45°

Fig. 7 Variation of Cylinder Pressure during Power Cycle (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.18$).

壓力は 實驗값과 4%以內의 差異內에서 豫測할 수 있었으며 充填效率와 圖示燃料消費率은 實驗값보다 全般的으로 높게 豫測되었다. 排出



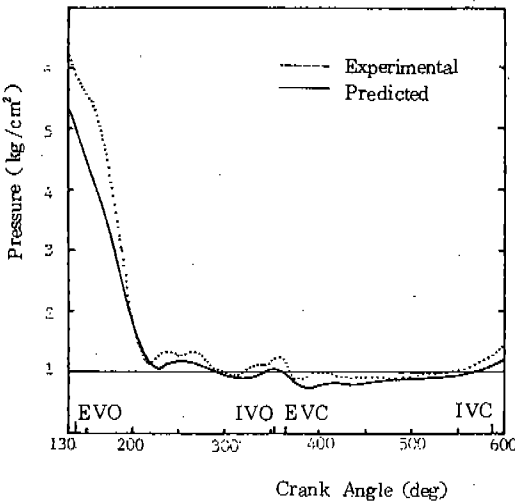
(b) Spark Advance 25°



(c) Spark Advance 45°

Fig. 8 Variation of Cylinder Pressure during Gas Exchange Process (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.18$).

가스 濃度中 CO의 境遇는 實驗값보다 2~3% 정도 낮게 豫測되었으나 CO₂의 豫測값은 實驗값과 最大 1.1% 以內의 差異만을 나타내고 있다. NO濃度の 豫測값은 實驗값과 比較하여 10~135ppm 정도의 差異 밖에는 나타나지 않았다.



(a) Spark Advance 5°

Fig. 11과 Fig. 12는 吸氣管壓力 -100mmHg에서 點火時期를 最大토크 點火時期(MBT)로

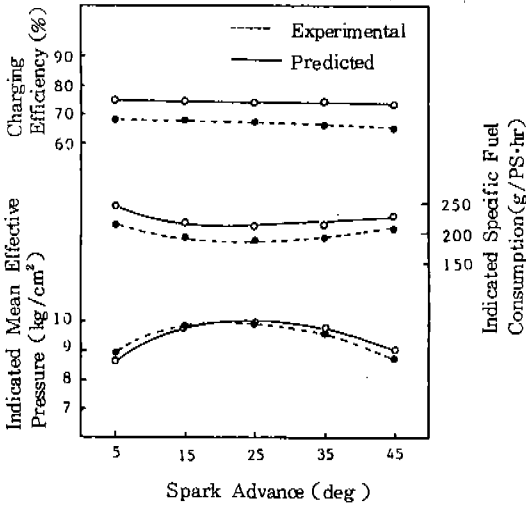


Fig. 9 The Effect of Spark Advance on the Engine Performance. (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.18$).

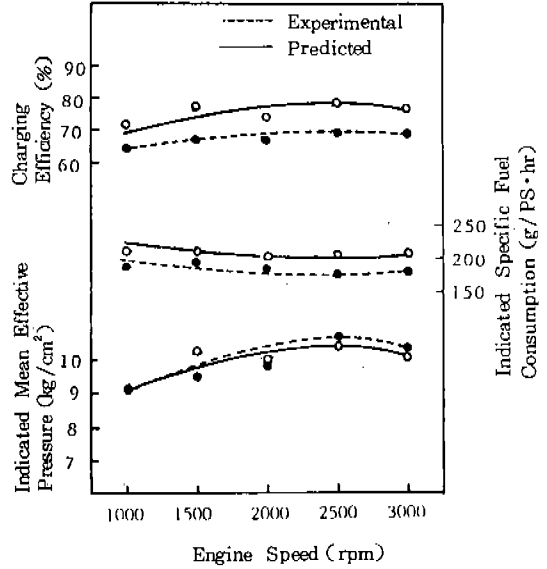


Fig. 11 The Effect of the Engine Speed on the Engine Performance (- 100mmHg, MBT).

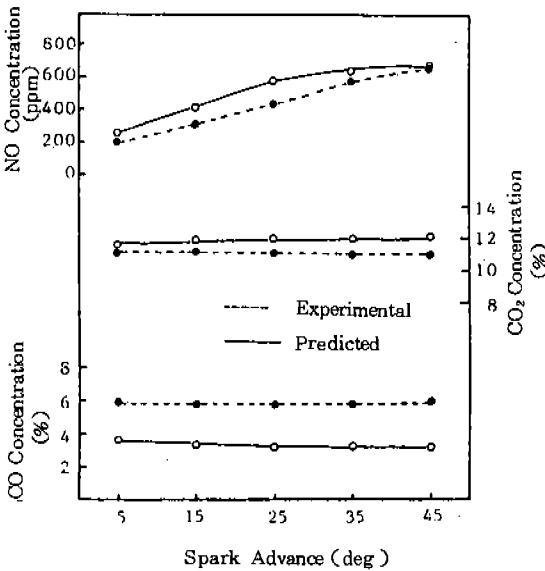


Fig. 10 The Effect of Spark Advance on the Concentration of CO₂, CO and NO (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.18$)

