

高均一磁界 Double Helmholtz形 및 三個分離 圓筒形 超電導磁石에 관한 研究

A Study on Highly Homogeneous Double Helmholtz Superconducting Magnet and Newly Configured Superconducting Magnet

李 承 院*·權 營 顏**
(Sung-Won Rhee · Young-Ahn Kwon)

요 약

초전도자석은 상도체자석으로 달성하기 어려운 강자계 또는 고균일자계 발생이 용이하여 현재 많은 분야에서 이용되고 있거나 개발중에 있으며 앞으로 점점 더 증가되는 추세에 있다. 이중 한 분야인 NMR영상법에서는 측정부위에서 매우 균일한 자계를 요구하고 있다. 균일자계에 관한 이론 및 방법에 있어서는 오래전부터 Helmholtz, Garrett, Montgomery 및 Kaminishi 등에 의해 연구되어 왔다.

본 연구는 고균일자계 자석형상으로 알려진 Double Helmholtz형 초전도자석 및 보다 간단한 형상으로 새로이 제시되는 3개분리 원통형 초전도자석에 관하여 자석체적의 최소화가 이루어지면서 주어진 제약조건들 즉 소정의 중심자계강도와 높은 자계균일도를 만족시키는 해를 구하기 위해 비선형계획법에 의한 최적화 방법을 연구하였으며 종전에 발표된 논문에서 제시된 결과와 비교함으로써 본 연구에서 얻어진 결과를 입증하였다.

Abstract-At present superconducting magnets have been feasible for many applications which require high field or highly homogeneous field that it is too difficult to be produced by conventional electromagnets. This paper is a study on Double Helmholtz superconducting magnet and newly configured superconducting magnet that realize highly homogeneous field with the minimum magnet volume. Nonlinear programming method is effectively used for the minimum volume of superconducting magnet that realizes the desired field intensity and high homogeneity. The results on Double Helmholtz and newly configured superconducting magnets that are presented in this paper are largely improved.

1. 緒 論

초전도자석은 상도체자석으로 달성하기 어려운 강자계 또는 고균일자계 발생이 용이하여 여러분야

에서 이용되고 있다. 이중 한 분야인 NMR영상법에서는 측정부위에 인가되는 자계가 강할수록 그리고 측정부위에서 자계가 균일할수록 공명주파수의 선택폭이 넓어지며 고분해 해상능력을 가지게 되어 초전도자석이 유용하게 이용된다.

균일자계에 관한 이론 및 방법에 있어서는 초기에 균일자계를 얻기 위해 Helmholtz가 두개의 원형 코일에서 코일간격에 대한 해를 제시한 이후 Mc-Keehan등에 의해 코일간격뿐만 아니라 코일반경및 코일에 흐르는 전류를 변수로 하여 균일자계에 관

*正 會 員 : 서울대 工大 電氣工學科 教授 · 工博
**正 會 員 :釜山大 工大 電氣工學科 專任講師 · 工博
接受日字 : 1988年 2月 15日
1次修正 : 1988年 4月 16日
2次修正 : 1988年 6月 13日

한 해를 구하였다³. 그 후 Garrett은 축대칭자석에서 발생하는 축대칭자계에 대한 체계적인 분석을 하여 균일자계에 관해 매우 유용한 이론을 제시하였다⁴. 그러나 이러한 연구는 코일의 단면적을 무시하고 연구한 경우인데 보다 강자계를 발생하기 위해서는 원형코일을 여러개 쌓아 놓은 자석이 요구되었고 이러한 자석에서는 자석의 단면적이 커지게 되어 더 이상 단면적을 무시하고 해를 구할 수가 없게 되었다. 자석의 단면적을 고려한 연구는 Franzen 및 Montgomery 등에 의해 수행되어 균일자계에 관한 해가 제시되었다^{5,6}. 그 후 고균일자계 자석형상으로 알려진 Double Helmholtz형 자석에 대해 Kamimishi가 Garrett의 원형코일에 대한 최적배열의 이론을 확장하여 자석단면적을 고려한 연구가 있었으며⁷ 실제로 이 방법에 의해 NMR용 Double Helmholtz형 초전도자석을 제작하기도 하였다⁸. 그러나 이 연구는 자석의 배열을 각 자석 중심이 구형배열이 되도록 한 연구로서 구속 조건이 따르고 더욱이 자석체적의 최소화는 달성하지 못하였다.

