J. Astron. Space Sci., Vol. 5, No. 1, 1988

인공위성 궤도의 추적과 예보의 기술개발(I)*,**
— 예비궤도 결정법에 관한 연구 —

김천휘, 신종섭, 박필호, 김두환
천문우주과학연구소

이병선,*** 조중현, 이정숙, 박상영, 최규홍
연세대학교 천문기상학과

(1988년 5월 20일 받음; 1988년 6월 10일 수리)

A Study on the Tracking and Position Predictions of Artificial Satellites (I)*,**
— A Study on the Methods of the Preliminary Orbit Determination —

Chun-Hwey Kim, Jong Sub Shin, Pil Ho Park, and Tu-Hwan Kim
Institute of Space Science and Astronomy, Daejeon 302-348
and
Byoung-Sun Lee,* Jung-Hyun Jo, Jung-Sook Lee, Sang-Young Park, and Kyu-Hong Choi**
Department of Astronomy & Meteorology, Yonsei University, Seoul 120-749

(Received May 20, 1988; Accepted June 10, 1988)

국문요약

지구주위를 선회하는 인공위성의 예비궤도를 결정하는 대부분의 모든 방법들을 재조사하였다. 조사된 방법들을 이용하여 기상위성 NOAA-10호의 예비궤도를 결정하였고 그 결과들을 NASA에서 계산된 NOAA-10호 위성의 평균궤도요소와 비교하였다. 이 비교를 통하여 Gauss형 방법들에 의하여 결정된 예비궤도 요소들이 Laplace형 방법들에 의한 결과보다 NASA의 평균궤도요소에 더 가깝게 계산되었다. 우리의 결과는 Gauss방법에 대한 Taff(1984)의 비판이 재고되어야 함을 보여 주며 따라서 Marsden(1985)의 견해를 뒷받침한다.

---

* Yonsei University Observatory Contribution, No. 60.

** 이 연구는 과학기술처 특정연구사업 연구비의 지원을 받았음.

*** 현 천문우주과학연구소 연구원

Abstract

Most of all methods of determining the preliminary orbit of an artificial Earth satellite are reviewed. The preliminary orbits of the meteorological satellite NOAA-10 are determined using the studied methods and are compared with mean orbital elements determined at NASA. Through the comparision the preliminary orbital elements determined with Gaussian type methods are more approximate to those of NASA than those calculated with Laplacian type ones. Our results indicate that Taff(1984)'s criticism on the Gauss method must be abandoned and Marsden (1985)'s analysis on the method is correct.

Ⅰ. 서 론

예비궤도 결정이란, 자연천체 또는 인공천체들의 접융궤도요소(osculating orbital elements)들을 구하는 일련의 수리물리적인 과정이다. 30년 전인 1957년에 최초의 인공위성 Sputnik 1호가 지구궤도를 선회하기 전만 하더라도 예비궤도 결정방법은 태양계 내의 천체들이나 쌍성계 또는 다중성계에 속한 성분별의 궤도를 결정하는 데 사용되었다. 그 이후 오늘날에 이르러서 인공위성은 물론이고 미사일, 그리고 소위 killer satellites(anti-satellites)의 궤도를 결정하기 위하여 예비궤도 결정방법을 적용하므로 그 응용범위가 한층 넓어진 것이 현재의 추세이다(Taff 1984).

역사적으로 살펴볼 때, 서로 다른 시간에 관측된 어떤 천체의 세 쌍의 각 좌표(예를 들면, 적경과 적위 또는 방위각과 고도)들로부터 그 천체의 예비궤도를 일반적으로 결정할 수 있도록 고안된 최초의 방법은 1780년에 Laplace에 의하여 창안되었다. 그 이후 1809년에 Gauss는 Laplace 방법과는 아주 다른 새로운 예비궤도 결정방법을 제안하였다. 물론 Laplace 이전에 Euler, Lambert, 그리고 Lagrange 등의 여러 학자들도 예비궤도를 결정하는 그들 나름대로의 해석적인 방법을 시도하였으나 일반적인 방법들은 아니었다(Dubyago, 1961). 여기서 Laplace 방법과 Gauss방법의 두 가지 차이점을 간단히 설명하면 첫째, 전자는 2체문제의 운동방정식이 2계 미분방정식으로 표현된다는 관점에 세 쌍의 각 좌표들의 수치 미분을 이용한 반면, 후자는 어떤 시점에서의 운동방정식 대신에 관측치들의 시간간격들을 연결짓는 2체문제의 해를 사용, 즉 각 운동량 보존법칙을 사용한다는 점이다. 둘째, Gauss방법은 단지 세 쌍의 각 좌표들을 이용해야만 하는 반면, Laplace 방법은 세 쌍 이상의 각 좌표들을 사용할 수가 있다.

