

점성의 영향을 고려한 선박 추진기용 익형의 단면 형상에 관한 연구¹⁾

김 시 영*

A Study on the Hydrofoil Section Shapes in Consideration of Viscous
Effects for Marine Propeller Blades

S. Y. Kim

Abstract

The author has presented a new approach to design hydrofoil section shapes in consideration of viscous for marine propeller blades. In suction sides of propeller blades, the pressure distribution on hydrofoil sections in non-cavitating flow should be examined before the study of cavitation characteristics. Generally, the calculation results for hydrofoil conformal mapping method by which neglect viscous effects do not agree with experimental ones. Moreover, another papers reported that laminar separation bubble and transition played an important role on the cavitation inception. From these considerations, it is very important to study the viscous effects of the hydrofoil sections, especially the mechanism separation bubble and the apparent thickness of hydrofoil section. Therefore, the new design method of hydrofoil sections in consideration of viscous effects in comparison to the airfoil section should be studied.

In designing the new hydrofoil section shapes, based on Eppler theory, the author tried to give the peak negative pressure in leading edge region for NACA airfoil in consideration of viscous effects without turbulent boundary layer separation as much as possible.

The design method was verified from the fact that the boundary characteristics was improved and the lifts of new hydrofoils were slightly increased in comparison to these of NACA 16-012 symmetrical, NACA 4412 non-symmetrical airfoils.

1) 1988 춘계 학술대회 발표논문

* 正會員, 釜山水產大學

기 호 설 명

- C : 익현의 길이
- C_L : 양력 계수
- C_D : 항력 계수
- C_f : 마찰 계수
- C_P : 압력 계수
- C_{min} : 최저 압력계수
- C_{Ps} : 층류 박리점에서의 압력 계수
- C_{P_t} : 난류 천이점에서의 압력 계수
- C_j : 익형의 요소 중점을 나타내는 복소좌표
- dx : x방향의 미소길이
- dy : y방향의 미소길이
- dz : 미소 복소 길이
- L : 양력
- D : 항력
- E : 유입 유량의 증가량
- H_{12} : 형상계수(배제 두께/운동량 두께)
- K : 보오텍스의 강도
- K_1 : 층류 박리의 조건을 주는 상수
- m_j : 소오스의 강도
- P : 압력
- P_∞ : 무한 원방의 압력
- P_v : 물의 포화 증기압
- q : 임의 선분길이의 균일 소오스 강도
- Q : Z_0 점에서 소오스의 강도
- Res : 레이놀즈수(Us/ν)
- $Re\delta_2$: 레이놀즈수($U\delta_2/\nu$)
- S_j : 익형 요소의 복소수
- s : 익표면을 따르는 길이
- U_∞ : 균일 유속도
- U : 익표면 유속도
- U_n : 익 요소에서 법선 방향 유속도
- U_t : 익 요소에서 접선 방향 유속도
- u, v : C_j 에 있어서 x, y방향의 유속도
- $W(Z)$: Z평면의 복소퍼텐셜
- O-xy : 직교 좌표계
- y_l : 익형 하면의 종좌표
- y_t : 익형 두께 종좌표
- y_u : 익해 윗면의 종좌표

- α : 영각
- Γ : 순환
- δ^* : 배제 두께
- δ_2 : 운동량 두께
- ν : 동점성 계수
- ρ : 유체밀도
- σ : 캐비테이션 수
- σ_i : 조기 발생 캐비테이션 수

1. 서 론

캐비테이션 초기 발생의 판정에 있어서 익전연에 발생하는 층상 캐비테이션과 중앙부에 발생하는 버벌 캐비테이션은 접선에 의한 층류 박리[1]와 밀접한 관계가 있고, 프로펠러용 익 단면의 문제는 2차원 직진익의 형상으로 생각하여 이에 적합한 경계층 이론[2]을 적용해 왔다. 익형에 발생하는 캐비테이션 완화를 위하여 프로펠러의 윤곽을 변화시키는 방법[3]과 익단면 형상을 변화시키는 방법[4]이 있고, 근래에는 Eppler이론[5]을 준용하는 것이 효과적인 것으로 알려져 있다. 그리고 MAU익형의 익은 전연부에서 부압이 피크를 만들어 그 영역 부근에서 양력을 부담 하도록 하는 방법과 NACA익형 처럼 전연 부근에서 부압의 피크를 억제하면서 익형의 중앙 부분 폭넓게 양력을 부담하도록 하는 방법도 있으나, 전자는 층류 박리에 의한 층상 캐비테이션 발생이 잦고 후자는 버벌 캐비테이션 발생의 빈번하다. 선박 프로펠러용 익형으로 많이 이용되는 익형들 중에는 NACA 16-012와 NACA 4412가 있으며, 이들은 1940년대에 항공 프로펠러용 익형으로 개발[6] 되었으며 그이론[7]은 비점성 유동장을 가정하여 등각 사상법을 이용하여 설계 하였으므로, 이익형을 선박 프로펠러용 익형으로 사용코져 할때에는 많은 문제점들을 보완 하여야 한다고 보고되어 있다[8]. 또, 에어 포일과 경계층 이론 방법들을 수정하여 선박용 익형으로의 설계 적용 가능성에 대한 연구가 있었고[9], 공기와 물과의 차이로서 접성의 영향에 대한 캐비테이션의 조기 발생에 미치는 영향 연구도 있었다[10]. Thwaite[11]

