〈論 文〉

有限要素法을 利用한 開水路斷面急擴大部의 循環現象解析

Finite Element Analysis for Circulation Phenomena in Sudden Expansion of Open Channel

尹 泰 勳* 徐 承 源**
Yoon, Tae Hoon Suh, Seung Won

ABSTRACT

Analyzed was the circulation phenomena in the open channel with sudden expansion, by applying the Galerkin's finite element method to the depth-averaged 2-dimensional continuity and momentum equations. Wave tests were done in the simplified channel in order to review the validity of this newly developed model and the computed results were within 0.5% of L_2-norm error, and application of this model to the simulation of simplified dam-break gave very close results compared with the analytical solution, thus, it can be concluded that this model is valid and efficient. The main flow in the expanded channel was defined as a new initial condition with given velocity and the flow in the expanded portion was at rest in simulating the circulation, and besides the Neumann's condition the slip boundary condition for lateral wall was found to be proper condition than the no-slip condition. It can be concluded, from the numerical tests in the sudden expension, that the circulating phenomena depend mainly on the convective inertia and the effect of turbulence due to bottom shear and lateral shear is insignificant.

要 旨

水深에 대하여 平均을 취한 2次元 連續方程式및 運動方程式에 Galerkin 型 有限要素法이 適用되어 開水路 斷面急擴大部의 循環現象을 解析하였다.

模型의 妥當性實驗이 행하여진 단순한 水路에서의 波動實驗結果, 本 模型이 L_2 誤差 0.5% 以內에서 만족스럽게 수렴하고 있으며, 댐파괴시 水面曲線解析에서도 數値解와 正確解가 거의 一致하는 매우 양호한 結果가 導出되어 模型의 妥當性 및 有用性이 제시된다.

循環흐름 解析時 初期條件으로 主水路部의 흐름을 정의하는 새로운 條件이 도입되어 利用되었고, 側壁境界條件으로는 Neumann 條件이외에 slip 條件을 취하여 實驗한 結果 slip 條件이 no-slip 條件일때의 强한 境界層을 배제하는 妥當한 側壁境界條件으로 판단된다. 本 模型을 開水路斷面急擴大部에 適用한 結果 河床磨擦및 有效剪斷에 기인된 亂流의 영향은 크지 않은 반면 移送加速度는 循環흐름에 至大한 영향을 미치는 것으로 나타났다.

* 漢陽大學校 土木工學科 敎授
** 韓國科學技術院 硏究員

1. 序 論

水理構造物에 의한 開水路 斷面變化部의 흐름은 주로 流體의 亂流運動에 기인되며 특히 河幅에 비하여 水深이 얕은 淺水흐름의 斷面急大部에서는 循環흐름이 발생하게 된다. 이와같은 循環現象을 비교적 정확하게 해석하고자 하는 시도는 지난 10여년간 매우 심도있게 理論的으로 그리고 模型實驗및 數値實驗에 의하여 꾸준히 계속되어 왔다.

Lean과 Weare[7]는 開水路 斷面變化部의 循環現象에 관한 解析을 理論的인 면에서 검토한 Flokstra[4]의 해석결과를 數値實驗을 병행실시하여 粘性剪斷應力및 Reynolds 應力등이 복합적으로 내포된 有效側方剪斷應力이 순환흐름에 끼치는 중요성을 밝힌바 있다. 이들의 해석에 따르면 循環에 영향을 미치는 剪斷應力은 河床磨擦應力, 바람에 의한 水面磨擦應力과 有效側方剪斷應力의 3개應力으로서 이중 가장 산정하기 어려운 有效側方應力을 河床에서의 剪斷流速과의 관계로 표현한 渦粘性係數를 도입하여 해석하고 있으며, 斷面急擴大部에서 발생되는 渦를 主水路와 渦사이의 運動量輸送에 따라 생성되는 剪斷層亂流에 의한 영향과 河床에서 발생된 亂流의 복합작용으로 해석하고 있다.

Ponce와 Yabusaki[9]는 Lean과 Weare가 주장한 有效剪斷應力의 도입이 循環現象解析에 필수적이라는 점을 인지하고 이 영향을 나타내기 위하여 有限差分法을 이용한 2次元 數値模型에서 時間間隔과 格子間隔의 函數관계로 표현하여 해석하였다. 이들의 제안은 物理的으로 정확한 有效剪斷應力係數를 산정하기가 상당히 어려운 점을 감안하면, 數値模型을 이용한 循環現象解析에 時間과 空間格子의 函數관계로 표현한 係數가 타당성있게 수용될 수 있으리라 생각된다.

Rosman[11]등은 開水路 斷面急擴大部의 순환현상을 large eddy simulation 개념에 입각하여 일반화된 filtering 技法으로 해석하여 큰 축적의 경우에 해당되는 순환흐름을 만족스럽게 해석하고 있다.

Garcia와 Kahawita[5]는 St. Venant 方程式에 有限差分法을 이용하여 斷面急擴大部의 循環을 해석하였으며, 有效剪斷應力의 값을 임의로 변화시키며 實驗한 결과 이들 값에 따라 渦의 크기가 어느정도 영향을 받으나 數値解가 安定이 되기 위하여 有效剪斷應力項을 꼭 도입해야 되는 것은 아니라고 結論지었다.

