

대형직류전동기의 최소체적설계에 관한 연구

A Study on the Minimum Volume Design of a Large DC Motor

金 喆 禹* · 崔 泰 仁** · 孔 泳 卿⁺

(Chuel-U Kim · Tai-In Choi · Yeong-Gyung Kong)

요 약

직류전동기의 용량이 대형화됨에 따라 체적증대를 비롯한 여러가지 사항들이 재검토 되어야 한다. 그 중에서 설치상으로 효율적인 공간활용이 필수적일 경우에는 대형 직류전동기의 최소체적설계가 되지 않으면 안된다.

따라서 본 논문에서는 이러한 대형 직류전동기의 최소체적설계 수행 방법과 그 절차를 다루었으며 최적화된 결과는 기본치수로 활용된다. 이 때 사용된 최적화 기법은 허용오차법과 다면체 탐색법을 이용하였다.

끝으로 기존 제품을 시뮬레이션하여 그 결과와 기존 제품을 비교 검토함으로써 본 논문의 유용성을 확인하였다.

Abstract-As the capacity of DC motor is increased, we should recheck several encountered problems like volume increase. Particularly, when a large DC motor should be installed within the limited space, it is necessary to minimize the volume of motor for the effective utilization of the limited space. This paper describes the procedure and the method of finding optimum design of a large DC motor. The result of the optimization will decide the basic dimensions of a large DC motor. The flexible tolerance method and polyhedron searching method are used in this optimization. This result of simulation of the existing large DC motors is compared with the data of the existing large DC motors to confirm the validity of this optimum design.

1. 서 론

직류 전동기의 용량이 대형화됨에 따라 전동기의 체적이 커지면 중량비 증가, 제작비율 상승, 설치상의 제약 등에 대한 재검토가 필요하기 때문에 대

형 직류 전동기의 경우 최소체적설계가 요구된다. 특히 제한된 공간을 가지고 있으며 대형 직류 전동기가 필수적으로 요구되는 경우에는 그 설계목적이 생산비, 사용재료의 최적화 및 운전 경제성 등과 같은 경제성 평가 보다는 체적의 최소화가 그 목적이 되지 않으면 안된다. 이러한 최소체적설계를 하기 위해서는 수학적 모델을 도입한 수치해석 개념이 필수적으로 요구되는 관계로 오래전부터 사용되어온 유사한 기기의 자료나 경험치를 바탕으로 설계되는 시행착오(Trial and error) 방법^{1,2)}이나 장하와 비용량과의 관계를 사용하는 방법³⁾ 등과 같은 설계방

*正 會 員 : 釜 山 大 工 大 電 氣 工 學 科 副 教 授 · 工 博

**正 會 員 : 鎭 海 機 械 廠 先 任 研 究 員 · 工 博

+正 會 員 : 鎭 海 機 械 廠 先 任 研 究 員

接 受 日 字 : 1987年 5月 29日

1次 修 正 : 1987年 9月 29日

2次 修 正 : 1988年 4月 7日

법으로는 수학적모델이 되지 않기 때문에 최소체 적설계를 수행할 수 없게 된다. 따라서 목적하고자 하는 설계량, 즉 비용, 중량 및 제식 등을 최적화 하는 최적설계방법이 이루어져야 한다. 이러한 최적설계방법들은 적용되는 수치해석 알고리즘에 의 존해서 발전되어 왔다.

1967년 O. W. Anderson⁵의 유도전동기 자재비 최 소화, B. J. Chalmers⁶의 유도전동기 손실 최소화 에 각각 랜덤탐색법(Random searching method), 및 최대 경사법(Steepest descent method)을 적용하였 으나 이러한 방법들은 도체수, 권선수 등과 같은 정수(Integer value), 비선형 제한(Nonlinear constraint)특성을 고려하지 못한 설계였다. 1971년 R. Ramarathnam⁷의 유도전동기 자재비 최소화 설계 에서 적용한 벌점함수법(Penalty Function method) 인 SUMT 기법이나 1975년 R. M. Menzies⁸가 유도 전동기 자재비 최소화 설계에 적용한 패턴탐색법 (Pattern searching method)들은 권선수, 도체수 등 과 같은 정수 성질과 비선형 제한 특성을 고려 되 었으나 비가능점(Nonfeasible point)에서는 출발 불 가능한 탐색방법(Searching method)이 적용된 설계 였다.