는 캐비 테이션 초기발생에 대한 점성과 익소간 위속도 증가 한계치에 대한 연구와 Arakeri는 ITTC 시험 모형을 사용하여 초기 발생한 층상 캐비 테이션과 유속의 증가[12]와 기포해의 표면장력과 그해의 재부착점 압력의 상호 작용에 의하여 난류로 성장한다고 규명 하였다[13]. Izumida는 점성으로 인하여 층류 박리할 것이 난류로 친이해 재부착의 어하여 따라 캐비 테이션의 초기 발생이 결정[14]되고 정상 프로펠러에 미치는 점성의 영향[15]과 박리포가 Non-burst인 익형에서는 배제 두께를 고려한 익형의 수정[16]과 점성과 비 점성간의 반분 계산에 의한 익형의 결보기 수정에 대한 연구[17]도 있다.

본 연구에서는 Non-burst익형이고, 에어포일 익단면 형상으로서 대칭 및 비대칭 익형에 대하여 선박 프로펠러용 익형으로 사용될 경우를 생각하고 캐비테이션 발생이 초기의 것보다 나아기는 것을 조건으로 하고, 점성의 영향 개선과 익형으로서의 성능이 향상될 수 있는 새로운 익단면 형상의 설계 방안을 제시 한다. 수치 계산은 Yamaguchi의 이론[16]을 본 논문의 초기 익형 및 새로운 익의 형상에 맞추어 행하였고, 그 초기 익형은 NACA 16-012 및 NACA 4412을 사용하였으며 그결과 본 설계법에 의해서 점성의 영향이 개선 되도록 설계된 새로운 익형이 초기의 것보다 경계층 및 양력 특성이 다소 향상된 것을 알 수 있었다

2. 기본 이론

2.1 소오스, 싱크 및 보오텍스에 의한 유속도

비점성, 비압축성의 2차원 정상 흐름을 가정하고 복소 좌표계 상의 선분 z_1, z_2 상에 소오스 q 가 있을때 점 z 에 있어서 복소페텐셜 $W(Z)$ 는

$$W(z) = \frac{q}{2\pi} e^{-i\alpha r} (z_2 - z_1) \int_{z_1}^{z_2} \frac{dt}{z - t} = \frac{q}{2\pi} \frac{|z_2 - z_1|}{z_2 - z_1} \ln \frac{z - z_2}{z - z_1} \quad (1)$$

로 표시되고, 또 그 선분상에 보오 텍스 분포 K

가 있을 때에는

$$W(z) = \frac{K}{2\pi i} \frac{|z_2 - z_1|}{z_2 - z_1} \ln \frac{z - z_2}{z - z_1} \quad (2)$$

로 되며, 또 어떤 영각으로 입사할 경우에 복소 페텐셜은

$$W(z) = U_\infty e^{-i\alpha} \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다.

2.2 좌표계와 익면의 분할[14]

Fig. 1과 같이 익형은 X축에 평행하게 고정시키고 흐름은 U_∞ 로서 익형에 대하여 어떤 영각으로서 율입할때 익형을 익후연—부압면—익전연—정압면—익후연의 순서로 n 개의 선분으로 분할하여 각점점의 복소 좌표를 Z 라 하면

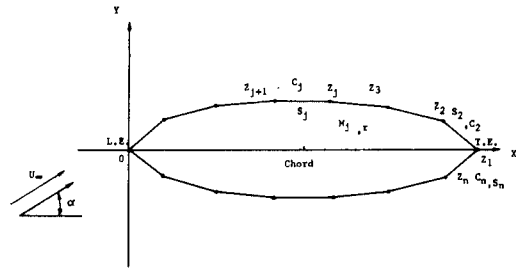


Fig. 1. Coordinate and discretization of boundary

$$Z_k = x_k + i y_k \quad k = 1, 2, \dots, n+1 \quad (4)$$

단, $z_{n+1} = z_n$

$$S_j = z_{j+1} - z_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$C_j = \frac{1}{2} (z_{j+1} + z_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

로 표시할 수 있다.

2.3 경계 조건

2.3.1 접선 흐름 및 유속 일정 조건

접선류 조건으로서 각 선분의 법선의 방향 유속은 0이며 다음과 같은 식을 만족토록 한다.

$$I_m\{W_{(cj)} \times S_j\} = 0 \quad (7)$$

그리고, 총류 박리를 시작한 익면상의 유속은 베르누이 방정식에 의하여 익요소의 분활전진 방향과 흐름의 방향이 역이므로 다음식을 만족토록 한다.

$$-R_e\{W_{(cj)} \times \frac{S_j}{|S_j|}\} = U_c \quad (8)$$

2.3.2 Kutta의 유출 조건

익후연의 상하 표면의 유출속도는 동일하겠음 하였다. 그조건으로서 익후연의 좌표를 각각 z_1, z_{n+1} 이라고 하면

$$-R\{W_{(c1)} \times \frac{S_1}{|S_1|}\} = +R\{W_{(cn)} \times \frac{S_1}{|S_1|}\} \quad (9)$$

이 된다.

2.4 익면상의 유속, 압력 분포 및 캐비테이션 수

복소 패턴샬 $W(z)$ 는 법선 방향의 유속을 0으로 하였으므로

$$u_j = \pm W(c_j) \times \frac{S_j}{|S_j|} \quad (10)$$

각각의 c_j 에서 u_j 가 구해진다. 그리고 베르누이 방정식을 써서 다음과 같이 압력 계수를 구할수 있다. 또 캐비테이션 수는 다음식으로 구할수 있다.