한편, 현대의 레이다 공학기술의 발달은 그 파급효과가 매우 커서 여러 측정분야의 발전을 가져오게 되었다. 특히 인공위성 궤도추적에 이 레이다 기술이 응용되어 위성까지의 거리와 그 거리변화율을 알 수 있게 되었다. 따라서 이 두 관측자료와 고전적으로 얻을 수 있는 각 좌표들을

결합하면 더 쉽게 위성의 궤도를 결정할 수 있고, 또 새로운 궤도결정 방법이 도출될 수 있다(표 1 참조). 복합자료를 이용하여 예비궤도를 결정하는 방법들은 Escobal(1976)이 자세히 설명하였으므로 여기서는 생략하겠으나 이 방법들의 골격은 Laplace 방법이나 Gauss 방법에 기초를 두고 있고, 그 두 방법을 수정 또는 개선한 것이다.

가장 최근에 Taff(1984)는 Herget(1965)가 "*It would be a constructive achievement to dispel the myth that a preliminary orbit can be computed from three observations*"라고 언급한 것에 대하여 흥미를 느끼고 존재하는 모든 예비궤도 결정방법들을 재조사하였다. Taff의 결론은, 정확하게 관측된 세 쌍의 각 좌표들 만으로 예비궤도를 결정한다는 것은 사실상 불가능하다는 것이다. 또한 Laplace 방법과 Gauss 방법 중 전자가 후자보다 더 나은 궤도결정방법이고 후자는 실제로 사용하는 데 추천할 만한 방법이 아니다 라고 Gauss방법을 격하시켰다. Taff에 의하면, Laplace 방법은 짧은 시간에 관측된 다소 부정확한 세 쌍의 각 좌표를 사용할 경우 수치미분이 적절치 않기 때문에 큰 오차를 포함할 수 있지만 많은 관측치를 사용할 경우 소위 Polynomial smoothing 과정을 거쳐 이를 해결할 수 있다. 반면, Gauss 방법은 그 과정에서 f와 g 급수(series)를 사용하는데, 이 급수의 수렴성을 미리 알 수가 없다는 것이다.

Moulton(1903, Taff;1984)은 이 급수의 수렴반경이 $P\tau/2\pi$ (P : 궤도공전주기, τ : modified time variable)임을 보였다. 따라서 Gauss 방법을 이용하려면 관측치의 시간간격이 $P\tau/2\pi$보다 작아야 하며 또 공전주기 P를 미리 알 수 없기 때문에 Gauss 방법은 예비궤도결정방법으로 적절치가 않다고 Taff는 주장하였다. 그러나 Marsden(1985)은 Gauss 방법이 수렴성이 확인되지 않은 급수에 의존하는 것이 아니라 절대적으로 수렴하는 급수로부터 유도되는 f, g 함수에 기초하므로 Gauss 방법에 대한 Taff의 비판이 잘못되었음을 지적하였다.

이 논문에서는 현재 사용하고 있는 가능한 한 모든 예비궤도 결정방법들을 재조사한 다음, 소형컴퓨터로 임의의 인공위성의 예비궤도를 결정할 수 있도록 각 방법들을 전산화하였다. 또한, 기상위성인 NOAA-10호의 관측자료로부터 각 방법들을 이용하여 이 위성의 예비궤도를 결정하였다. 그 계산결과를 Taff와 Marsden의 최근의 논쟁과 연관하여 각 방법들을 서로 비교해 보고자 한다.