초전도자석에 있어서 자석체적을 작게 하면 냉각용기 축소로 열침입이 줄어 들어 냉매의 증발율이 감소되고 또한 초전도선재가 절약되는 잇점이 있으므로 초전도자석에서 자석체적의 감소는 상도체자석에서 소비전력 감소를 도모하는⁹ 것과 같이 매우 중요하다¹⁰.

본 연구에서는 Double Helmholtz형 초전도자석 및 보다 간단한 형상으로서 새로이 제시되는 3개분리 원통형 초전도자석에 관하여 상기한 방법과는 달리 주어진 제약조건들 즉 소정의 중심자계강도와 높은 자계균일도를 만족시키면서 초전도자석 체적의 최소화가 이루어지는 방법으로 비선형계획법에 의한 체적화방법을 연구하였으며 종전에 발표된 논문에서^{7,8} 얻어진 결과와 비교함으로써 본 연구에서 얻어진 결과의 타당성을 입증하였다.

2. 磁界 및 體積

2.1 單純圓筒形 磁石

균일자계 발생을 위한 자석형상으로서 축대칭 원통형자석이 잘 알려져 있다. 원통형자석은 도선이 매우 근접하고 균등하게 감겨져 있으므로 원형코일을 여러개 쌓아 놓은 것으로 생각하여 자계계산을 할 수 있다⁶.

그림 1과 같은 단순원통형 자석에서 자계는 축대칭이므로 2차원으로 생각할 수 있으며 좌표중심에서 축방향자계는 Biot-Savart 법칙으로부터 식(1)과

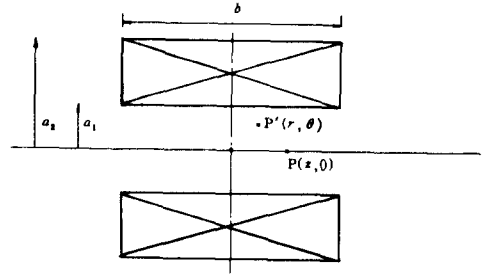


그림 1 단순원통형 자석(중단면)

Fig. 1 Simple solenoid magnet.

같이 된다.

$$B_z(0, 0) = \frac{2\pi\lambda J}{10} \int_{a_1}^{a_2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} dz d\rho \quad (1)$$

$$= \lambda J \alpha_1 F(\alpha, \beta)$$

단, $\alpha = \frac{a_2}{a_1}$, $\beta = \frac{b}{2a_1}$, $\lambda =$ 점적률, $J =$ 도선의 전류 밀도

$$F(\alpha, \beta) = \frac{4\pi\beta}{10} \ln \frac{\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}}{1 + (\beta^2)^{1/2}}$$

좌표축상의 점 $P(z, 0)$ 에서 축방향자계는 자계중첩의 원리로부터^{6,11} 식(2)와 같이 된다.

$$B_z(z, 0) = \frac{\lambda J a_1}{2} \left[F\left(\alpha, \beta + \frac{z}{a_1}\right) + F\left(\alpha, \beta - \frac{z}{a_1}\right) \right] \quad (2)$$

그리고 $r < a_1$ 인 중심영역은 전류원이 없으므로 $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ 이 된다. 따라서 \mathbf{B} 를 다음과 같은 스칼라 포텐셜로 표시할 수 있다¹².

$$\mathbf{B} = \nabla \Phi_m \quad (3)$$

또한 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 에서 $\nabla \cdot (\nabla \Phi_m) = 0$ 즉

$$\nabla^2 \Phi_m = 0 \quad (4)$$

따라서 자기 스칼라 포텐셜 Φ_m 은 Laplace 방정식의 해가 된다. 이 방정식은 구좌표 (r, θ, ϕ) 로 표시하면

$$\nabla^2 \Phi_m = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \Phi_m) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi_m}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial \phi^2} = 0 \quad (5)$$

식(5)를 변수분리하여 해를 구하면 축대칭이므로 변수 ϕ 에 무관한 식(6)과 같은 zonal harmonics에 의한 해가 구해진다.

$$\Phi_m(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}] P_n(\cos \theta) \quad (6)$$