1978년 최근에 이르러서는 I. J. Perez⁹의 동기전 동기 크기 최소화 설계에 적용한 Pth최적화 방법의 변분을 이용한 알고리즘이나 1984년 TAE IN CH OI¹⁰의 영구자석 직류전동기 최적설계에 적용한 수 정된 패턴탐색법(Modified pattern searching method) 등을 이용 정수성질과 비선형 제한 특성을 고려함 과 동시에 비가능점에서도 출발이 가능한 알고리즘 을 적용하였으나 실제로는 비가능점에서 출발이 어 려운 것으로 지적되고 있다.¹⁰

본 논문에서는 대형 직류전동기(2000마력 이상) 의 최소체적설계를 수행함에 있어 권선수, 도체수 등과 같은 정수성질과 제한된 비선형(Constrained nonlinear)특성이 고려된 허용오차법¹¹(Flexible tolerance method)을 이용하고 비가능점(Nonfeasible point)에서도 출발 가능한 다면체탐색법¹²(polyhedron searching method)을 적용하되 탐색초기점을 기 존 설계방법⁴을 이용하여 구해 초기 출발 함으로써 그 신뢰도를 증대 시켰으며, 제약조건들이 많아 수 렘이 잘 되지 않는 어려움은 기하학적 제약(Geometric constraint) 이외에는 기존 설계방법⁴과의 혼 합을 이용 행동제약(Behaviour constraint)으로 처 리 함으로써 해결, 최적해의 신뢰도를 높인 것이 지 금까지의 최적설계방법과 다른 점이다. 또한 본 논

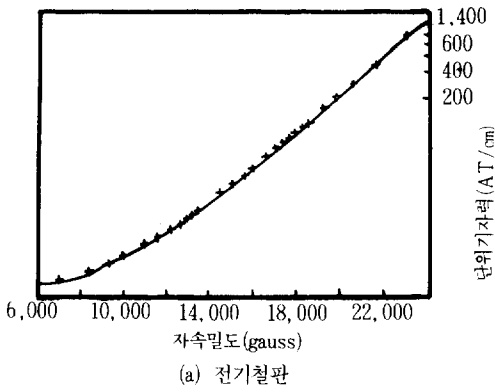
문의 타당성 검토로써 실험적인 검증방법은 현실적 인 어려움이 많아 실현할 수 없었고 적용하고자 하는 동일 용도의 기존 대형 직류전동기 두가지(Siemens 제품, G. E. 제품)를 선정하여 본 설계 알고리 즘을 이용 시뮬레이션 비교 검토 함으로써 본 논문 의 유용성을 확인하였다.