Lokrou와 Shen[8]은 亂流混合의 영향으로 발생되는 循環流를 해석하기 위하여 self-preservation 假定이 내포된 相似法測을 적용하여 Navier-Stokes 方程式을 단순한 형태의 常微分方程式으로 변환시켜 數値實驗을 실시하였다.

Babarutsi[1]등은 역시 開水路 斷面急擴大部에 대한 循環現象을 규명하기 위하여 河床磨擦이 循環에 강하게 영향을 미친다고 가정하고 이의 영향을 나타내기 위해 無次元化된 河床磨擦數의 개념을 도입하였으며, 이는 Lean과 Weare가 河床磨擦에 의한 영향을 밝힌 循環領域의 설정에 이용한 것과 유사하다.

Rodi[10]는 河床磨擦에 기인된 亂流영향을 표현하는 방법을 진보시킨 소위 κ-ε 模型을 제안하여 循環流를 해석하고 있으나 粘性項에 대한 결과치는 산정하지 않았다.

上記 열거한 바와 같이 開水路 斷面急擴大部 흐름해석에서 水深에 대해 積分을 취한 2次元 數値模型으로 循環現象을 해석함에는 河床磨擦에 의한 亂流와 有效剪斷應力에 기인된 亂流영향이 포함되어져야 하나, 여기서 주목할 점은 有效剪斷應力을 포함하여 해석할 때 硏究者들에 따라서는 開水路의 측벽에 대한 境界條件 처리에서 Neumann 境界條件 이외에 흐름이 측벽에 沿하여 완전하게 미끄러지는 완전미끄럼조건(perfect-slip condition)과 불완전미끄럼조건(no-slip condition)으로 大別되어 해석되는 것이다. 즉, 有效剪斷應力項을 고려할 때는 Lean과 Weare[7], Garcia와 Kahawita[5]및 Ponce와 Yabusaki[9]등은 불완전미끄럼조건을 적용하여야만 渦度가 존재하게 되어 순환흐름이 생성된다고 주장한 반면 Babarutsi[1]등, Vregudenhil과 Wijbenga[12]및 Rosman[11]등은 완전미끄럼조건을 적용하여 순환흐름을 만족스럽게 해석하고 있다. 이와같이 側壁境界에 대한 條件選定에는 아직까지 명확한 定說이 없는 실정이다. 또한 이것과

연관지어 數値模型의 適用에서 初期條件을 설정할 때 기존의 연구에서는 初期條件의 성격상 해석하고자 하는 基本微分方程式을 만족시키는 값으로 주어지는 경우, 즉 海洋의 潮汐解析 경우와 같이 통상적으로 流速과 水位變動을 모두 0으로 취하는 cold start 條件이 많이 응용되고 있으나 이와 같은 條件은 開水路 흐름해석에서 非現實的인 初期條件으로 판단된다.

따라서 지금까지의 연구에서는 開水路側壁의 境界處理가 整形化되어 있지 않으며, 또한 初期條件은 cold start로 局限되어 있어 數學的으로는 만족스러운 條件이라고 생각되나 物理的으로는 非現實的인 것으로 사료된다.

本硏究는 水深에 관하여 평균을 취한 2次元 數値模型으로 開水路 斷面急擴大部의 循環現象을 해석하기 위하여 3점 3각형 要素를 이용한 Galerkin의 有限要素法을 基本微分方程式에 적용하고, closure problem 개념에 입각하여 순환에 영향을 미치는 亂流의 영향을 밝히고자하며 특히 數値模型의 운용시 대두되는 境界條件과 初期條件의 적절한 選定에 주안점을 두어 이의 有用性을 나타내고자 한다.

그리고 本模型을 적용하기 전에 正確解를 구할 수 있는 단순화된 水路에서의 波動現象에 本模型을 적용하여 數値解와 正確解와의 誤差를 定性的으로 分析하며, 또한 단순화된 1次元 댐 파괴시 本模型을 적용하여 水面形을 계산하고 결과를 正確解와 비교하므로써 本模型의 妥當性을 나타내고자 한다.

2. 數値模型의 定立

開水路 斷面急擴大部의 closure problem을 해석하기 위하여 3次元의 連續方程式과 Navier-Stokes 運動量方程式을 水深方向에 관하여 平均을 취한 2次元方程式을 基本式으로 택한다. index notation을 이용하면 다음과 같이 표기 할 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\{(h+\zeta)u_i\}_{,i}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j u_{i,j}+g\zeta_{,i}+\tau_{bi}-\varepsilon u_{i,jj}=0 \tag{2}$$

여기서 ζ는 임의의 基準面으로부터 水面까지의 變動을 나타내고, t는 時間, h는 河床으로부터 基準面까지의 水深을 의미하며, u는 水深에 대하여 平均을 취한 平均流速, g는 重力加速度, τ_b는 河床에서의 磨擦應力으로서 Manning 係數를 이용하여 표현하면 $\tau_{bi}=\frac{n^2 g}{h^{4/3}}(u_j u_j)^{1/2}u_i$ ε은 有效側方剪斷應力을 의미한다. 式(1)과 (2)에서 사용된 index i와 j는 Einstein의 summation convention 法測이 성립되고 본 경우와 같이 2차원 해석일 때는 1, 2의 값을 갖는다.