단, $A_n, B_n =$ 계수

$P_n(\cos \theta) =$ Legendre polynomial

식(6)에서 경계조건을 대입하여 축방향자계를 구하면 식(7)과 같다.

$$B_z(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \left. \frac{\partial^{2n} B_z(z, 0)}{\partial z^{2n}} \right|_{z=0} r^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \quad (7)$$

단, $\left. \frac{\partial^n B_z(z, 0)}{\partial z^n} \right|_{z=0} = \lambda J a_1 F(\alpha, \beta)$

식(7)에서 z 를 $z' = \frac{z}{a_1}$ 로 규정화하면

$$B_z(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \left. \frac{\partial^{2n} B_z(z', 0)}{\partial z'^{2n}} \right|_{z'=0} \left(\frac{r}{a_1}\right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \quad (8)$$

$$= \lambda J a_1 \left[F(\alpha, \beta) + FE_2(\alpha, \beta) \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 P_2(\cos \theta) + FE_4(\alpha, \beta) \left(\frac{r}{a_1}\right)^4 P_4(\cos \theta) + \dots \right]$$

단, $FE_{2n}(\alpha, \beta) = \frac{4\pi}{10} \frac{1}{(2n)!} \beta^{2n-1} \left[C_1^{3/2} \sum_{m=0}^{2n-2} a_{m, 2n} C_2^m - C_3^{3/2} \sum_{m=0}^{2n-2} a_{m, 2n} C_4^m \right]$

$$a_{m, 2n} = 2(n-m-1)(2n-2m-3)a_{m-1, 2n-2} + (2m+1)(4n-4m-3)a_{m-1, 2n-2} + (2m+1)(2m-1)a_{m-2, 2n-2}$$

$$a_{0,2} = 1, \quad C_1 = \frac{1}{1+\beta^2}, \quad C_2 = \frac{\beta^2}{1+\beta^2}, \quad C_3 = \frac{\alpha^2}{\alpha^2+\beta^2}, \quad C_4 = \frac{\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}$$

2.2 Double Helmholtz形 磁石

그림 2와 같은 Double Helmholtz형 자석에서 중심 영역 임의점 P'(r, θ)의 축방향자계는 식(8) 및 자계 중첩의 원리에 의해 식(9)와 같이 된다.

$$B_z(r, \theta) = \lambda J a_1 \left[F_0 + F_2 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 P_2(\cos \theta) + F_4 \left(\frac{r}{a_1}\right)^4 P_4(\cos \theta) + \dots \right] \quad (9)$$

단, $F_0 = F(\alpha_1, \beta_1) - F(\alpha_1, \beta_2)$

$$+ \alpha_2 \left[F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right]$$

$$F_2 = FE_2(\alpha_1, \beta_1) - FE_2(\alpha_1, \beta_2) + \frac{1}{\alpha_2} \left[FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right]$$

$$F_4 = FE_4(\alpha_1, \beta_1) - FE_4(\alpha_1, \beta_2) + \frac{1}{\alpha_2^2} \left[FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right]$$

.....

$$\alpha_1 = \frac{a_2}{a_1}, \quad \alpha_2 = \frac{a_3}{a_1}, \quad \alpha_3 = \frac{a_4}{a_1}$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{2a_1}, \quad \beta_2 = \frac{b_2}{2a_1}, \quad \beta_3 = \frac{b_3}{2a_1}, \quad \beta_4 = \frac{b_4}{2a_1}$$

Double Helmholtz형 자석에서 체적은 식(10)과 같다.

$$V(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) = 2\pi a_1^3 \left[(\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1^2 - 1) + (\beta_3 - \beta_4)(\alpha_3^2 - \alpha_2^2) \right] \quad (10)$$

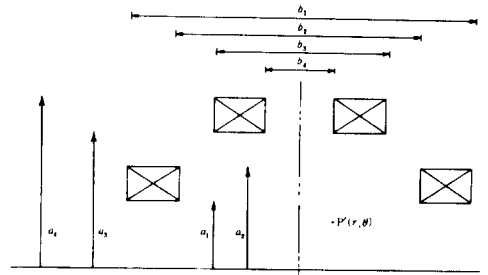


그림 2 Double helmholtz 형 자석
Fig. 2 Double helmholtz magnet.