2.5 경계층 계산

2.5.1 총류 경계층

익전연으로부터 익표면을 따라 분활된 호의 길이를 S 라 하면 운동량 두께 δ_2 , 형상 계수 H_{12} 표면 마찰 계수 C_f , 배제 두께 δ^* 는 다음식으로 구할수 있고 총류 박리 조건은 Thwaite[11]에 의하여 $K=0.09$ 로 하였다.

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= -\delta_2^2 \frac{du}{ds} / \nu \\ \delta_2^2 &= 0.45\nu u^{-6} \int_0^S u^6 ds \\ C_f &= \frac{2\nu}{U\delta_2} l(K_1) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$H_{12}(K_1) = \begin{cases} 2.61 - 3.75K_1 + 5.24K_1^2 (K_1 > 0) \\ \frac{0.0731}{0.14 + K_1} + 2.088 (K_1 < 0) \end{cases} \quad (13)$$

$$\delta^* = \delta_2 H_{12}(K_1) \quad (14)$$

$$l(K_1) = \begin{cases} 0.222 + 1.57K_1 - 1.8K_1^2 (K_1 > 0) \\ 0.222 + 1.402K_1 \\ - \frac{0.018K_1}{0.107 + K_1} (K_1 < 0) \end{cases} \quad (15)$$

그리고 천이점 결정은 Oossanen[18]의 판정법을 이용 하였다.

2.5.2 난류 경계층

난류 경계층의 계산은 K'arman[19]의 적분 방식에 의하여 계산하였다.

$$\frac{d\delta_2}{ds} + (H_{12} + 2) \frac{\delta_2}{u} \frac{ds}{du} = \frac{C_f}{2} \quad (17)$$

그리고 마찰 계수는 Ludwig-Tillman[21]의 공식

$$C_f = 0.246 R_e \delta_2^{-0.268} \cdot e^{-1.561 H_{12}}$$

을 사용한다. 그리고 H_1 은 다음과 같다.

$$H_1 = \begin{cases} 0.8324(H-1.1)^{-1.287} \\ + 3.28(1.1 \leq H \leq 1.6) \\ 1.5501(H-0.6778)^{-3.084} \\ + 3.3(H > 1.6) \end{cases}$$

그리고 난류 경계층의 박리는 실험의 관찰[9]에 의하여 난류 경계층이 박리되면 양력 실속이 일어나므로 H_{12} 의 값이 2.0이 되지 않도록 이값에 맞추어 난류 박리점의 한계치를 설정 하였다.

2.5.3 양력 계수 및 항력 계수

양력 및 항력의 계수는 다음 식으로부터 구하였다.

$$C_L \cong -R_e \left\{ \sum_{j=1}^n C_{pj} S_j \right\} \quad (20)$$

$$C_D \cong I_m \left\{ \sum_{j=1}^n C_{pj} S_j \right\} \quad (21)$$

3. 익형의 설계

3.1 익형의 압력 분포 특성

Fig. 2에 의하여 초기 익형과 새로이 설계하는 익형의 설계방안을 설명하면,

곡선 (1)의 압력 분포는 NACA 16-012에어 포일의 압력 분포로서 중앙부 전방 쪽에 높은 부압으로 양력을 부담 하도록 하는 영역이 있고, 익 후연으로 갈수록 양력을 더욱더 증가 시킬수 있는 부압의 넓은 여유가 있음을 나타내고 있으며,

곡선 (2)는 NACA 4412에어 포일의 예로서, 곡선 (1)과 같이 아직도 익형의 전후연에서 여분의 부압을 높여서 전후연 쪽으로 그폭을 더욱더 넓힐수가 있음을 알수가 있다. 그래서,

곡선 (3)과 (4)는 본 논문의 새로운 설계방안으로서 점성의 영향을 고려하여, 초기의 익형에

대하여 소폭의 익요소에 의해 전연 쪽으로 배압면의 요소에 대해 부압의 피크를 주어 강제 난류 전이 시키고, 캐비테이션 초기 발생 이상의 압력으로 하여 부압의 분포가 완만히 상승해 가는 모양으로 하여 이를 난류 박리의 조건 범위 내에서 익후연까지 확장시켜 나아간다. 그리고 정압면의 압력 분포는 후연쪽으로 초기 익형 보다도 압력을 증가 시킨다. 그리고, 설계 조건인 난류 분포 및 캐비테이션 수에 대해 점성에 의한 배제 두께를 고려하고 익 형상을 캠버와 익 두께로 나누어서 압력 분포는 익형의 두께서 조정하고, 비대칭 익형의 유효 영각은 캠버에 의하여 조정이 되도록 하였다.

3.2 새로운 익형 단면의 설계 과정

설계 과정은 다음의 순서에 따라 반복 계산을 행하였다.

(1) 먼저 초기 익형의 좌표 및 작동 조건을 입력 자료로 하여 앞의 기본 이론에 의하여 유속, 압력 분포, 경계층 특성 및 양력, 항력 계수를 구하며 그식은 다음과 같다.