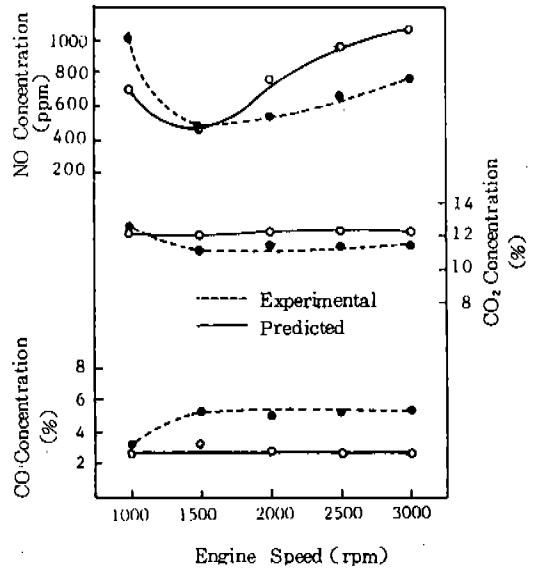


Fig. 12 The Effect of the Engine Speed on the Concentration of CO₂, CO and NO (- 100mmHg, MBT).

維持하고 機關回轉速度를 變化시킨 境遇의 機關性能과 排出가스組成의 變化를 實驗값과 豫測값을 比較하여 圖示한 것이다. 이때 當量比는 機關回轉速度에 따라 變化하도록 그대로 두고 一定한 값이 되도록 調整하지 않았다. 本運轉條件의 境遇 機關回轉速度 2500rpm 에서

實驗과 豫測 兩者 共히 最大의 圖示平均有效壓力과 充填效率를 表示하였으며 같은 回轉速度에서 圖示燃料消費率이 最小로 되는 것으로 나타났다. 機關回轉速度를 變化시킨 境遇에 대하여도 點火時期를 變化시킨 境遇와 비슷한 正確度內에서 機關性能과 排出가스 濃度を 豫

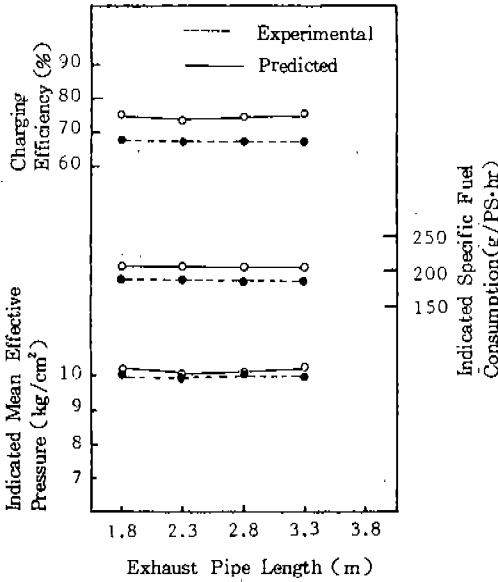


Fig. 13 The Effect of the Exhaust Pipe Length on the Engine Performance (2000 rpm, -100 mmHg, $\phi = 1.17$, 25° BTDC).

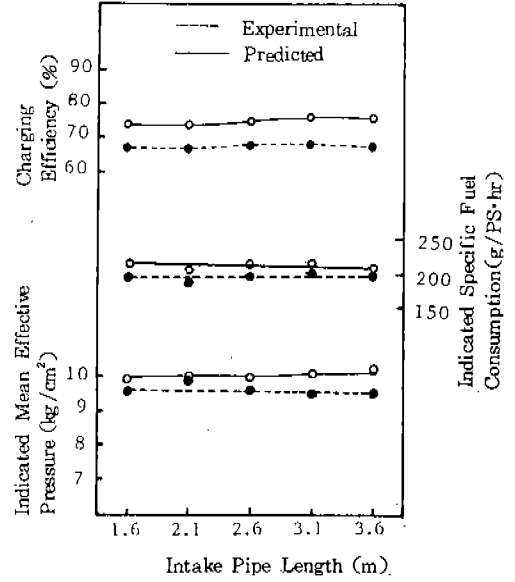


Fig. 15 The Effect of the Intake Pipe Length on the Engine Performance (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.17$, 25° BTDC).