Ⅱ. 예비궤도 결정방법들의 전산화

임의의 인공위성의 예비궤도를 결정하는 방법들은 그 수리물리적인 접근방식의 차이 때문에, 또는 사용된 관측자료들의 차이 때문에 그 수가 매우 많다. Escobal(1976)은 현재 사용되고 있는 거의 모든 예비궤도 결정방법들을 알기 쉽게 설명하였다. Escobal은 예비궤도 결정법에 관한 모두 15가지 방법들을 제시하였는데 그 중에서 우리는 표 1에 요약한 11가지 방법들을 선

표 1. NOAA-10호의 여러 가지 방법으로 구한 궤도요소의 비교

방법 \ 궤도요소	장반경 (a)	궤도이심률 (e)	궤도경사각 (i)	승교점경도 (Ω)	근지점인수 (ω)	고도차이 (Δh)	방위각차이 (ΔA)	관측자료 (i=1, 2, 3)
NASA에서 보내 온 궤도요소	km 7192.231	0.00132336	98°.71692	162°.9426	313°.501	0°	0°	
Laplace 방법	7090.920	0.00194100	98.63090	163.8966	304.987	0.71	1.79	(α_i, δ_i) 또는(A_i, h_i)
Gauss 방법	7193.685	0.00128888	98.72025	163.3724	316.373	0.04	0.10	(α_i, δ_i) 또는(A_i, h_i)
복합방법 수정된 Laplace 방법	7314.233	0.01402100	98.62010	163.8920	174.554	0.75	1.37	(α_i, δ_i, ρ_i) 또는 (A_i, h_i, ρ_i)
복합방법 r-반복보정법	7237.133	0.00831800	98.61000	163.9093	219.591	1.08	2.48	(α_i, δ_i, ρ_i) 또는 (A_i, h_i, δ_i)
복합방법 Herrick-Gibbs방법	7188.085	0.00147521	98.72414	163.3613	276.503	0.08	0.82	(α_i, δ_i, ρ_i) 또는 (A_i, h_i, ρ_i)
복합방법 삼변측량법	7192.790	0.00148600	98.71559	163.8840	347.518	0.32	0.78	(ρ_i, $\dot{\rho}_i$)
Gauss 반복법 Lambert-Euler 반복법 Semi-parameter 반복법 진근점이각반복법 f와 g급수 반복법	7184.636	0.00143368	98.77696	163.3797	256.384	0.08	0.22	$\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$

*: α_i와 δ_i는 각각 적경과 적위, A_i와 h_i는 각각, 방위각과 고도, ρ_i와 $\dot{\rho}_i$는 각각 지상에서 위성까지의 거리와 거리변화율, 그리고 $\vec{r}_1$과 $\vec{r}_2$는 t_1과 t_2시간에서 지구중심에서 위성까지의 동경벡터이다.

택하였다. 나머지 4가지 방법들은 Escobal이 지적했듯이 수치적으로 철저히 연구되지 못하였거나 또는 Escobal이 그 방법들의 이론을 상세히 설명하지 않았기 때문에 이 연구에서 제외하였다.

선택된 11가지 방법들 각각에 대하여 그 algorithm을 작성하고 그것에 기초하여 임의의 인공위성의 예비궤도를 결정하여 미래의 위치를 예보할 수 있는 프로그램들을 개발하였다. 각각의 프로그램을 효율적으로 작성하고 사용하는 데 용이하게 하기 위하여 각 방법들에 공통적으로 들어가는 상수와 변수를 모두 통일하였고 프로그램에 사용되는 물리상수와 천문상수들은 1976년에 IAU에서 통일되어 그 후 계속 개선된 수치들을 이용하였다(Transactions of the International Astronomical Union 1977, Almanac for Computers 1984, The Astronomical Ephemeris and Nautical Almanac 1987). 프로그램 언어는 Fortran 77이고 IBM-PC AT 호환 소형컴퓨터를 사용하였다. 표 1에 요약한 각 방법들의 설명과 그 algorithm, 그리고 프로그램 list는 김두환 등(1987)이 제시하였으므로 여기서는 생략한다.