2. 최소체적설계와 수학적 정식화

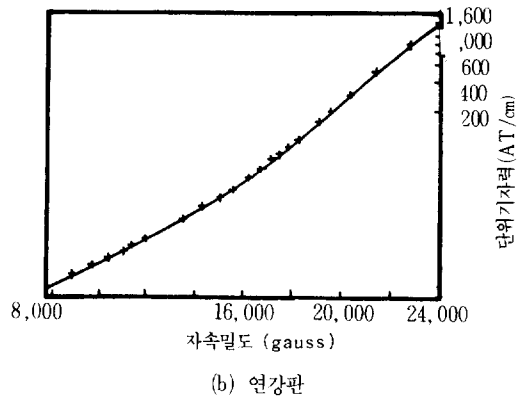
2.1 최소체적설계

본 연구에서 수행한 최소체적설계의 순서와 개요 는 다음과 같다. 竹内씨가 제창한 설계방법⁴을 전 산 프로그램화 하여 초기설계로써 이용하였다. 초 기설계에서 얻어진 각 설계변수(전기자 직경, 전기 자 철심 길이, 공극 길이, 계자극 높이, 계철 두께)들은 초기점으로 이용한다. 탐색이 진행되는 동 안 기하학적 제약은 동시 점검되며, 탐색 종료와 함께 기하학적 제약이 만족된 설계변수들과 초기설 계에서 얻어진 제값들(전기자 도체수, 자기 장하, 계자극 폭, 전기자 슬롯 높이, 전기자 슬롯수 등) 로써 나머지 사기적 제약, 온도상승 제약, 정류제 약, 출력 제약을 점검한다. 기하학적 제약을 제외 한 나머지 제약들인 행동제약(Behaviour constraint) 들을 점검하기 위해 기존 설계방법⁴을 이용 행동 제약 전산 프로그램을 제작성 이용하였다. 이렇게 하여 행동제약까지 점검 완료되면 그 목적하고자 하는 최소체적설계된 대형 직류전동기의 기본치수 가 얻어지게 된다. 만일 여기서 행동제약 중 하나 라도 만족치 못 할시는 전류밀도 조정으로 처음부터 다시 시작 되도록 프로그램화 하였다. 그림 1의 (a)와 (b)는 竹内⁴씨의 직류기 설계시 적용한 실선처럼 주어진 전기철판과 연강판에 대한 자화곡선을 본 설계에 적용키 위해서는 전산기로 계산될 수 있도록 수식화된 커브피팅이 되어야 한다. 이렇게 하기 위한 수단으로써 본 논문에서는 최소자승 커브피팅 방법¹¹(Least square curve fitting method)을 사용 하여 커브피팅한 결과를 나타내고 있다. 그림 2는 본 설계과정에서 필요로 하는 竹内⁴씨의 주파수와 전기자철심 계철부분의 자속밀도와의 관계 곡선을 동일한 방법으로 커브피팅한 것이다.

직류기의 정류특성을 고려하기위해 리액턴스 전 압, 정류자 편간전압을 점검하고 권선도체는 대전 류를 고려하여 평각동선을, 전기자 도체의 권선방 법은 2층단중중권을 사용하여 프로그램화 하였 으며 그 흐름도는 그림 3과 같다.



(a) 전기철판



(b) 연강판

그림 1 커브피팅된 자화곡선
Fig. 1 Magnetization curve obtained by curve fitting

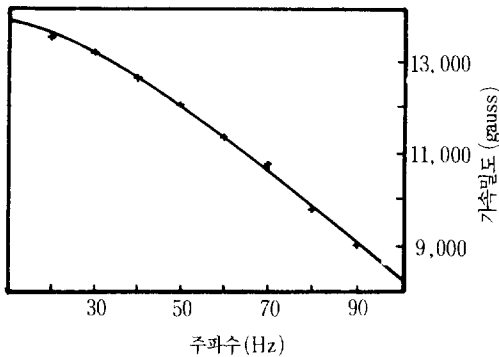


그림 2 커브피팅된 전기자 철심의 자화곡선
Fig. 2 Magnetization curve of armature yoke obtained by curve fitting

2.2 수학적 정식화

비선형 계획법의 일반적인 형태는 식 (1) 과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
 & \text{최소화 : } F(X_1, X_2, \dots, X_n) \\
 & \text{제약조건 : } g_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, k \\
 & \quad \quad \quad h_j(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \\
 & \quad \quad \quad j=1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서 부등식제약 g_i 와 등식제약 h_j 를 만족하면서 목적함수 F 가 최소로 되는 독립변수 X_1, X_2, \dots, X_n 을 구하는 것이다.