式(1), (2)로 표현된 基本方程式에 관하여 數値模型을 이용하여 近似解를 구하고자 本硏究에서는 3點 3角形要素의 Galerkin 型 有限要素法이 이용되었으며, 3각형요소를 이용한 淺水흐름의 有限要素解析時 3點要素의 유용성은 Dhatt 등[3]이 밝힌바 있다. Galerkin의 有限要素法은 上記式(1), (2)에서 未知値인 ζ와 u에 관한 近似解를 空間에 대한 補間函數 Φ를 도입하여 式(3), (4)와 같이 표현하고 式(1), (2)에 대한 加重函數를 式(5), (6)과 같이 나타냈을 때, 式(3), (4)의 近似解를 基本方程式에 代入하여 生成되는 殘差를 最少化시키는 것으로서 式(5), (6)의 加重函數와 殘差와의 內積을 0으로 취하는 것이다.

$$\zeta = \Phi_\alpha \zeta_\alpha \tag{3}$$

$$u_i = \Phi_\alpha u_{\alpha i} \tag{4}$$

$$\zeta^* = \Phi_\alpha \zeta^*_\alpha \tag{5}$$

$$u_i^* = \Phi_\alpha u^*_{\alpha i} \tag{6}$$

여기서 ζ_α와 $u_{\alpha i}$는 有限要素中 α節點에서의 水位와 平均流速이고, 본 연구에서는 補間函數 Φ_α를 線形으로 취하여 해석한다.

有限要素式의 構成을 위하여 式(1)과 (2)에 式(5)와 (6)의 加重函數 ζ^*와 u_i^*를 취하여 積分을 하면 다음과 같은 加重殘差方程式을 얻을 수 있다.

$$\int_A \left(\zeta^* \frac{\partial \zeta}{\partial t}\right) dA+\int_A [\zeta^*\{(h+\zeta)u_i\}_{,i}]dA=0 \tag{7}$$

$$\int_A \left(u_i^* \frac{\partial u_i}{\partial t}\right) dA+\int_A (u_i^* u_j u_{i,j})dA+\int_A (u_i^* g\zeta_{,i})dA$$

$$+\int_A (u_i^* \tau_{bi})dA - \int_A (u_i^* \varepsilon u_{i,jj})dA$$
$$=0 \qquad (8)$$

式(8)의 마지막항인 有効側方剪斷應力에 대한 적분을 Green定理를 이용하여 1계편미분에 관한 형태로 바꾸고 式(7)과 (8)에 式(3)~(6)의 近似式을 代入한 후, 加重函數 ζ^*와 u_i^*의 임의성을 고려하여 이들을 소거한 후 정리하면 다음의 有限要素方程式이 導出된다.

$$M_{\alpha\beta}\dot{\zeta}_\beta + F_{\alpha\beta i\gamma}(h_\beta+\zeta_\beta)u_{\gamma i} + G_{\alpha\beta\gamma i}(h_\beta+\zeta_\beta)u_{\gamma i}=0 \qquad (9)$$

$$M_{\alpha\beta}\dot{u}_{\beta i} + C_{\alpha\beta\gamma j}u_{\beta j}u_{\gamma i} + P_{\alpha i\beta}\zeta_\beta + B_{\alpha\beta}u_{\beta i} + E_{\alpha i\beta j}u_{\beta j} = T_{\alpha j} \qquad (10)$$

여기에는 α, β 및 γ는 有限要素의 節點을 의미하고 ·은 時間微分을 나타낸다. 式(9)와(10)의 各各의 係數行列은 다음과 같다.

$$M_{\alpha\beta}=\int_A \Phi_\alpha\Phi_\beta dA,\quad F_{\alpha\beta i\gamma}=\int_A \Phi_\alpha\Phi_{\beta,i}\Phi_\gamma dA,\quad G_{\alpha\beta\gamma i}$$
$$=\int_A \Phi_\alpha\Phi_\beta\Phi_{\gamma,i}dA,\quad C_{\alpha\beta\gamma j}=\int_A \Phi_\alpha\Phi_\beta\Phi_{\gamma,j}dA,$$
$$P_{\alpha i\beta}=g\int_A \Phi_\alpha\Phi_{\beta,i}dA,\quad B_{\alpha\beta}=\int_A \frac{n^2 g}{h^{1/3}}(u_j u_j)^{1/2}$$
$$\Phi_\alpha\Phi_\beta dA,\quad E_{\alpha i\beta j}=\varepsilon\int_A (\Phi_{\alpha,k}\Phi_{\beta,k})\delta_{ij}dA,$$
$$T_{\alpha i}=\varepsilon\int_\Gamma u_{i,j}n_j\Phi_\alpha dS$$

위에서 δ_{ij}는 Kronecker의 δ이고 n_j는 경계 Γ의 單位垂直方向餘弦을 나타낸다. 上記式을 全體領域에 대하여 組合하면 다음의 行列式이 構成된다.

$$M_{\alpha\beta}\dot{Z}_\beta + (F_{\alpha\beta\gamma}+G_{\alpha\beta\gamma})(h_\beta+Z_\beta)V_\gamma=0 \qquad (11)$$
$$M_{\alpha\beta}\dot{V}_\beta + C_{\alpha\beta\gamma}V_\beta V_\gamma + P_{\alpha\beta}Z_\beta + B_{\alpha\beta}V_\beta + E_{\alpha\beta}V_\beta = T_\alpha \qquad (12)$$

여기서 Z_β와 V_β는 ζ_β와 $u_{\beta i}$를 全領域에 대하여 組合한 것을 의미하고 係數行列도 全領域으로 組合한 것이다.