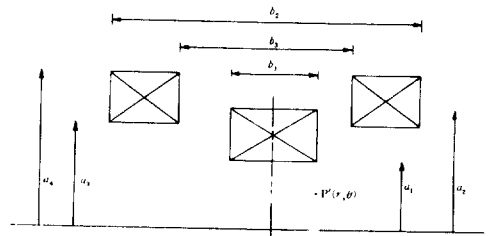


그림 3 3개분리 원통형 자석
Fig. 3 split solenoid magnet.

2.3 三個分離 圓筒形 磁石

본 연구에서 새로이 제시되는 그림 3과 같은 3개분리 원통형 자석에서 중심영역 임의점 P'(r, θ)의 축방향자계는 식(11)과 같다.

$$B_z(r, \theta) = \lambda J a_1 \left[F_0 + F_2 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 P_2(\cos \theta) + F_4 \left(\frac{r}{a_1}\right)^4 P_4(\cos \theta) + \dots \right] \quad (11)$$

단, $F_0 = F(\alpha_1, \beta_1) + \alpha_2 \left[F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_2}{\alpha_2}\right) - F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) \right]$

$$F_2 = FE_2(\alpha_1, \beta_1) + \frac{1}{\alpha_2} \left[FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_2}{\alpha_2}\right) - FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) \right]$$

$$F_4 = FE_4(\alpha_1, \beta_1) + \frac{1}{\alpha_2^2} \left[FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_2}{\alpha_2}\right) - FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) \right]$$

.....

$$\alpha_1 = \frac{a_2}{a_1}, \quad \alpha_2 = \frac{a_3}{a_1}, \quad \alpha_3 = \frac{a_4}{a_1},$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{2a_1}, \quad \beta_2 = \frac{b_2}{2a_1}, \quad \beta_3 = \frac{b_3}{2a_1},$$

3개분리 원통형 자석에서 체적은 식(12)와 같다.

$$V(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = 2\pi a_1^3 \left[\beta_1(\alpha_1^2 - 1) + (\beta_2 - \beta_3)(\alpha_3^2 - \alpha_2^2) \right] \quad (12)$$

3. 最適化方法

축대칭이고 축에 수직한 중앙면에 대칭인 자석에서 중심영역 임의점의 축방향자계는 2 절에서 구한 바와 같이 진원원에 관계없이 식(13)과 같은 형태가 됨을 알 수 있다.

$$B_z(r, \theta) = B_0 + B_2 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 P_2(\cos \theta) + B_4 \left(\frac{r}{a_1}\right)^4 P_4(\cos \theta) + B_6 \left(\frac{r}{a_1}\right)^6 P_6(\cos \theta) + \dots \quad (13)$$

단, $B_0, B_2, B_4, B_6, \dots =$ 계수

식(13)에서 기본항은 위치 (r, θ) 에 관계없이 일정한 상수이고 2 차항 이상은 위치 (r, θ) 에 따라 변동된다. 따라서 2 차항 이상을 소거하면 균일한 자계를 얻을 수 있다. 그리고 2 차항, 4 차항등 저차항이 고차항보다 $r < a_1$ 인 중심영역에서 상대적으로 크게 변동된다. 이상에서 기본항을 원하는 중심자계 강도로 하고 저차항을 소거시키면 중심영역에서 고균일자계가 얻어질 수 있다.

그림 2와 같은 Double Helmholtz형 자석에서 자석체적을 최소화 하기위해 식(10)을 목적함수로 하여 식(9)의 2 차항, 4 차항 및 6 차항을 소거하고 8 차항 이상을 무시하면 다음과 같은 비선형 최적화 문제가 된다.