(i) 캠버 곡선

$$\text{전연부 } Y_{cf} = A_1x + A_2x^2 \quad (21)$$

$$\text{후연부 } Y_{ca} = B_0 + B_1x + B_2x^2 + B_3x^3 \quad (22)$$

(ii) 익 두께 곡선

$$\text{전연부 } Y_{if} = C_0\sqrt{x} + C_1x + C_2x^2 \quad (23)$$

$$\text{후연부 } Y_{ia} = D_0 + D_1x + D_2x^2 + D_3x^3 \quad (24)$$

(2) 새로운 익형 설계 방안의 압력 분포에 의하여 (1)항의 압력 보다 개선되도록 익형의 두께 분포 및 캠버를 Mannen[20]의 방법에 의하여 수정하고 다시 익형상을 2차 및 3차의 회귀 방식을 만든다. 다시 이들을 여현 분할 방식에 의하여 새로운 좌표를 선정 한다.

(3) (2)항에서 계산된 새로운 좌표로서 다시 수치 계산 이론에 의하여 (1)의 과정을 재 계산 한다.

(3) 초기의 익형상의 종류 박리점 보다도 앞 쪽으로 난류 경계층의 박리가 없고 캐비테이션 발생이 없는 압력의 한계내에서 강제 난류 전이

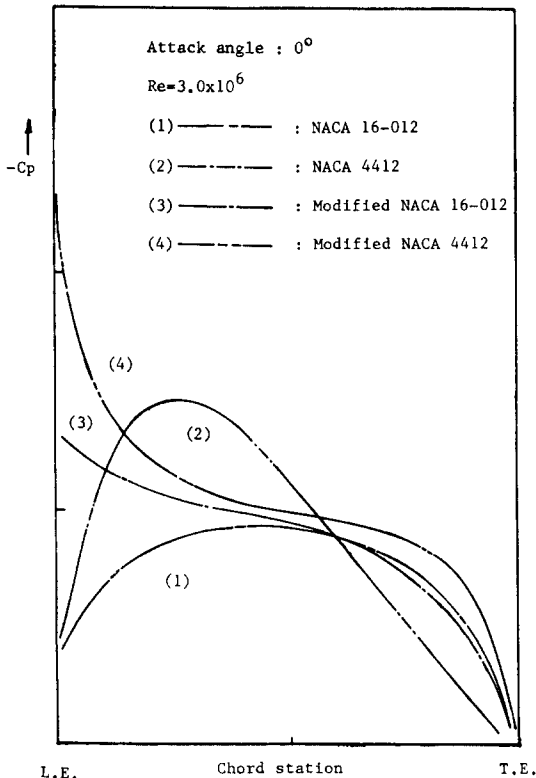


Fig. 2. Pressure distribution curves of NACA (16-012, 4412) air foils and the modified hydrofoils.

시켜서 보정하고, 배제 두께를 고려 하여 초기의 결과보다 향상된 새로운 좌표를 선정 한다.

(4) (3)의 새로운 좌표를 다시 회귀 방정식을 만들고, 여연 분할하여 캠버는 초기의 익형에 대하여 전연 쪽에서는 약간 줄이고 후연쪽에서는 조금씩 증가시켜 나아간다. 그리하여 천이점에서 배제 두께에 의한 레이놀즈 수가 500[25, 26] 이하가 되도록 한다.

(5) 익 두께는 익현 길이의 1.25%[27, 28]까지 전연으로 이동하면서 (3)의 과정을 행하고 압력 회복은 후연 쪽으로 확장시켜 나아간다. 그리고 (1)에서 (5)항까지를 기대값이 얻어 질 때까지 반복 한다.

4. 설계 결과 및 고찰

4.1 레이놀즈수의 변화에 의한 천이점과 박리점 비교

Fig. 3을 NACA 16-012 익형과 새로이 설계된 익형에 대하여 수치 계산으로 부터 얻어진 결과로부터 레이놀즈수 및 영각의 변화에 대하여 익현장에 따라 천이점 및 난류 박리점의 이동 경향을 비교 하였다. 레이놀즈수 범위는 1.25×10^6

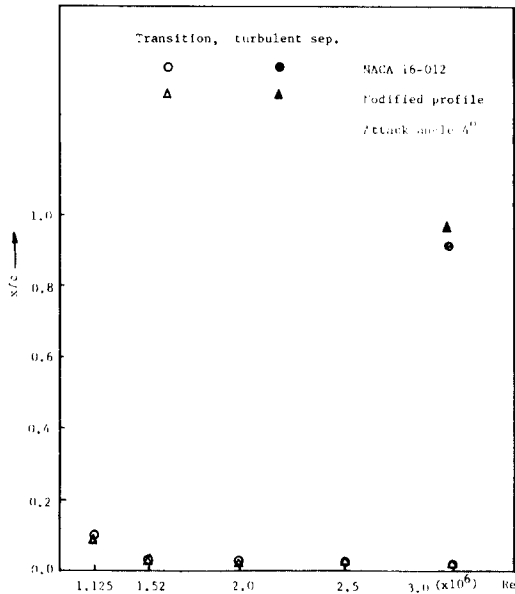


Fig. 3. Position of separation and transition versus Reynolds number for NACA16-012 and modified profile.