상기식을 이용하여 循環現象을 해석하고자 하면 적절한 初期條件이 代入된 時間에 관한 積分을 행하여야 하므로 本硏究에서는 時間積分方法으로 陽解法인 2段階 Lax-Wendroff 方法을 適用하여 陰解法에 비한 컴퓨터의 기억용량을 작게 차지하고 또한 質量集中行列(lumped mass matrix)의 개념을 이용하므로써 계산수행능력의 증가를 도모하였다. 즉 윗식에서 未知値인 Z_β와 V_β를 U_β로 표현하고 질량행렬 $M_{\alpha\beta}$의 집중된 質量集中行列을 $L_{\alpha\beta}$로 하여 임의의 시간단계 n과 $n+1$ 사이의 時間積分을 취하면 다음과 같은 2단계로 표현된다.

$$L_{\alpha\beta}U_\beta^{n+1/2}=M_{\alpha\beta}U_\beta^n-\Delta t/2X_\beta^n \qquad (13)$$

$$L_{\alpha\beta}U_\beta^{n+1}=M_{\alpha\beta}U_\beta^n-\Delta t X_\beta^{n+1/2} \qquad (14)$$

여기서 Δt는 積分하는 미소시간간격이고 X_β는 式(11), (12)의 時間微分을 제외한 項들을 대표한다.

3. 模型實驗

以上의 方法에 의하여 전개되고 정립된 數値模型은 closure problem의 解析에 필수적으로 포함되어야 한다고 제안한 기존의 연구를 충분히 반영하고 이에 따른 영향을 살펴보기 위하여 흐름의 특성중 移送加速의 영향, 河床磨察에 의한 영향 및 有効側方剪斷應力의 영향이 모두 내포되어 있는 非線形 2次元模型이다. 즉, 模型은 質量保存方程式과 運動量保存方程式에 上記項들이 모두 포함되므로 비단 開水路 斷面急擴大部에서의 循環現象解析에 국한되지 않으며 적절한 初期條件과 境界條件이 주어지면 해석가능한 一般化된 2次元 數値水理模型이다.

本模型을 開水路의 斷面急擴大部에 적용하기에 앞서 다음과 같이 正確解가 알려져 있는 단순화된 경우에 적용하여, 正確解와 本模型에 의한 數値解와의 誤差를 定性的으로 分析하므로써 本 2次元模型의 一般性과 有用性을 나타내고자 한다.

3.1 1次元 水路에서의 波動解析

基本微分方程式인 2次元 淺水方程式에서 河床磨察項과 非線形項을 무시하면 다음과 같은 1次元 線形波動方程式이 도출된다.

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\{(h+\zeta)u_1\}_{,1}=0 \qquad (15)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}+g\zeta_{,1}=0 \tag{16}$$

그림 1과 같이 단순한 1차원 水路에서 한쪽 단이 고정벽으로 되어 있고 初期狀態에 一定水深을 유지하고 있을 때 開放端에서의 境界條件이 水位의 變動인 三角函數로 다음과 같이 주어진다면 上記式에 대한 正確解는 式(19)와 (20)으로 도출된다.[6]

$$u_1=0,\ x_1=x_0 \tag{17}$$

$$\zeta=A\sin\omega t,\ x_1=x_L \tag{18}$$

여기에서 A는 振幅, ω는 角速度로 周期가 T일때 $2\pi/T$이다.

$$\zeta_a=\frac{A}{\cos(\omega L/c)}\cos\left[(\omega L/c)\left(\frac{x_1}{L}-1\right)\right]\sin(\omega t) \tag{19}$$

$$u_{1a}=-\frac{Ac}{h\cos(\omega L/c)}\sin\left[(\omega L/c)\left(\frac{x_1}{L}-1\right)\right]\cos(\omega t) \tag{20}$$

여기서 L은 水路의 길이, c는 波의 전파속도 $\sqrt{gh}$이다.

상기식 (19)와 (20)으로 표현되는 正確解와 本 2次元模型에 의하여 계산된 數値解의 誤差를 分析하기 위하여 오차를 e라 했을때 Hilbert Space에서 式(21)로 표현되는 L_2-norm[2]을 이용한다.

$$\|e\|_{L_2}=\left[\int|e|^2dx\right]^{1/2} \tag{21}$$

本硏究에서는 初期條件의 영향도 고려되도록 L_2-norm을 다음과 같이 정의하여[5] Garcia와 Kahawita가 수행한 결과와 비교한다.

$$\|e\|_{L_2}=\left\{\frac{\sum_{i=1}^{N}[(u_{1i}^n-u_a)^2+(\zeta_i^n-\zeta_a)^2]}{\sum_{i=1}^{N}[(u_{1a}^0)^2+(h_i^0)^2]}\right\}^{1/2} \tag{22}$$

여기에서 上添字 n과 0는 각각 임의의 時間點과 初期狀態를 의미하고 下添字 i는 계산되는 領域의 모든 節點을 나타내며 N은 總節點數이다.