2.2.1 목적함수

본 연구에서 설계하고자 하는 변수를 단면도로 나타내면 그림4와 같이 표시된다. 설계변수는 전동기의 기본치수인 전기자 직경D, 전기자 철심 길이 l , 공극 길이 g , 계자극 높이 h , 계철 두께의

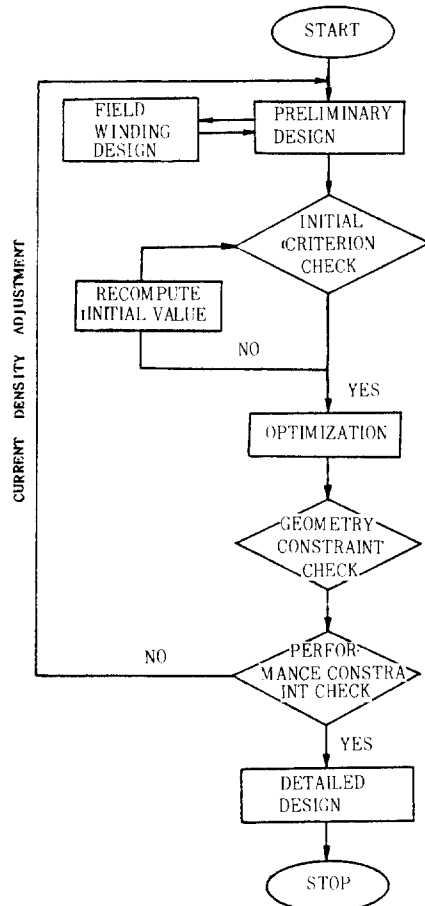
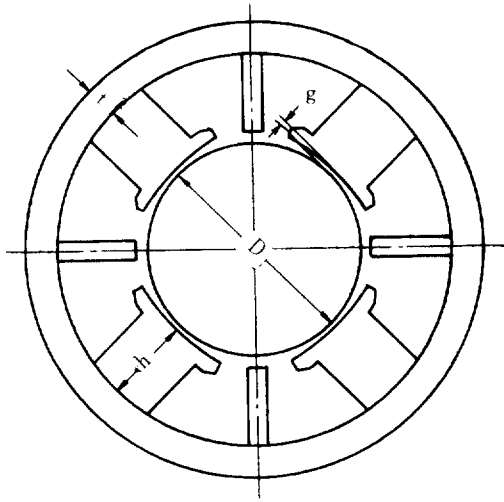


그림 3 설계 프로그램 흐름도
Fig. 3 Flow chart of design program



h : 계자극 높이 t : 계철두께
D : 전기자 직경 g : 공극길이

그림 4 설계변수 단면도

Fig. 4 Design variables cross section

5 가지로 채택 하였으며, 채택된 5 가지의 설계변수로써 전동기의 체적을 식 (2) 와 같이 나타낼 수 있다. 식 (2) 가 바로 본 논문에서 최소체적화 하고자 하는 목적함수 F가 된다.

$$F = \frac{\pi}{4} (D + 2g + 2h + 2t)^2 \cdot \ell \quad (2)$$

위 식 (2) 는 3 차항을 갖는 비선형 함수인 것을 알 수 있으며 따라서 이러한 함수의 최소화 문제는 비선형 계획법을 사용하여야 한다. 본 논문에서는 식 (1) 의 일반적인 비선형 계획법에서 등식제약 $h_i(X) = 0$ 와 부등식 제약 $g_i(X) \geq 0$ 을 모든 등식 제약 및 부등식 제약 합 의 평방근으로 정의되는 $T(X) = + \left[\sum_{i=1}^m h_i^2(X) + \sum_{i=m+1}^p u_i g_i^2(X) \right]^{1/2}$ 와 K 번째 탐색 단계에서의 허용기준 Φ^k (Tolerance criterion) 과의 관계식 $\Phi^k - T(X) \geq 0$ 으로 재정립된 제한된 비선형 계획법 (constrained nonlinear programming method) 인 허용오차법 (Flexible tolerance method) 을 사용하여 그림 3 의 프로그램으로 해결 하였다.

2.2.2 제약 조건

(1) 기하학적 제약

가) 전기자 직경 D 와 전기자 철심 길이 ℓ 의 비를 정해 줌으로써 동작특성이나 제작비에 어느정도 좋은 조건을 줄 수 있게된다. 전기자 철심의 길이가 부득이 길어야 하는 경우와 반대로 전기자 직경이 커져야 되는 때를 제외하고는 식 (3) 에 따른다.