부터 3.0×10^6 까지에 대하여 영각이 4°일 경우를 나타 내었다. 그결과 난류 경계층 천이는 대부분 새로이 설계된 익형이 익전연 쪽으로 약간씩 이동 하였고, 난류 경계층의 박리는 오히려 새로운 익형쪽이 후연쪽으로 이동 하였음을 알 수 있었다. 그리고 Fig. 4는 NACA 4412의 경우이다. 여기서도 난류 경계층의 천이와 난류 박리점을 조사한 결과 초기의 경우 보다는 정도는 약간 작으나 경향은 대체로 같았다.

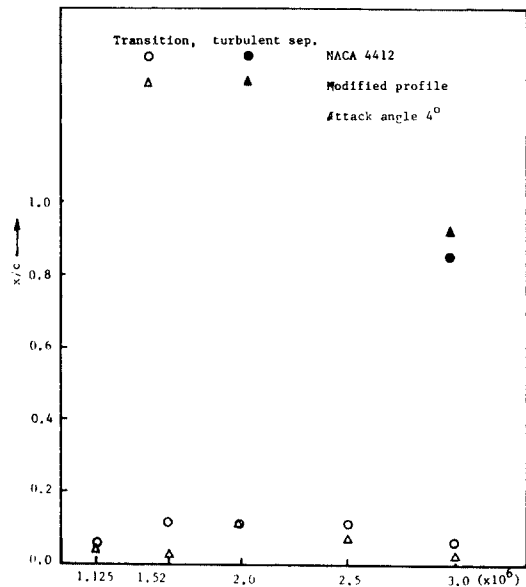


Fig. 4. Position of separation and transition versus Reynolds number for NACA 4412 and modified profile.

4.2 경계층 계산의 경향

Fig. 5 및 Fig. 6은 영각이 4°이고 레이놀즈수가 1.125×10^6 일 때 형상 계수의 값을 초기 익형과 새로이 설계된 익형과를 비교 하였다. 그림에서 NACA 16-012 익형에서 새로운 익형이 천이점 이전 뿐만이 아니라 천이점 이후의 구간에서도 모두 그값이 작게 나타 났으므로 새로운 익형쪽이 대체로 향상 되었음을 알 수 있다. 난류 경계층 예로의 천이는 NACA16-012에서는 $x/C=0.05$ 이고 NACA 4412에서는 $x/C=0.06$ 에서 각각 발생하였으며 초기 익형보다 약간 전진 하였음을 알 수 있다. 이것은 난류 경계층의 천이가 약간 촉진 되었고 초기 익형과 비교 하여

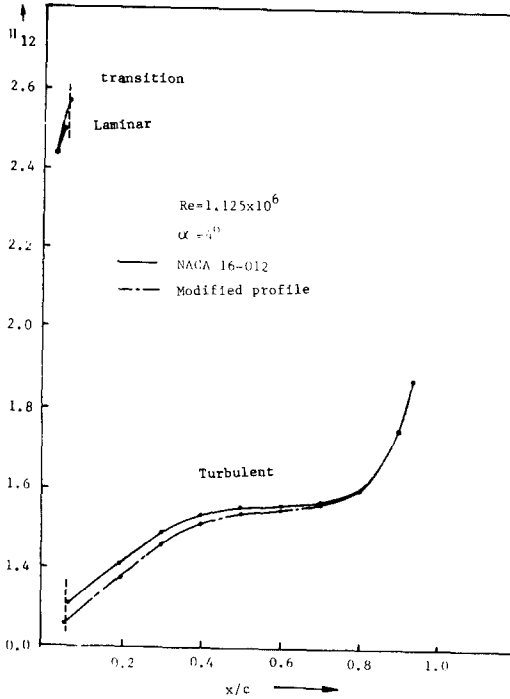


Fig. 5. Shape factor distribution on back side

압력 회복이 x/C 가 각각 0.6과 0.8에서 일어났으며 그때의 형상계수 H_{12} 의 값이 감소한 것으로 보아 점성의 영향이 약간 감소한 것을 알수 있다.

4.3 양력 계수와 최소 압력

Fig. 7 및 Fig. 8은 초기 익형상과 새로운 익형상에 대한 최소 압력과 양력 계수의 변화 관계를 나타낸 것이다. NACA 16-012에서 같은 최소 압력각으로 볼때 새로운 익형 쪽이 양력의 폭이

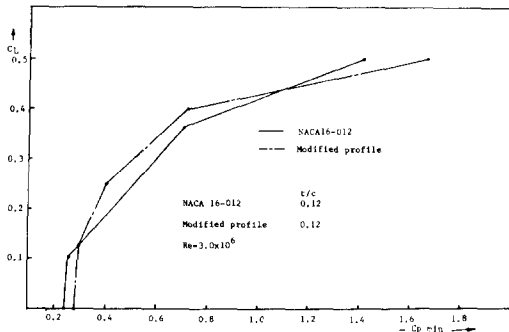


Fig. 7. Lift coefficients versus minimum pressure(NACA 16-012 and modified profile)