Ⅲ. 계산결과

Ⅱ장에서 설명한 11가지 예비궤도 결정방법들의 작성된 프로그램들을 현재 운용하고 있는 기상위성 NOAA-10호의 예비궤도를 결정하는 데 적용하였다. 먼저, NASA로부터 얻은 NOAA-10호의 평균궤도요소(표 1 참조)를 가지고 지구 타원체 때문에 생기는 J_2 섭동효과를 고려하여 이 위성의 시간별 적경과 적위, 관측소(여기서는 편의상 위성추적안테나가 있는 안양전파연구소 : 126°56′.58E, 37°27′.38N)로부터 위성까지의 거리(range)와 거리변화율(range rate), 그리고 지구 중심으로부터 위성까지의 동경벡터(radius vector)를 계산하였다. 이 계산된 값들 중에서 적절한 시간 간격의 세 개의 수치값들을 초기값 또는 경계값으로 선택하면 각 방법들에 의한 NOAA-10호의 예비궤도를 구할 수 있다. 이 과정에서 관측자료 사이의 시간 간격을 최소한 15초에서 6분까지 15초를 단위로 하여 변화시킬 때 각 방법들에 의한 결과가 어떻게 변화하는지를 계산하였다. 그 이유는 어떤 시간 간격을 갖는 관측자료를 이용하여야 NASA의 평균궤도요소에 가장 근사한 값을 계산하는지를 알 수 없다는 점과 관측자료 사이의 시간 간격 변화에 따른 각 방법들의 특성을 파악할 수가 있기 때문이다.

계산결과 관측점 사이의 시간 간격이 클수록 NASA의 평균궤도요소에 더 근사한 궤도요소들을 계산한 방법은 Gauss 방법, Gauss 반복법, 그리고 f, g급수반복법이고, 반대로 시간 간격이 작을수록 더 좋은 결과를 보여 준 것은 Laplace 방법, 개선된 Laplace 방법, 그리고 r-반복보정법이었다. 또한, Herrick-Gibbs 방법을 포함한 나머지 방법들은 시간 간격에는 크게 영향을 받지 않는 것으로 나타났다. NOAA-10호의 관측자료를 이용하여 11가지 예비궤도 결정방법들로 계산한 시간 간격에 따른 결과 중에서 NASA의 평균궤도요소에 가장 근사한 값들을 각각

표 1에 수록하였다. 단, 표 1에 수록된 삼각측량법(method of trilateration)에 의한 결과는 관측소가 연세대학교(126°.95E, 37°.56N), 천문우주과학연구소(127°.35E, 36°.38N), 그리고 울릉도(130°.83E, 37°.53N)에 있고 세 관측소에서 동시에 관측하였다고 가정하여 얻은 것이다.

Ⅳ. 논 의

표 1에서 보듯이 NASA에서 보내 온 NOAA-10호 위성의 평균궤도요소와 각 방법들에 의하여 계산된 궤도요소는 정확하게는 일치하지 않는다. 그 이유로서 이 연구에서는 지구를 점질량이라 가정하였고 그 외의 섭동력은 일체 고려하지 않았기 때문이다. 그러나 여러 가지 방법들에 의하여 계산된 예비궤도요소들은 NASA의 평균궤도요소와 크게 어긋나지 않는다. NASA의 평균궤도요소에 가장 근사하게 접근하는 방법은 Gauss 방법으로, 이 방법은 그 수리물리적인 접근방법이 다른 방법들에 비교하여 대단히 self-consistent하고 매우 정교하여 거의 실제의 궤도를 계산하고 있다.