최소화 $V(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$
 제약조건 $\alpha_1 - 1 \geq 0, \alpha_2 - 1 \geq 0, \alpha_3 - \alpha_2 \geq 0,$
 $\beta_4 \geq 0, \beta_3 - \beta_4 \geq 0, \beta_2 - \beta_3 \geq 0, \beta_1 - \beta_2 \geq 0$

$$F(\alpha_1, \beta_1) - F(\alpha_1, \beta_2) + \alpha_2 \left[F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - F\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right] = \frac{B_0}{\lambda J a_1}$$

$$FE_2(\alpha_1, \beta_1) - FE_2(\alpha_1, \beta_2) + \frac{1}{\alpha_2} \left[FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - FE_2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right] = 0$$

$$FE_4(\alpha_1, \beta_1) - FE_4(\alpha_1, \beta_2) + \frac{1}{\alpha_2^3} \left[FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - FE_4\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right] = 0$$

$$FE_6(\alpha_1, \beta_1) - FE_6(\alpha_1, \beta_2) + \frac{1}{\alpha_2^5} \left[FE_6\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_3}{\alpha_2}\right) - FE_6\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \frac{\beta_4}{\alpha_2}\right) \right] = 0$$

이상에서 제시된 비선형문제에서 최적해를 구하기 위해 본 연구에서 사용되는 비선형계획법은 주어진 부등식 및 등식 제약조건 아래에서 비선형 다변수 목적함수를 최적화하는 것으로서 축차 무제약 최적화법을 사용하였다.^{13), 14)}

일반적으로 다음과 같은 부등식 및 등식 제약조건

을 갖는 비선형문제를 고려하여 보면

$$F(X) \text{가 최소이고}$$

$$G_i(X) \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, M$$

$$H_j(X) = 0 \quad j=1, 2, \dots, K (K < N)$$

을 만족하는 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 을 구하라. 이와 같은 비선형문제에서 해를 구하기 위하여 등가의 제약조건이 없는 비선형문제로 변형시키는 것이 필요하다. 여기에서 사용된 프로그램에서는 부등식 제약조건을 barrier 함수방법에 의해 처리하고 등식 제약조건을 penalty 함수방법에 의해 처리하였으며 각각의 함수는 식(14) 및 식(15)와 같다.

$$B(x) = - \sum_{i=1}^M [1_n G_i(x)] \quad (14)$$

$$a(x) = \sum_{j=1}^K [H_j(x)]^2 \quad (15)$$

이상에서 제약조건을 penalty 함수와 barrier 함수로 처리한, 제약조건이 없는 변형된 목적함수 $P(x)$ 는 식(16)과 같이 된다.

$$P(x) = F(x) - \mu \sum_{i=1}^M [1_n G_i(x)] + \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^K [H_j(x)]^2 \quad (16)$$

식(16)에서 μ 는 매개변수로서 μ 가 충분히 작아짐에 따라 변형된 목적함수 $P(X)$ 의 최적해는 원문제의 목적함수 $F(X)$ 의 최적해로 접근된다.¹⁵⁾ 제약조건이 없는 목적함수 $P(X)$ 의 최적해는 2 차형태의 conjugate direction에 의해 해를 찾아가는 Davidson-Fletcher-Powell 기법이 사용되며 최적수렴 여부는 식(17)과 식(18)에 의해 결정된다.¹⁶⁾

$$\| \nabla P(X) \| \leq \epsilon \quad (17)$$

$$\left| \frac{F(X)}{P(X)} - 1 \right| \leq \theta \quad (18)$$

이상에서 기술한 비선형계획법에 의해 원하는 중심자계강도 및 높은 자계균일도를 만족하고 자석체적이 최소가 되는 해를 구하는 기본 알고리즘은 다음과 같다.

- 단계 1. 자석형상을 결정한다.
- 단계 2. 목적함수 및 제약조건을 설정한다.
- 단계 3. 초기치를 설정한다.
- 단계 4. 초기치가 부등식 제약조건을 만족하는가 검토하고 만족하지 않으면 단계 3으로 간다.
- 단계 5. 변형된 목적함수를 구성하고 최적해를 Davidson-Fletcher-Powell 기법에 의해 구한다.
- 단계 6. 수렴여부를 확인하고 만족하면 단계 8로, 만족하지 않으면 단계 7로 간다.
- 단계 7. 매개변수 μ 값을 줄이고 단계 5로 가서 반복한다.
- 단계 8. 결과를 프린트한다.

표 1 $B_0 = 1.5 [T]$ 인 경우의 최적치수 및 자계
Table 1 Optimum dimension and field, $B_0 = 1.5 [T]$.