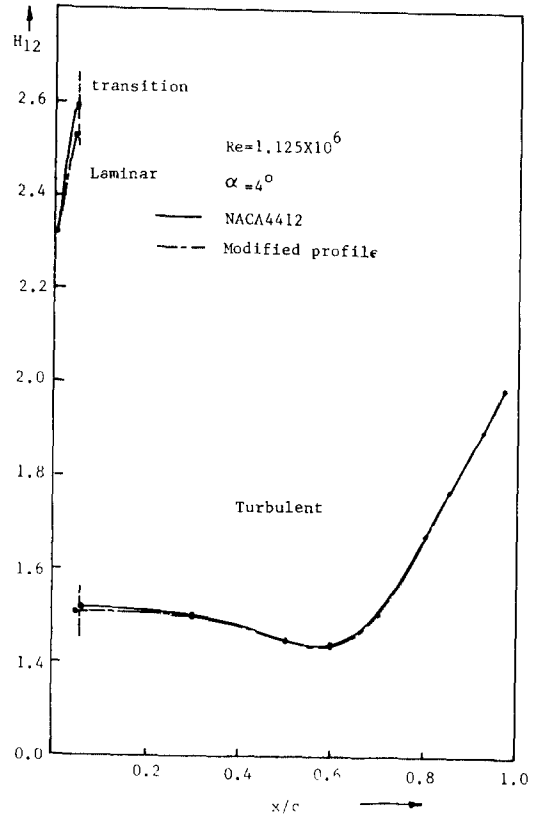


Fig. 6. Shape factor distribution on back side

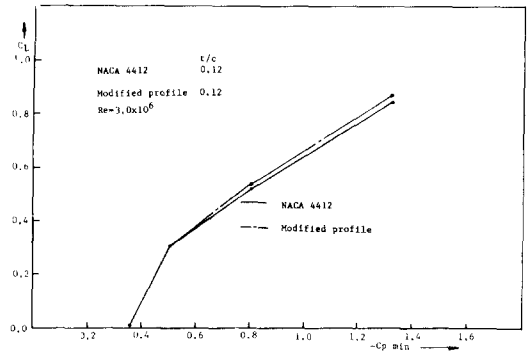


Fig. 8. Lift coefficients versus minimum pressure(NACA 4412 and modified profile)

더운 크게 증가 하였고, NACA 4412에서도 같은 기준으로 볼때 새로운 익형이 그폭이 크게 증가하였다. 그리고 NACA 4412 보다는 NACA 16-012 쪽이 더욱 크게 향상 되었음을 알 수 있다. 이러한 경향은 수용 영각의 쪽에서 보면 같은 영각으로도 새로운 익형이 더욱 낮은 압력의

값으로 그양력을 얻을수 있는 의미로 보아 새로운 익형이 더욱 향상된 것임을 알 수 있다.

5. 결 론

점성의 영향을 고려하여 설계한 새로운 익 단면 형상과 초기 익 단면 형상을 비교한 결과 다음의 결론을 얻었다.

1. 난류 경계층의 천이를 베이놀즈수에 따라 서 익적연 쪽으로 전진 시키고 익형 배압면의 천이점 이후의 영역에서 일정 압력 분포를 가능한 넓고 가파르게 회복시킨 결과 난류 경계층 박리가 후퇴되어 최소 압력 값에 대해 양력의 폭이 넓어 짐을 알수 있었다.

2. 비대칭 익형의 캠버 양을 전연은 초기 익형보다 감소 시키는 쪽으로, 후연쪽은 증가 시키는 쪽으로 보정 하면서, 익형을 수정한 결과 캐비 테이션 발생억제 영역 폭을 넓힐수가 있었다.

3. 익후연의 두께를 점성에 의한 배제 두께 정도로 얇게하여 익형의 표면 유속을 재조정 한 결과 점성에 의한 난류 경계층의 박리를 최대한 억제 시킬수가 있었다.

참 고 문 헌

- 1) L. Noorzi: "Pressure distribution Field Induced by a Cavitation Propeller," Int. Shipbuilding Progress, Vol. 23, No. 260, 1976.
- 2) K. Yoshiaki: "Study on Cavitation Inception (—Sheet Cavitation—)", Japan Naval Architecture Trans. Vol. 146, 1979.
- 3) 泉田泰弘: "키비테이션을考慮した프로베라設計法の破究," 日本造船學會論文集, Vol. 155 (1984)
- 4) 山口一, 加藤洋治, 戸叶白史, 前田正三: "키비테이션性能の憂れたプラの開発," 日本造船學會論文集, Vol. 154. (1983)
- 5) R. Eppler and D. Somers: "A Compturer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Air-foils", NACA Technical Memorandum 80210, 1980.

- 6) H. Abbot: "Theory of wing Sections", Dover Publication, Inc New York, 1958.
- 7) W.M. Ellsworth: "Hydrofoil Development-Issues and Answers" AIAA Paper 74-306, San Diego, California, 1974.
- 8) R. Eppler and Y. Shen: "Wing Sections for Hydrofoils-Part 1: Symmetrical Profoiles", Journal of Ship Research, Vol. 23, Sept, 1979, pp. 209~217.
- 9) R. Eppler: "Ergebnisse gemeinsamer Anwendung von Grenzschicht", Vol. 8, 1974.
- 10) 田岡賢軸, 加藤洋治, 山口一: "プロペラキビテーション發生範圍の推定法," 日本造船學會論文集, Vol. 150(1981).
- 11) P. Thwaits: "Approximation Method for Predicting Separation Properties of Laminar Boundary", Aeronautical Quality Vol. 8, 1957.
- 12) V. H. Araker: "Viscous Effects In the Inception of Cavitation on Axisymmetric Bodies", Transaction of A. S. M. E., 1973.
- 13) 兒玉良明, 武 直行, 田官 眞, 加藤洋治: "키비테이션の初生に關する破究(1)", 日本造船學會論文集, Vol. 144(1978).
- 14) 泉田泰弘, 田, 加藤洋治, 前田正二: "粘性影響を考慮した二次元翼型の翼特性の破究", 日本造船學會論文集, Vol. 146(1969)
- 15) 上田耕平: "正常狀態のプロペラに及ぼす粘性の影響(I)", 日本造船學會論文集, Vol. 69 (1984)
- 16) 山口一, 加藤洋治: "翼型た發生する部分キビテーションの非線形理論", 日本造船學會論文集, Vol. 152(1983)
- 17) 上田耕平: "定常狀態のプロペラに及ぼす粘性の影響(II)", 日本造船學會論文集, Vol. 70 (1985)
- 18) P. Van Oossanen: "Method for the Assessment of the Cavitation Performance of Marine Propellers", Int. Shipbuilding Progress, Vol. 22, No. 254, 1975.
- 19) F.M. White: "Viscous Fluid Flow", McGraw Hill, 1974.
- 20) H.R. Nakagima: "Marine Propeller", Tokyo, 1971.