다.²⁾ 단 P는 극수, τ 는 극절을 나타낸다.

$$\ell = \tau(0.5 \sim 1.0)$$

$$\ell = \frac{\pi D}{P} (0.5 \sim 1.0) \quad (3)$$

나) 공극의 길이는 계자표면과 전기자표면사이 거리를 말하며 전기자 직경과 공극 길이의 관계를 식 (4) 와 같이 정하여 줌으로써 공극의 길이가 무모하게 커지는 것을 방지할 수 있게 된다.^{3), 12)}

$$0.04\sqrt{D} \leq g \leq 0.075\sqrt{D} \quad (4)$$

다) 계철의 내경과 외경의 관계를 식 (5) 와 같이 정하여 줌으로써 계철의 두께가 무모하게 커짐을 방지한다.³⁾ 식 (5) 에서 $D_{yi} = D + 2g + 2h$, $D_{yo} = D_{yi} + 2t$ 로 표시된다.

$$1.05D_{yi} \geq D_{yo} \leq 1.2D_{yi} \quad (5)$$

라) 모든 변수는 식 (6) 과 같이 0 보다 커야 한다.

$$D, \ell, g, h, t > 0 \quad (6)$$

마) 최대허용 전기자 직경과 길이는 제한된 공간의 크기에 좌우된다. 본 논문에서는 전기자 직경은 4m, 전기자 철심 길이는 2m로 제한 하였다.

(2) 자기식 제약

자기회로를 구성하는 계철 자속밀도 B_y , 계자극 자속밀도 B_p , 공극 자속밀도 B_g , 전기자철심 자속밀도 B_c 에서는 각 사용 재료의 성능에 따라 자속밀도가 차이를 나타내고 있다. 본 논문에서는 竹内⁴⁾ 씨가 직류기 설계시 사용한 주장이나 연강판을 사용한 경우로써 각 부분에 대한 허용 자속밀도는 식 (7) 과 같다.⁴⁾ 단 Φ 는 자기장하, σ 는 누설계수, b_p 는 계자극 폭, h_c 는 전기자 철심 높이, α_i 는 극호의 유효계수를 나타낸다.

$$11,000 \leq B_y = \frac{(1+\sigma) \cdot \Phi}{2 \times 1.5 \times t \times \ell} \leq 14,000 \text{ (gauss)}$$

$$12,000 \leq B_p = \frac{(1+\sigma) \cdot \Phi}{0.95 \times b_p \times \ell} \leq 17,000 \text{ (gauss)}$$

$$4,000 \leq B_g = \frac{P \cdot \Phi}{\alpha_i \cdot \pi \cdot D \cdot \ell} \leq 11,000 \text{ (gauss)}$$

$$8,000 \leq B_c = \frac{\Phi}{2 \times 0.95 \cdot h_c \cdot \ell} \leq 14,000 \text{ (gauss)} \quad (7)$$

(3) 온도상승 제약

일반적으로 최근의 대형 직류 전동기에서는 전기자는 H종 절연, 계자는 F종 절연등급을 채택하고 있으므로 본 논문에서도 전기자의 최고허용온도 θ_a 는 105℃, 계자의 최고허용온도 θ_r 는 85℃로 제한 하였다.^{3), 4)} 이때 온도 상승은 전기자권선의 저항 R_a , 전기자 전류 I_a , 전기자철심 내경 D_i , 전기자 철심 1주 길이 l_a , 전기자 열의 비전도도 k_a , 통풍 탁트수 nd , 계자권선 저항 R_r , 여자 전류 I_r , 슬