本硏究에서는 그림 1에서와 같이 水路의 길이가 200m이고 幅이 100m인 수로에서 初期水深에 대한波振幅의 비율이 0.025이고 周期가 200秒인 波를 開放端에서 式(18)에 의하여 境界條件으로 부여하고, 對象領域을 45개의 節點과 64개의 有限要素로 離散化시켜 25周期동안 계산을 수행하여 L_2-norm을 그림 2에 나타내었다. 그림 2에는 本模型實驗과 條件이 같았을 때 기존의 연구인 Godunov와 MacCormack 方法에 의한 結果가[5] 함께 圖示되었으며, 그림에서 보는 바와 같이 本 有限要素 2次元模型은 誤差 0.5% 以內에서 正確解와 一致하고 있으며 3周期가 경과한 600秒 이후부터는 일정한 誤差 0.36%를 지속하는 準定常狀態(quasi-steady state)에 도달하는 만족스러운 결과에 이르러, 기존의 연구에서 나타난 Godunov의 오차 약 3% 및 MacCormack의 오차 약 1.7%에 비하여 월등히 우수하다고 판단되고 특히 이들의 연구결과에서 보여진 5周期마다의 誤差周期가 本硏究에서는 전혀 나타나지 않는 양호한 결과가 얻어졌다.

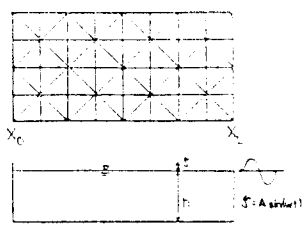


그림 1 1次元路의 형상

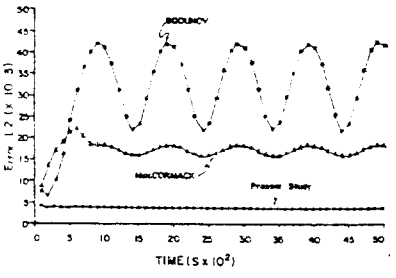


그림 2 模型實驗의 L_2 誤差比較

3.2 댐파괴 水面曲線解析

3.1에서 검토한 水路에서의 波動解析에 대한 경우 뿐만 아니라 本模型의 특성중 하나인 흐름

그림 3 댐파괴 해석에 적용된 水路의 離散化

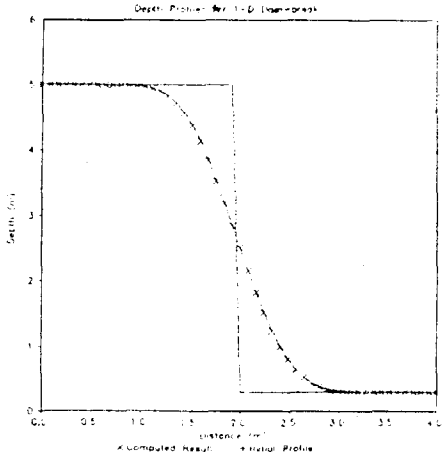


그림 4 댐의 初期 및 파괴후의 水面曲線

의 非定常狀態를 해석하기 위하여 非定常狀態를 가장 잘 대표하는 一例로써 다음과 같은 단순한 경우의 댐파괴시 水面曲線이 解析된다.

그림 3과 같은 水路의 중간지점에 그림 4의 初期水面曲線이 보이는 바와 같이 댐이 존재할 때 순간적으로 댐이 파괴된다고 가정하여 本 2 次元 數値模型을 적용하였다. 댐上流의 初期水深이 5m, 下流水深이 0.3m인 경우에 댐이 파괴된 후 水面曲線을 그림 4에 도시하였으며, 計算結果의 比交는 特性化曲線方法을 이용하여 解析的으로 解를 구할 수 있는 댐지점의 水深과 流速을 비교하였다.[13] 解析的으로 計算된 댐지점의 水深은 댐상류의 初期水深을 h_1이라 하면 $4/9h_1$으로 2.22m가 되며, 또한 이때의 流速은 $2/3\sqrt{gh_1}$으로서 4.67m/s가 된다. 本 2次元模型을 적용하여 실험한 결과는 댐지점에서의 水深과 流速이 각각 2.20m와 4.67m/s로 解析的인 結果와 거의 一致한다.

4. 循環模型

開水路 斷面急擴大部에서의 循環現象을 模擬하기 위하여 채택한 水路는 그림 5와 같이 幅

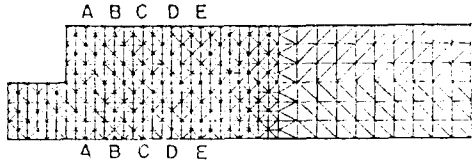


그림 5 對象水路의 形狀및 離散化

0.6m인 水路部가 0.6m下流에서 幅1.2m로 急擴되는 水路로서 총길이는 4.8m이다. 對象領域은 그림에서와 같이 總 411개의 節點과 726개의 要素로 分割되었다.