Appendix 1

- (1) Regression analysis for NACA 16-012 and modified profile
 - a) $Y_{ta} = 4.518 + 1.539x + 11.633^2 - 17.57x^3$ (Modified profile)
 - b) $Y_{tf} = 11.423x^{1/2} - 0.997x - 6.347x^2$ (Modified profile)
 - c) $Y_{ta} = 0.769 + 18.048x - 11.727x^2 - 6.928x^3$ (NACA 16-012)
 - d) $Y_{tf} = 12.56x^{1/2} - 2.1832x - 6.388x^2$ (NACA 16-012)
- (2) Regression analysis for NACA 4412 and modified profile
 - a) $Y_{ta} = 8.515 + 10.887x - 19.544x^2 + 0.1637x^3$ (Modified profile)
 - b) $Y_{tf} = 21.383x^{1/2} + 2.1888x - 27.820x^2$ (Modified profile)
 - c) $Y_{tf} = -15.078x^{1/2} + 17.358x + 10.898x^2$ (Modified profile)
 - d) $Y_{ta} = 3.735 + 4.672x + 0.968x^2 - 2.111x^3$ (Modified profile)
 - e) $Y_{cf} = 19.206x - 23.96x^2$ (Modified profile)
 - f) $Y_{ca} = 2.536 + 7.420x - 8.6999x^2 - 1.236x^3$ (Modified profile)
 - g) $Y_{ta} = 8.066 + 13.212x - 22.838x^3$ (NACA 4412)
 - h) $Y_{tf} = 20.758x^{1/2} + 3.13x - 28.725x^2$ (NACA 4412)
 - i) $Y_{ft} = -14.966x^{1/2} + 16.532 + 19.464x^2$ (NACA 4412)
 - j) $Y_{ta} = -3.482 + 3.396x + 3.163x^2 - 3.219x^3$ (NACA 4412)
 - k) $Y_{cf} = 19.253x - 24.373x^2$ (NACA 4412)
 - l) $Y_{ca} = 2.371 + 8.023x - 9.521x^2 - 0.872x^3$ (NACA 4412)

Appendix 2

Table 1. NACA 16-012 Hydrofoil Coordinates

NUMBER OF SEGMENTS ON WING (NW) = 36
 COORDINATES OF END POINTS ON FOIL

(.1000000D+01,	.1200000D-02)	(.9500000D+00,	.1415000D-01)
(.9000000D+00,	.2517000D-01)	(.8000000D+00,	.4199000D-01)
(.7000000D+00,	.5269000D-01)	(.6000000D+00,	.5835000D-01)
(.5000000D+00,	.6000000D-01)	(.4000000D+00,	.5855000D-01)
(.3000000D+00,	.5417000D-01)	(.2000000D+00,	.4664000D-01)
(.1500000D+00,	.4135000D-01)	(.1000000D+00,	.3457000D-01)
(.7500000D-01,	.3032000D-01)	(.5000000D-01,	.2509000D-01)
(.2500000D-01,	.1805000D-01)	(.1250000D-01,	.1292000D-01)
(.7000000D-02,	.9500000D-02)	(.3000000D-02,	.6000000D-02)
(.0000000D+00,	.0000000D+00)	(.3000000D-02,	-.6000000D-02)
(.7000000D-02,	-.9500000D-02)	(.1250000D-01,	-.1292000D-01)
(.2500000D-01,	-.1805000D-01)	(.5000000D-01,	-.2509000D-01)
(.7500000D-01,	-.3032000D-01)	(.1000000D+00,	-.3457000D-01)
(.1500000D+00,	-.4135000D-01)	(.2000000D+00,	-.4664000D-01)
(.3000000D+00,	-.5417000D-01)	(.4000000D+00,	-.5855000D-01)
(.5000000D+00,	-.6000000D-01)	(.6000000D+00,	-.5835000D-01)
(.7000000D+00,	-.5269000D-01)	(.8000100D-00,	-.4199000D-01)
(.9000000D+00,	-.2517000D-01)	(.9500000D+00,	-.1415000D-01)
(.1000000D+01,	-.1200000D-02)		