Double Helmholtz	3-split solenoid
$a_1 = 38.65 [cm]$	$a_1 = 38.65 [cm]$
$a_2 = 41.064 [cm]$	$a_2 = 39.377 [cm]$
$b_1 = 92.456 [cm]$	$b_1 = 72.360 [cm]$
$b_2 = 62.150 [cm]$	$a_3 = 38.650 [cm]$
$a_3 = 38.650 [cm]$	$a_4 = 45.497 [cm]$
$a_4 = 40.514 [cm]$	$b_2 = 109.997 [cm]$
$b_3 = 27.968 [cm]$	$b_3 = 99.580 [cm]$
$b_4 = 11.267 [cm]$	
VOLUME = 26060.690 [cm ³]	VOLUME = 31743.762 [cm ³]
B(z/a ₁) GAUSS	B(z/a ₁) GAUSS
B(.00) = 14999.998	B(.00) = 15000.000
B(.02) = 14999.998	B(.02) = 15000.000
B(.04) = 14999.998	B(.04) = 15000.000
B(.06) = 14999.998	B(.06) = 15000.000
B(.08) = 14999.998	B(.08) = 15000.000
B(.10) = 14999.998	B(.10) = 15000.000
B(.12) = 14999.998	B(.12) = 15000.000
B(.14) = 14999.997	B(.14) = 15000.000
B(.16) = 14999.996	B(.16) = 15000.000
B(.18) = 14999.992	B(.18) = 15000.000
B(.20) = 14999.985	B(.20) = 15000.000
B(.22) = 14999.970	B(.22) = 14999.999
B(.24) = 14999.943	B(.24) = 14999.998
B(.26) = 14999.896	B(.26) = 14999.997
B(.28) = 14999.818	B(.28) = 14999.994
B(.30) = 14999.691	B(.30) = 14999.990
B(.30) = 14999.495	B(.32) = 14999.984
B(.32) = 14999.200	B(.34) = 14999.973
B(.34) = 14998.767	B(.36) = 14999.958
B(.36) = 14998.148	B(.38) = 14999.935
B(.38) = 14997.282	B(.40) = 14999.901
B(.40) = 14996.094	B(.42) = 14999.852
B(.42) = 14994.496	B(.44) = 14999.784
B(.44) = 14992.379	B(.46) = 14999.690
B(.48) = 14989.619	B(.48) = 14999.562
B(.50) = 14986.070	B(.50) = 14999.388

4. 適用事例 및 檢討

본연구에서는 높은 자계균일도를 요구하는 의료용 NMR 초전도자석을 위에서 제시한 방법에 의해

설계하였다. 의료용 NMR은 Damadian 이 처음 연구보고한¹⁵⁾ 이후, 현재에는 의료용 NMR 자석으로서 보다 강자계 및 고균일자계를 얻을 수 있는 초전도자석이 많이 이용되고 있다.²⁾

표 1 은 Kamirishi 방법에 따라 NMR 초전도자석을 제작하여 발표한 논문과⁸⁾ 비교를 하기 위해 Double Helmholtz형 초전도자석 및 보다 간단한 형상으로서 새로이 제시되는 3개분리 원통형 초전도자석에 대해 상기한 최적화방법을 적용시켜 얻은 결과로서 자석 내부직경 77.3[cm], 중심자계 1.5[T], 전계전류 밀도 $1.7 \times 10^4 [A/cm^2]$ 로 한 경우이다. 그리고 종전의 논문에서 제시된 결과는 약 10[ppm]의 균일자계영역이 좌표원점을 중심으로 한 직경 24[cm]에서 얻어졌으며 자석체적은 약 4 만[cm³]를 보이고 있다. 표 1 에 나타난 본 연구의 결과는 자석의 단면적을 무시하지 않고 얻은 결과로서, 약 10[ppm]의 균일자계영역이 Double Helmholtz형 자석에서는 직경 20[cm]로 얻어졌으며 자석체적은 종전의 결과보다 35 [%] 정도 감소되었다.

3개분리 원통형 자석에서는 균일자계영역이 직경 32[cm]로 얻어졌으며 자석체적은 20 [%] 정도 감소되었다. 여기에서 3개분리 원통형 자석의 경우 균일자계 영역 및 자석체적이 동시에 개선됨을 보이고 있다. 그리고 종전의 논문에서는 자석을 실제 제작할 때 발생하는 오차를 줄이기 위하여 각 자석 단면적의 가로와 세로비를 정수비로 한 다음, 자석사이의 간격을 재조정하였으며 이러한 경우에는 약 10[ppm]의 균일자계영역이 직경 40[cm]로 나타났다. 표 2 는 각 자석 단면적의 가로와 세로비를 위에서 구해진 해(표 1)와 가까운 정수비로 조정하고 자석사이의 간격을 line search 기법에 의해 조정한 경우에 얻어진 결과이다.