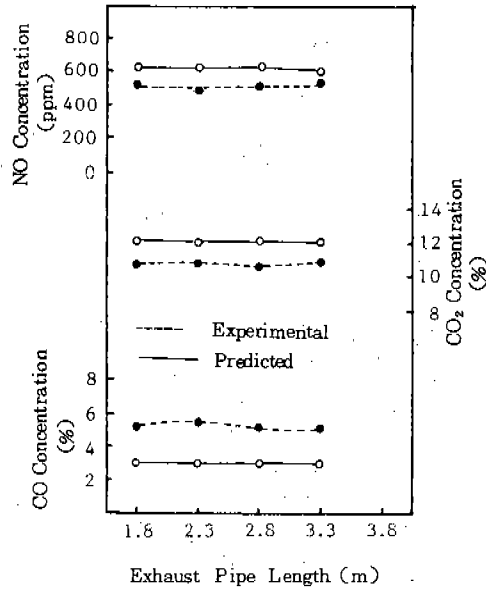


Fig. 14 The Effect of the Exhaust length on the Concentration of CO₂, CO and NO (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.17$, 25° BTDC).

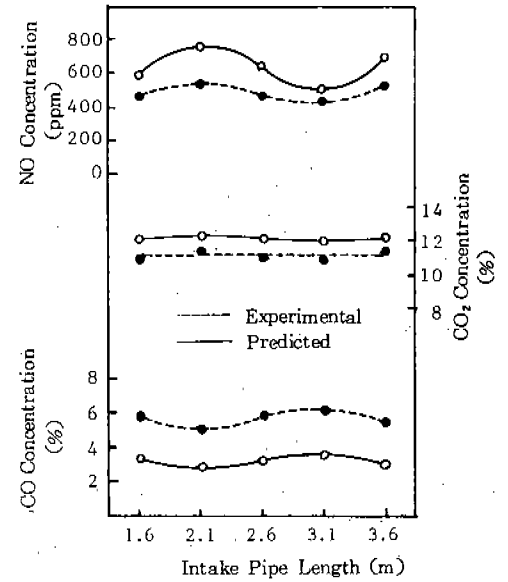


Fig. 16 The Effect of the Intake Pipe Length on the Concentration of CO₂, CO and NO (2000 rpm, -100mmHg, $\phi = 1.17$, 25° BTDC).

測算 수 있었다.

Fig.13~Fig.16은 機關回轉速度 2000rpm,

吸氣管壓力 -100mmHg인 連轉條件에서 매니 폴드를 지난 後의 排氣管의 길이와 서지탱크

와 氣化器사이의 吸氣管의 長이를 變化시킨 境遇에 대하여 機關性能과 排氣가스 組成의 變化를 각각 圖示한 것이다. 吸·排氣管 長이의 變化에 대하여도 앞서의 境遇에서와 마찬가지로의 正確度를 가지고 機關性能 및 排氣가스의 組成을 豫測할 수 있었다. 本 運轉條件에서 變化시킨 吸·排氣管 長이의 範圍內에서는 實驗값과 豫測값 모두 管長이의 變化에 따라 機關性能 및 排氣組成이 별로 크게 變化하지 않았다. 이는 運轉條件의 設定과 關係있는 것으로 생각되며 앞으로 보다 廣範圍한 運轉條件에 대하여 實驗 및 計算을 反復하여 檢討하여야 할 問題라고 생각된다.

5. 結 論

실린더內 火炎의 傳播와 매니폴드 連結部에서의 流動의 干涉을 包含한 吸·排氣系統에서의 流動을 考慮한 시뮬레이션 모델을 使用하여 4氣筒 4사이클 스프라크 點火機關의 性能 및 排氣組成을 豫測할 수 있는 프로그램을 開發하였다. 이것을 使用하여 當量比, 點火時期, 機關回轉速度 및 吸·排氣管의 長이의 變化에 따른 機關性能 및 排氣組成을 豫測하고 그 값을 實驗結果와 比較함으로써 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 基準 運轉條件에서 決定된 實驗常數를 使用하여 다른 運轉條件에서 計算한 指壓線圖, 실린더 最高壓力, 圖示平均有效壓力는 大部分의 運轉條件에서 實驗값과 잘 一致하였다.

(2) 充填效率는 全般的으로 약간 높은 값으로 豫測되었으며 이에 따라 燃料消費率도 약간 높은 값으로 豫測되었다. 이것은 사이클全體에 걸쳐 一定한 밸브 流量係數를 使用하였기 때문으로 생각되며 이에 대하여는 계속 研究가 必要하다.