本硏究에서는 循環現象의 模擬에 있어서 기존의 연구에서 제시된 바와 같이 運動量方式에 移送加速項과 河床磨察項및 有効剪斷應力項을 포함시켜 이들의 영향을 조사하며, 특히 有効應力에 대한 係數의 算定方法으로는 Ponce와 Yabusaki가[9] 제안한 加重値 a를 도입하여 표현한 式(23)에 의하여 陽性的으로 표현하여 解析하고 河床磨察에 기인된 亂流의 영향은 河床에서 Manning 粗度係數를 變化시키며 敏感度 分析을 실시한다.

$$\varepsilon = a\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \tag{23}$$

여기에서 a는 Ponce와 Yabusaki에 의하면 인근격자의 영향이 고려되어지도록 流速의 平均化에 사용된 加重値로서 그 값은 0.1정도이고 有効剪斷應力係數의 표현에 이용되었다.

첫번째로 實驗된 것은 移送加速項이 開水路 斷面急擴大部의 循環에 미치는 영향을 파악하기 위하여 河床磨察과 有効剪斷應力은 고려되고 단지 移送加速의 영향을 무시한 경우이다. 初期條件으로는 主水路의 흐름이 0.6m/s인 plug flow일때 순간적으로 主水路와 擴大部사이의 가상의 벽을 제거하고, 上下流端의 境界條件으로 上流端에서는 流速과 水位를 고정시키고 下流端에서는 水位만을 고정시켜 흐름이 定常狀態에 도달하였을 때의 流速 vector를 圖示한 것이 그림 6과 같다. 그림에서 보는 바와 같이 移送加速의 영향이 무시된 경우에는 主水路 흐름의 상당부분이 擴大部에 영향을 미치고 있으나 擴大部內에서는 전혀 循環이 발생되지 않고 있다.

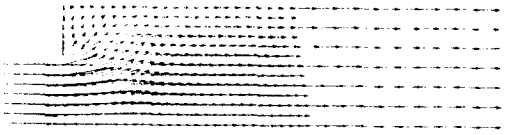
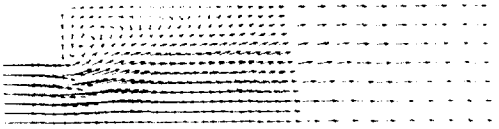
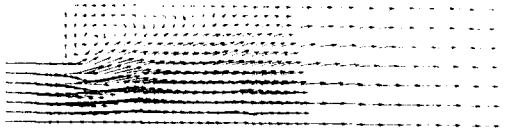


그림 6 移送加速의 영향이 무시된 경우의 流速分析



(a) 入口部流速 0.4m/s



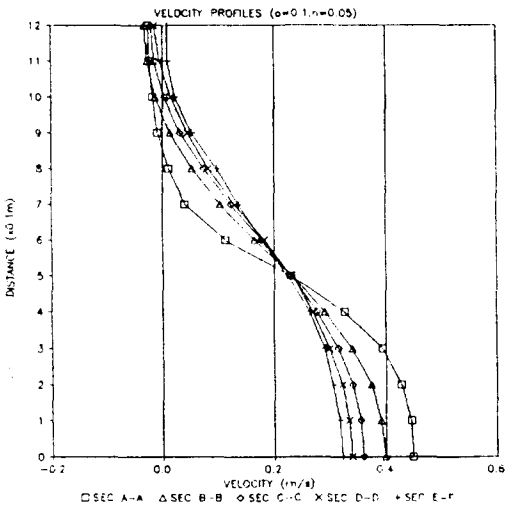
(b) 入口部流速 0.6m/s

그림 7 移送加速項이 포함된 경우의 流速分析

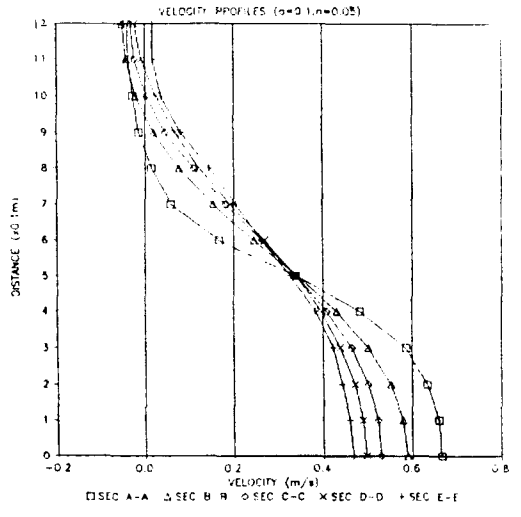
다음으로 실험된 것은 移送加速項을 포함시켜 主水路의 流速이 각각 0.4m/s와 0.6m/s일때 定常狀態에 도달한 流速을 도시한 것이 그림 7의 (a)와 (b)이다. 이때 適用된 河床粗度係數는 0.05이고 式(23)에서의 加重値는 a=0.1일때이며 流速의 크기에 따라 흐름양상에 약간의 차이는 있으나 擴大部內에 순환흐름이 형성된다.