그러나 NOAA-10호 위성인 경우 Gauss방법의 f, g급수는 관측자료의 시간 간격이 약 10분 이상이 되면 수렴하지 않고 발산한다. 따라서 Taff가 주장한 Gauss 방법의 f, g급수의 수렴성에 관한 논의는 타당하다. 그럼에도 불구하고 Gauss 방법과 이에 기초를 둔 다른 방법들은 위와 같은 이유 때문에 좋지 않으므로 앞으로는 사용하지 말 것을 주장한 Taff의 결론은 옳지 않다고 생각한다. 그 이유로서 첫째, Laplace 방법은 NOAA-10호 위성인 경우 관측자료의 시간 간격이 짧을수록 NASA의 궤도요소에 접근하는 결과를 보여 주지만 시간 간격이 아주 짧거나(약 15초 이내), 또는 시간 간격이 길(약 1분 이상)경우, NASA의 값과는 매우 다른 결과를 보여 주고 있고, 따라서 그 적절한 시간 간격을 구하기가 Gauss 방법보다 더 어렵다(김두환 등, 1987). 둘째, 이와 같은 Laplace방법의 단점을 보안하기 위하여 세 점 이상의 관측자료를 사용하고, 또 polynomial smoothing과정(Taff, 1984)을 거친다면, Marsden(1985)이 제시한 절대적으로 수렴하는 소위 "generalized conic function"을 사용하여 Gauss 방법을 보완할 수 있다. 특별히 Gauss방법을 개선한 MVC (Moulton-Vaisala-Cunningham)방법은 지상에서 위성까지의 거리(ρ)를 가정한 후 개선된 ρ를 얻을 때까지 반복하여 최종적으로 예비궤도를 결정하는 방법이다(Marsden, 1985). 이 방법은 복합관측자료(적경과 적위, ρ)를 이용하는 Herrick-Gibbs방법과 유사하다. Herrick-Gibbs방법은 Gauss 방법에 기초를 두고 그 방법을 개선한 것으로 NOAA-10호 위성인 경우 관측자료의 시간 간격에는 무관하게 NASA의 평균궤도요소에 매우 근사한 값을 Gauss방법보다 더 빠르게 계산한다(김두환 등, 1987). 따라서 이 논문에서 비록 MVC방법에서 사용한 "generalized conic function"을 계산하지는 않았지만 Gauss방법의 f, g급수는 절대적으로 수렴하는 f, g함수에 기초를 두고 있어야 한다는 Marsden

의 주장은 타당한 것으로 보아야 할 것이다. 세째, 표 1에서 보듯이 Gauss 방법을 위시하여 그 방법에 기초한 Herrick-Gibbs 방법에 의한 결과가 Laplace 방법과 그 방법에 기초한 수정된 Laplace 방법, 그리고 r-반복보정법 들에 의한 결과보다 NOAA-10호 위성인 경우 더 좋은 궤도를 결정한다. 따라서 우리는 NOAA-10호 위성에 대하여 Gauss 방법이 Laplace 방법보다 더 좋은 정확도로 예비궤도를 결정하며, Gauss 방법은 예비궤도결정을 위한 매우 좋은 방법이라고 결론을 맺는다.

한편, 표 1에 주어진 여러 방법들에 의하여 산출된 궤도요소를 가지고 계산한 인공위성의 방위각과 고도를 NASA의 평균궤도요소를 가지고 계산한 방위각과 고도와 비교해 볼 때 표 1에서 보듯이 각 방법들이 거의 방위각과 고도에 있어서 각각 0°.1-2°.5와 0°.04-1°.1 이내의 차이를 보이고 있다. 경기도 안양에 있는 전파연구소에 있는 직경이 5 m인 추적안테나의 추적범위는 약 2.5 도이므로 이 연구에서 개발한 소프트웨어가 비록 예비궤도를 위한 것일지라도 충분히 미지의 위성을 추적하는 데 사용할 수가 있다.

참고문헌

김두환, 김천휘, 신종섭, 박필호, 최규홍, 이병선, 조중현, 박상영, 이정숙, 1987, 과학기술처 N8613.

Almanac for Computers, 1984, U.S. Naval Observatory.

The Astronomical Ephemeris and Nautical Almanac, 1987, U.S. Naval Observatory.

Dubyago, J.E. 1961, *The Determination of Orbits*(Macmillan, New York).

Escobal, P.R. 1976, *Methods of Orbit Determination*(Wiley, New York).

Herget, P. 1965, *Astron. J.*, **70**, 1.

Marsden, B.G. 1985, *Astron. J.*, **90**, 1541.

Taff, L.G. 1984, *Astron. J.*, **89**, 1426.

Transactions of the International Astronomical Union, 1977, eds. Muller, E.A. and Jappel, A. (D. Reidel, Boston), Vol. XVI.