Table 2. Modified NACA 16-012 Hydrofoil Coordinates

COORDINATES OF END POINTS ON FOIL

(.1000000D+01,	.1616000D-02)	(.9500000D+00,	.1390800D-01)
(.9000000D+00,	.2462700D-01)	(.8000000D+00,	.4155000D-01)
(.7000000D+00,	.5280300D-01)	(.6000000D+00,	.5880000D-01)
(.5000000D+00,	.6000000D-01)	(.4000000D+00,	.5855000D-01)
(.3000000D+00,	.5417000D-01)	(.2000000D+00,	.4763000D-01)
(.1500000D+00,	.4302000D-01)	(.1000000D+00,	.3337000D-01)
(.7500000D-01,	.3022000D-01)	(.5000000D-01,	.2540000D-01)
(.2500000D-01,	.1856000D-01)	(.1250000D-01,	.1227000D-01)
(.7000000D-02,	.9500000D-02)	(.3000000D-02,	.6000000D-04)
(.0000000D+00,	.0000000D+00)	(.3000000D-02,	-.6000000D-04)
(.7000000D-02,	-.9500000D-02)	(.1250000D-01,	-.1227000D-01)
(.2500000D-01,	-.1856000D-01)	(.5000000D-01,	-.2540000D-01)
(.7500000D-01,	-.3022000D-01)	(.1000000D+00,	-.3337000D-01)
(.1500000D+00,	-.4302000D-01)	(.2000000D-01,	-.4723000D-01)
(.3000000D+00,	-.5417000D-01)	(.4000000D+00,	-.5855000D-01)
(.5000000D+00,	-.6000000D-01)	(.6000000D+00,	-.5880000D-01)
(.7000000D+00,	-.52803000D-01)	(.8000000D+00,	-.4155000D-01)
(.9000000D+00,	-.2461700D-01)	(.9500000D+00,	-.1390800D-01)
(.1000000D+01,	-.1616000D-02)		

Table 3. NACA 4412 Hydrofoil Coordinates

NUMBER OF SEGMENTS WING(NW)=36

COORDINATES OF END POINTS ON FOIL

(.1000000D+01,	.1300000D-02)	(.9500000D+00,	.1470000D-01)
(.9000000D+00,	.2710000D-01)	(.8000000D+00,	.4890000D-01)
(.7000000D+00,	.6690000D-01)	(.6000000D+00,	.8140000D-01)
(.5000000D+00,	.9190000D-01)	(.4000000D+00,	.9800000D-01)
(.3000000D+00,	.9760000D-01)	(.2500000D+00,	.941000D-01)
(.2000000D+00,	.8800000D-01)	(.1500000D+00,	.789000D-01)
(.1000000D+00,	.6590000D-01)	(.7500000D-01,	.576000D-01)
(.5000000D-01,	.4730000D-01)	(.2500000D-01,	.339000D-01)
(.1250000D-01,	.2440000D-01)	(.7900000D-02,	.136800D-01)
(.0000000D+00,	.0000000D+00)	(.7900000D-02,	-.109400D-01)
(.1250000D-01,	-.1430000D-01)	(.2500000D-01,	-.195000D-01)
(.5000000D-01,	-.2490000D-01)	(.7500000D-01,	-.274000D-01)
(.1000000D+00,	-.2860000D-01)	(.1300000D+00,	-.288000D-01)
(.2000000D+00,	-.2740000D-01)	(.2500000D+00,	-.250000D-01)
(.3000000D+00,	-.2260000D-01)	(.4000000D+00,	-.180000D-01)
(.5000000D+00,	-.1400000D-01)	(.6000000D+00,	-.100000D-01)
(.7000000D+00,	-.6500000D-02)	(.8000000D+00,	-.390000D-02)
(.9000000D+00,	-.2200000D-02)	(.9500000D+00,	-.160000D-02)
(.1000000D+01,	-.1300000D-02)		

Table 4. Modified NACA 4412 Hydrofoil Coordinates

COORDINATES OF END POINTS ON FOIL

(1.000000D+01, .1231000D-02) (.9500000D+00, .1460900D+01)
 (.9000000D+00, .2703300D-01) (.8000000D+00, .4901500D-01)
 (.7000000D+00, .6716700D-00, (.6000000D+00, .8147900D-01)
 (.5000000D+00, .9194200D-01) (.4000000D+00, .9854000D-01)
 (.3000000D+00, .9750200D-01) (.2500000D+00, .9385300D-01)
 (.2000000D+00, .8773100D-01) (.1500000D+00, .7869300D-01)
 (.1000000D+00, .6587900D-01) (.7500000D-01, .5748900D-01)
 (.5000000D-01, .4706500D-01, (.7500000D-01, .3303500D-01)
 (.1250000D-01, .2298900D-01) (.7500000D-02, .1751900D-01)
 (.0000000D+00, .0000000D+00) (.7500000D-02, -.1154600D-01)
 (.1250000D-01, -.1446700D-01) (.2500000D+01, -.1922900D-01)
 (.5000000D-01, -.2456000D-01) (.7500000D-01, -.2745800D-01)
 (.0000000D+00, -.2903000D-01) (.1500000D+00, -.2999000D-01)
 (.2000000D+00, -.2761000D-01) (.2500000D-01, -.2517300D-01)
 (.3000000D+00, -.2276600D-01) (.4000000D+00, -.1810800D-01)
 (.5000000D+00, -.1376300D-01) (.6000000D+00, -.9858000D-02)
 (.7000000D+00, -.6519000D-02) (.8000000D+00, -.3874000D-02)
 (.9000000D+00, -.2048000D-02) (.9500000D+00, -.1482000D-02)
 (.1000000D+01, -.1100000D+02)