(3) 排氣組成의 豫測은 實驗값과 比較할 때 CO_2 는 모든 運轉條件에 걸쳐 1~2%의 誤差範圍內에서 實驗값과 豫測값이 잘 一致하였다. CO 濃度の 豫測값은 實驗값에 比하여 1~3%의 差異를 나타냈으나 CO 濃度の 實驗값이 8%以下인 점을 감안할 때 이것은 比較的 큰

差異이다. CO 濃度の 보다 正確한 豫測을 위해서는 反應速度論에 의한 計算이 要求된다. NO 濃度の 豫測값은 大部分의 運轉條件에서 實驗값에 가까운 값을 나타냈다. 다만 稀薄한 領域에서 實驗값보다 높은 값으로 豫測되었다. 그것은 실린더內 가스 溫度的 豫測이 正確하지 못하였기 때문이라고 생각되며 실린더內 가스 溫度的 보다 正確한 豫測을 可能하게 하는 熱傳達係數의 選定이 必要하다.

(4) 本 實驗에서 使用한 運轉條件下에서는 吸·排氣管 長이에 따라서 機關性能은 거의 變化하지 않았다. 이것은 廣範圍한 다른 運轉條件下에서 繼續 實驗 및 計算을 反復하여 檢討되어야 할 것이다.

後 記

本 研究는 韓國科學財團의 1986~1987年 借款 研究費 支援에 의하여 수행되었으며 이에 深甚한 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

1. J.N. Mattavi, C.A. Amann, "Combustion Modeling in Reciprocating Engines", pp. 13-32, Plenum Press, London, 1980.
2. R.S. Benson and N.D. Whitehouse, "Internal Combustion Engines", Combined Ed., pp.75-89, Pergamon Press, Oxford, 1979.
3. N.D. Whitehouse, D.E. Winterbone, "テイーゼル機關의 性能豫測-燃燒, 給排氣管系および過給系의 解析-", 內燃機關, 19卷 5號, pp. 53-69, 山海堂, 東京, 1980.
4. R.S. Benson, W.J.D. Annand, P.C. Baruah, "A Simulation Model Including Intake and Exhaust Systems for a Single Cylinder 4-Stroke Cycle S.I. Engine", Int. J. Mech. Sci., vol. 17(2), pp.97-124, 1975.
5. R.S. Benson, R.D. Garg and D. Woollatt, "A Numerical Solution of Unsteady Flow Problems", Int. J. Mech. Sci., vol. 6, pp.117-144, 1964.
6. 尹健植, 俞炳澈, "單氣筒 4 사이클 스프라크

- 아크點火機關吸·排氣過程의 시뮬레이션”, 自動車工學會誌 7(1), pp. 24-31, 1985.
7. 俞炳澈, 金正純, “單氣筒 2 사이클 壓縮點火機關의 시뮬레이션”, 自動車工學會誌 8(1), pp. 62-74, 1986.
 8. W.J.D. Annand, “Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating Internal Combustion Engines”, Proc. Instn. Mech. Engrs., vol. 177, pp.973-996, 1963.
 9. D.K. Kuehl, “Laminar-Burning Velocities of Propane-Air Mixtures”, 8th International Symposium on Combustion, pp.510-521, 1962.
 10. 趙良穗, 俞炳澈, “單氣筒 4 사이클 스파아크點火機關動力사이클의 시뮬레이션”, 自動車工學會誌 5(4), pp. 47-61, 1983.
 11. W.J.D. Annand, “Geometry of Spherical Flame Propagation in a Disc-Shaped Combustion Chamber”, J. Mech. Engng. Sci., vol.12, pp.146-149, 1970.
 12. C.W. Vickland, F.M. Strange, R.A. Bell and E.S. Starkman, “A Consideration of the High Temperature Thermodynamics of Internal Combustion Engines”, SAE Trans., vol.70, pp.785-795, 1962.
 13. W.J.D. Annand, “Calculation of Nitric Oxide and Carbon Monoxide Concentrations in Spark-Ignition Engines”, Proc. Instn. Mech. Engrs., vol.188, pp.431-445, 1974.
 14. R.S. Benson, P.C. Baruah, Ir. R. Sierens, “Steady and Non-Steady Flow in a Simple Carburettor”, Proc. Instn. Mech. Engrs., vol.188, pp.537-548, 1974.
 15. H. Daneshyar, “Numerical Solution of Gas Flow through an Engine Cylinder”, Int. J. Mech. Sci., vol.10, pp.711-722, 1968.
 16. 俞炳澈, 李正鉉, “4氣筒 4 사이클 스파아크點火機關吸·排氣系統의流動에關한研究”, 自動車工學會誌 10(1), pp. 63-71, 1988.
 17. R.S. Benson, D. Woollatt, W.A. Woods, “Unsteady Flow in Simple Branch Systems”, Proc. Instn. Mech. Engrs, vol.178, pp.24-49, 1963.