롯 높이 h_s , 슬롯수 S_n 전기자 철심의 계철 손실 계수 W_{rc} , 전기자 철심의 치 손실계수 W_{rt} , 계자 열의 비전도도 k_r , 냉각되는 계자코일 길이 S_m , 냉각되는 계자코일의 1주 길이 $l_{m,r}$, 전 슬롯높이 S_n , 슬롯 폭 S_w , 전기자권선 저항손 W_{ca} , 철손 W_r , 전기자 철심의 계철용적 V_{rc} , 전기자 철심의 치용적 V_{rt} , 계자권선 저항손 W_{cs} , 전기자 냉각면적 O_a , 계자냉각면적 O_r 라 하면 식 (8), (9)와 같이 표시된다.⁴⁾

$$\theta_a = \frac{W_{ca} \cdot \frac{l}{a} + W_r}{K_a \cdot O_a \cdot (1 + 0.1v_a)} \quad (^\circ\text{C}) \quad (8)$$

단, $W_{ca} = R_a \cdot I_a^2$

$$O_a = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_i^2) (2 + na) + \pi \cdot D \cdot l$$

$$W_r = 0.95 \times 7.8 \times V_{rc} \times 10^{-3} \times W_{rc} + 7.8 \times 0.95 \times V_{rt} \times 10^{-3} \times W_{rt}$$

$$V_{rc} = \frac{\pi}{4} \{ (D - 2 \cdot (h_s + h_c))^2 - D_i^2 \} \cdot l$$

$$V_{rt} = \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2 \cdot (h_s + h_c))^2] \cdot l - S_w \cdot S_n \cdot l \cdot S_n$$

$$\theta_r = \frac{R_r \cdot I_r^2 / P}{K_r \cdot S_m \cdot l_{m,r}} \quad (^\circ\text{C}) \quad (9)$$

(4) 정류 제약

직류기에서 리액턴스 전압이나 정류자 편간전압이 높아지면 정류를 악화시키거나 절연이 파괴되어 단락되면서 기기를 손상시키게 된다. 이러한 현상을 방지하기 위하여 리액턴스 전압은 8V 이하³⁾, 정류자 편간전압은 30V이하⁴⁾로 제한 하였다. 여기서 리액턴스 전압 e_r 는 정류자 편간당 코일수 T_c , 전기 비장하 a_c , 누설 인덕턴스 계수 ζ 라 할 때 식 (10)으로 표시되며, 정류자 편간전압 e_k 는 정류자편수 C_k , 전기자 전압 E, 전기 장하 A_c 라 할 때 식 (11)로 표시된다.⁴⁾

$$e_r = 2 \cdot \zeta \cdot l \cdot T_c \cdot v_a \cdot a_c \times 10^{-6} \quad (V) \quad (10)$$

$$e_k = \frac{P \cdot E}{a_l \cdot C_k} \left(1 + \frac{a_l \cdot A_c / 2}{0.8 \times 1.1 \times 1.4 \times 0.8 \times B_g} \right) \quad (V) \quad (11)$$

(5) 출력 제약

직류기의 전 유기기전력 E_g 는 전기자 도체수 Z_a , 전기자 병렬회로수 a , 프린징 계수 k_{fr} , 회전수 N (rps)이 주어지면 식 (12)와 같이 표시되며,¹¹⁾ 이때 출력 P_{out} 는 식 (13)으로 표시된다.¹¹⁾

$$E_g = \frac{Z_a}{a} \cdot k_{fr} \cdot B_g \cdot l \cdot \pi \cdot D \cdot N \quad (12)$$

$$P_{out} = E_g \cdot I_a \quad (13)$$

3. 최적화 기법 적용

3.1 허용 오차법

제한된 최소화 문제를 해결하는 수단으로써 일반 식 (1)는 다음과 같은 보다 더 간편한 식(14)로 나타낼 수 있다.

$$\text{최소화: } f(X), \quad X \in E^n$$

$$\text{제약조건: } \Phi^k - T(X) \geq 0 \quad (14)$$

여기에서 Φ^k 는 k번째 단계에서의 허용영역에 대한 허용한도 값이고 T(X)는 등식제약 h_j 와 부등식 제약 g_i 위반 값이다. 식 (14)에서 Φ^k 는 (k-1)번째 허용한도 값 Φ^{k-1} , 등식 제약식수 m, f(X)의 차수(n-m)으로 표시되는 r, i번째 정점 $X_i^{(k)}$, 중심정점 $X_{r+2}^{(k)}$ 라 할 때 식 (15)로 정의된다.