그림 8의 (a)와 (b)에는 水路入口部의 流速이 각각 0.4m/s와 0.6m/s일때 開水路의 임의의 5개 횡단면에서 計算된 流速分布曲線이 圖示되었다. 그림에서 보는 바와 같이 擴大部로 下流로 갈수록(A→E) 渦領域에서의 陰의 流速 크기가 점점 감소하고 이는 循環흐름이 消滅되어감을 나타낸다.

有效剪斷應力이 開水路 擴大部의 순환흐름에 미치는 영향을 살피기 위하여 加重値 a를 0.1에서 0.4까지 변화시키며 계산을 수행하였으나 전체적인 흐름양상은 거의 일치하고 敏感한 變化는 나타나지 않았다. 그러나 粗度係數를 0.00 0.03 그리고 0.05의 3가지 경우에 대해 실험을 수행하여 그림 5의 단면 A—A에 대한 流速分布를 도시한 것이 그림 9의 (a), (b)이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 粗度係數의 變化에 따라 擴大部에서는 流速變化가 거의 일어나지 않으나 主水路部에서는 河床磨察의 영향이 擴大部보다 더욱 敏感하게 나타난다. 따라서 本 2次元 數値模型 實驗結果 循環流의 發生은 河床磨察과 有效剪斷應力에 의하는 것으로 밝힌 연구와는 달리 河床磨察과 有效剪斷應力은 循環에 크게 영향을 미치지 않고 敏感한 반면, 移送加速의 영향은 지대하여 移送加速만으로도 開水路

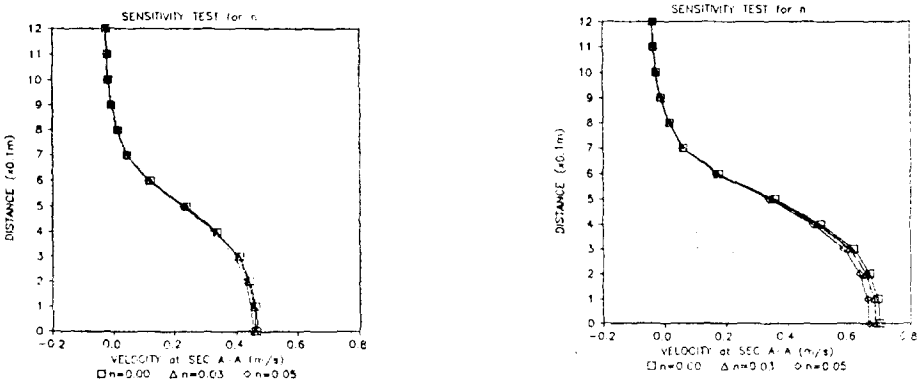


(a) 入口部流速 0.4m/s



(b) 入口部流速 0.6m/s

그림 8 5개 횡단면에 대한 流速分布圖



(a) 入口部流速 0.4m/s　　(b) 入口部流速 0.6m/s

그림 9 粗度係数의 변화에 따른 流速分布圖

斷面急擴大部에서 循環흐름이 유발될 수 있음을 示唆한다.

5. 初期및 境界條件의 選定

開水路 斷面急擴大部의 循環現象 解析에서 Ponce와 Yabusaki[9]는 水路의 경사를 일정하게 유지하고 初期條件으로는 水面傾斜를 河床傾斜와 같게하여 上下流 開放端에서의 境界條件으로는 水位를 初期條件과 같이 유지시켜 水路의 흐름을 河床傾斜에 기인된 重力흐름으로만 간주하였다. 그러나 本研究에서는 初期條件이 基本方程式을 만족한다면 어떠한 형태라도 관계없으므로 위와 같이 초기에 경사진 수면을 유지시키는 物理的으로 의미가 결여된 조건을 선정하기보다는 다음과 같은 조건을 初期條件으로 채택한다. 즉, 그림 5와 같은 開水路에서 河床傾斜를 무시하고 主水路와 擴大部水路 사이에는 가상의 벽이 있으며, 主水路에만 plug-flow인 흐름이 존재하고 擴大部에는 水位만 一定하게 유지한다 循環에 대한 模擬는 이와 같은 初期狀態에서 假想의 벽을 순간적으로 제거하므로써 主水路의 흐름에 의하여 擴大部內의 흐름이 유발되며 이로 인한 斷面擴大部內의 순환흐름이 模擬된다. 이러한 初期條件은 앞에서 살펴본 댐파괴시 적용된 初期條件과 의미가 상통한다. 그리고 上流開放端에서는 水位와 流速을 정의하고 下流端에서는 水位만을 고정시킨다.

境界條件에서 측벽의 조건을 no-slip으로 택한 硏究에서는 有效剪斷應力을 고려할 때 渦度가 존재하기 위하여는 측벽에서 미끄러지지 않는 조건을 적용해야 된다고 주장하였다. 특히 Lean과 Weare[7]에 의하면 運動量移送에 대한 측벽의 perfect slip條件은 흐름에서 zero vorticity를 유발하게 되어 어떠한 循環도 발생하지 않는다고 하였다. 그러나 Rosman 등[11]과 Vreugdenhil과 Wijbenga[12] 및 Babarutsi[1]등은 slip조건을 적용하였으며, 특히 Babarutsi는 no-slip조건의 不適性을 들었다.