이 경우는 zonal harmonics 의 저차항들이 각각 영이 되지 않고 서로 상쇄되는 경우로서 이에 의해 균일자계영역이 넓어질 수가 있으나 이 값을 예측할 수가 없어 이러한 해를 일반적으로 구하기는 어렵다.¹⁶⁾ 표 2 에서 보면 자석체적은 표 1 의 결과와의 같아서 종전보다 체적이 크게 감소되며 약 10 [ppm]의 균일자계영역은 Double Helmholtz형 자석에서 직경 30[cm], 3개분리 원통형자석에서 직경 41 [cm]로 나타나고 있다. 그리고 중심자계강도가 조금 변경되었는데 이것은 도선의 전류밀도를 약간 변경시킴에 의해 조정이 가능하다. 그림 4 는 이 경우의 3개분리 원통형 자석에서 자계균일도를 나타낸다.

여기에서 자석배열은 종전의 논문들에서 제시된

표 2 자석사이 간격 조정된 경우의 최적치수 및 자계

Table 2 Optimum dimension and field at the balancing.

Double Helmholtz	3-split solenoid
$a_1 = 38.65$ [cm]	$a_1 = 38.65$ [cm]
$a_2 = 41.062$ [cm]	$a_2 = 39.377$ [cm]
$b_1 = 92.817$ [cm]	$b_1 = 72.463$ [cm]
$b_2 = 62.118$ [cm]	$a_3 = 38.650$ [cm]
$a_3 = 38.650$ [cm]	$a_4 = 45.398$ [cm]
$a_4 = 40.514$ [cm]	$b_2 = 110.381$ [cm]
$b_3 = 27.682$ [cm]	$b_3 = 99.791$ [cm]
$b_4 = 11.017$ [cm]	
VOLUME = 26267.483 [cm ³]	VOLUME = 31776.038 [cm ³]
B(z/a ₁) GAUSS	B(z/a ₁) GAUSS
B(.00) = 15070.836	B(.00) = 14989.769
B(.02) = 15070.832	B(.03) = 14989.768
B(.04) = 15070.820	B(.06) = 14989.766
B(.06) = 15070.802	B(.09) = 14989.764
B(.08) = 15070.779	B(.12) = 14989.761
B(.10) = 15070.753	B(.15) = 14989.759
B(.12) = 15070.728	B(.18) = 14989.758
B(.14) = 15070.707	B(.21) = 14989.761
B(.16) = 15070.692	B(.24) = 14989.767
B(.18) = 15070.689	B(.27) = 14989.780
B(.20) = 15070.700	B(.30) = 14989.798
B(.22) = 15070.726	B(.33) = 14989.823
B(.24) = 15070.768	B(.36) = 14989.853
B(.26) = 15070.823	B(.39) = 14989.884
B(.28) = 15070.886	B(.42) = 14989.910
B(.30) = 15070.945	B(.45) = 14989.918
B(.32) = 15070.983	B(.48) = 14989.889
B(.34) = 15070.977	B(.51) = 14989.796
B(.36) = 15070.892	B(.54) = 14989.598
B(.38) = 15070.683	B(.57) = 14989.240
B(.40) = 15070.295	B(.60) = 14988.645
B(.42) = 15069.654	B(.63) = 14987.712
B(.44) = 15068.673	B(.66) = 14986.309
B(.46) = 15067.249	B(.69) = 14984.268
B(.48) = 15065.255	B(.72) = 14981.379
B(.50) = 15062.549	B(.75) = 14977.378

좌표중심에서 각 자석중심까지의 거리를 일정하게 한 구형배열이 아니고 각 자석의 내반경이 같은 배열에서 자석체적의 최소화가 이루어졌다.