數値模型의 適用時 과연 측벽에 대한 境界條件으로 Neumann의 境界條件이외에 slip 혹은 no-slip條件을 택할 것인가는 명확치 않으나, no-slip條件을 취하게 되면 側壁境界를 따라서 微細한 要素(有限要素法의 경우) 혹은 측벽으로부터 상당히 근거리에 格子點을 (有限差分法의 경우) 취하므로써 境界層을 충분히 반영할 수만 있다면 no-slip조건이 物理的으로 의미가 있는 이상적인 側壁境界條件으로 생각되나, 실제 數値計算에서 節點을 통하여 境界層을 표현할 수 있을만큼 離散化시키는 것은 계산상 效率이 떨어지므로 대부분의 경우에서는 境界層을 무시하고 離散化시키고 있다. 그러므로 지금까지의 연구에서와 같이 경계층을 무시하고 全흐름영역을 거의 일정하게 離散化시킨 경우에 側壁境界에서 no-slip조건을 부여하는 것은 강한 境界層의 증가를 유발하여 전체흐름에 영향을 미치게

될 수 있다.

本硏究에서도 側壁境界에 대한 條件으로 no-slip조건을 택하여 數値實驗을 실시한 결과 擴大部에서는 豫想된 循環흐름이 나타나지 않았으며 전체수로의 흐름에도 側壁境界條件이 상당한 영향을 미치고 있는 것으로 나타났다. 따라서 本硏究를 통하여 제안되는 사항은 開水路의 흐름에 관하여 數値模型을 이용한 解析의 경우, 側壁境界條件으로는 Neumann의 條件이외에 slip 조건을 적용하여 해석하므로써 no-slip조건을 적용할 때 과다 계산되는 境界層의 영향을 배제할 수 있으며 실제에 가까운 흐름상황을 模擬할 수 있으리라 판단된다.

6. 結 論

2次元 數値模型을 開水路 斷面急擴大部의 循環現象解析에 적용하여 導出된 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 1次元水路에서의 波動에 대한 模型實驗結果 本 2次元 有限要素模型이 有限差分模型보다 우수하고, 댐파괴 水面曲線의 解析에 있어서도 解析的인 解와 거의 一致하는 양호한 模型으로 판단된다.

둘째, 循環現象解析時 主水路部에 流速을 정의하는 새로운 初期條件을 도입하여 만족스럽게 해석하였으며, 境界條件의 처리에서 側壁境界條件으로 no-slip條件이 적용되어져야만 순환흐름이 발달된다고 하는 一部硏究에 반하여 擴大部內에서 순환흐름이 생성되었고 또한 slip條件이 적용되어져야 강한 境界層의 대두를 방지할 수 있을 것으로 판단된다.

셋째, 擴大部의 循環 발생에서 河床磨察項및 有效剪斷應力項의 영향은 미미하고 移送加速項이 主因子가 되는 것으로 판단된다.

감사의 말

본연구는 KAIST SEC와 한국 IBM사와의 협력사업인 SEC 컴퓨터시스템을 사용하여 수행한 것으로 관계당국에 깊은 감사의 뜻을 전한다.

參 考 文 獻

1) Babarutsi, S., Ganoulis, J. and Chu, V.H., "Recirculating Flows in Open Channel," Congress of IAHR, pp.331~336, Lausanne, 1987.
2) Chung, T.J., Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, 1978.
3) Dhatt, G., et. al., "Development of New Triangular Elements for Free Surface Flows," Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol.6, pp. 895~911, 1986.
4) Flokstra, C., "The Closure Problem for Depth-Averaged Two-Dimensional Flow," 17th Congress of IAHR, Baden-Baden, Vol.2, pp.247~256, 1977.
5) Garcia, R. and Kahawita, R.A., "Numerical Solution of The St. Venant Equations with The MacCormack Finite Difference Scheme," Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol.6, pp.259~274, 1986.
6) Ippen, A.A., edr., Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill, 1966.
7) Lean, G.H. and Weare, T.J., "Modeling Two-Dimensional Circulating Flow," J. of Hydr. Div. ASCE, Vol.105, No.HY1, pp.17~26, 1977.
8) Lokrou, V.P. and Shen, H.W., "Analysis of The Characteristics of Flow in Sudden Expansion by Similarity Approach,"J. of. Hydraulic Research, Vol.21, No.2, pp.119~132, 1983.
9) Ponce, V.M. and Yabusaki, S.B., "Modeling Circulation in Depth-Averaged Flow," J. of Hydr. Div. ASCE, Vol.107, No. HY11, pp. 1501~1518, 1981.
10) Rodi, W., "Turbulence Models and Their Application in Hydraulics," University of Karlsruche, 1984.
11) Rosman, P.C., Harleman, D.R.F. and Adams E.E., "Filtering Techniques Applied to Shallow Water Flow," Congress of IAHR, pp.59~64, Lausanne, 1987.
12) Vreugdenhil, C.B. and Wijbenga, J.H.A., "Computation of Flow Patterns in Rivers," J. of Hydr. Div. ASCE, Vol.108, No.HY11, pp. 1296~1310, 1982.
13) 편종근, "충격파 관점에서 본 댐파괴파", 한국수문학회지, 제20권 제3호, pp.182~185, 1987.