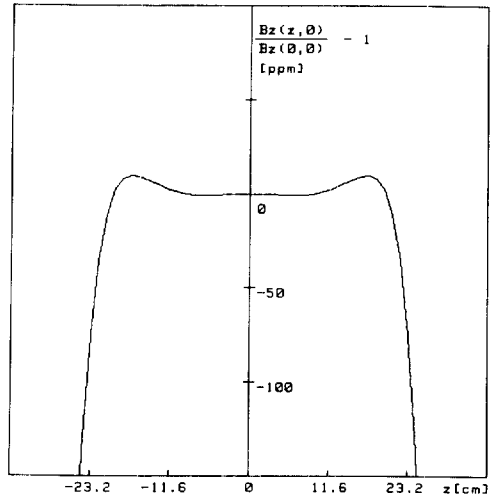


그림 4 3개 분리 원통형 자석에서 자계균일도
Fig. 4 Field homogeneity of 3-split solenoid magnet.

5. 結 論

초전도자석에 있어서 자석체적을 작게 하면 냉각 용기 축소로 열침입이 줄어들어 냉매의 증발율이 감소되고 또한 초전도선재가 절약되는 잇점이 있으므로 자석체적의 최소화는 매우 중요하다.

본 연구에서는 고균일자계 자석형상으로 알려진 Double Helmholtz 형 초전도자석 및 보다 간단한 형상이 되는 3개분리 원통형 초전도자석에 관하여 자석체적의 최소화가 이루어지면서 주어진 제약조건들 즉 중심자계 강도와 높은 자계균일도를 만족시키는 해를 구하기 위해 비선형계획법에 의한 최적화방법을 연구하였으며 이에 의해 구해진 결과는 종전의 방법에서 얻어진 결과보다 자석체적이 크게 감소됨을 보이고 있다. 특히 3개분리 원통형 자석의 경우 균일자계영역 및 자석체적이 동시에 개선된 결과를 나타내고 있다. 그리고 본 방법은 여기에서 제시한 자석형상뿐만 아니라 어떠한 형상에도 적용될 수 있다. 그러나 변수가 많아지는 경우에 수렴이 잘 되지 않는 어려움이 남아 있다.

참 고 문 헌

- 1) M.N. Wilson, Superconducting Magnet, Oxford Univ. Press, 1983
- 2) P.A. Sanger, "Present Status of MRI Magnets at Oxford", IEEE, MAG-21, p436, Mar. 1985.

- 3) L.W. Mckeehan, "Combinations of Circular Currents for Producing Uniform Magnetic Fields", Rev. Sci. Instr. vol 7, p150, Mar. 1936
- 4) M.W. Garrett, "Axially Symmetric Systems for Generating and Measuring Magnetic Fields", J. Appl. Phys. vol 22, p1091. Sep. 1951
- 5) W. Franzen, "Generation of Uniform Magnetic Fields by Means of Air Core Coils", Rev. Sci. Instr. vol 33, p933. Sep. 1962.
- 6) D.B. Montgomery, Solenoid Magnet Design, Robert E. Krieger, 1980.
- 7) K. Kaminishi, "Practical Method of Improving the Uniformity of Magnetic Fields Generated by Single and Double Helmholtz Coils", Rev. Sci. Instr vol 52, p447, Mar. 1981.
- 8) K. Pieterman and H. Postma, "A 1.5T Superconducting Magnet with Closed Cooling System for Spin-Imaging", Cryogenics, vol 24, p59, Feb. 1984.
- 9) F. Bitter, "The Design of Powerful Electromagnets", Rev. Sci. Instr., vol 7, p479, Dec. 1936.
- 10) R.W. Boom and R.S. Livingston, "Superconducting Solenoids", Proc. IRE, vol50, p274, Mar. 1962.
- 11) W.R. Smythe, Static and Dynamic Electricity, McGraw Hill, 1950.
- 12) J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley, 1975.
- 13) M.S. Bazaraa and C.M. Shetty, Nonlinear Programming, John Wiley, 1979.
- 14) J.C. Kaester, and J.H. Mize, Optimization Techniques with Fortran, McGraw-Hill, 1973.
- 15) R. Damadian, NMR in Medicine, Springer-Verlag, 1981.
- 16) P.A. Colavita and V.A. Bustos, "Optimum Spacing for a Pair of Thick Circular Coils of Square Section", Rev. Sci Instr, vol 49, p1006, Jul. 1978.