$$\Phi^k = \min \left\{ \Phi^{k-1}, \frac{m+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r-1} \| X_i^{(k)} - X_{r+2}^{(k)} \| \right\} \quad (15)$$

식 (15)에서 두번째 항은 $X_i^{(k)}$ 에서 $X_{r+2}^{(k)}$ 까지의 평균거리 θ^k 를 나타내는 것으로써 i번째 정점 좌표값 $X_{i,j}^{(k)}$, 重心 좌표값 $X_{r+2,j}^{(k)}$ 라 하면 식 (16)과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta^k = \frac{m+1}{r+1} \sum_{i=1}^{r-1} \| X_i^{(k)} - X_{r+2}^{(k)} \|$$

$$= \frac{m+1}{r+1} \left\{ \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=1}^m (X_{i,j}^{(k)} - X_{r+2,j}^{(k)})^2 \right\}^{1/2} \quad (16)$$

탐색이 이루어지는 동안 θ^k 가 증가하든 감소하든 관계없이 Φ^k 는 감소함수로서 행동하게 된다. 식 (14)의 T(X)는 식 (17)과 같이 정의되므로 T(X)의 값이 주어진 수렴영역 ϵ 내에 들어오면 탐색을 마치게 된다.

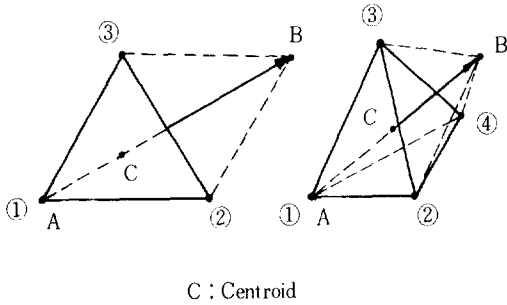
$$T(X) = \left\{ \sum_{j=1}^m h_j^2(X) + \sum_{i=1}^k U_i g_i^2(X) \right\}^{1/2} \quad (17)$$

단 U_i 는 $g_i(X) > 0$ 때는 $U_i = 0$, $g_i(X) < 0$ 때는 $U_i = 1$ 이 되는 Heaviside 연산자이다.

3.2 탐색방법

J. A Nelder와 R. Mead는 직접탐색법보다 좀 더 복잡하지만 수렴속도가 빨라 계산시간을 줄일 수 있는 다면체 탐색법을 제안하였다.¹²⁾ 본 논문에서도 이 방법을 적용하였다. 그림 5에서와 같이 변수 갯수에 따라서 다면체를 구성하는 형태가 달라지며 구상된 다면체의 각 정점에 대한 좌표값은 식 (18)과 같은 행렬식으로 정의된다.

$$D = \begin{pmatrix} 0 & d_1 & d_2 & \dots & d_2 \\ 0 & d_2 & d_1 & \dots & d_2 \\ 0 & d_2 & d_2 & \dots & d_2 \\ 0 & d_2 & d_2 & \dots & d_1 \end{pmatrix} \quad (18)$$



C : Centroid
 그림 5 다면체 구성도
 Fig. 5 Polyhedron diagram

식 (18) 에서 D 는 $n \times (n+1)$ 행렬식이며 d_1, d_2 는 두 점사이의 거리를 d 라 할 때 식 (19)와 같이 주어진다.

$$d_1 = \frac{d}{n\sqrt{2}} (\sqrt{n+1} + n - 1)$$

$$d_2 = \frac{d}{n\sqrt{2}} (\sqrt{n+1} - 1) \quad (19)$$

J. A Nelder와 R. Mead가 제안한 다면체 탐색법은 n 개의 독립변수에 대해 $(n+1)$ 개의 정점으로 구성되는 다면체를 이용하여 함수 $f(X)$ 를 최소화시키는 것이다. 즉 가장 큰 $f(X)$ 의 값을 가지는 정점으로 부터 重心을 통하여 투영된 후 가장 큰 $f(X)$ 의 값을 가지는 정점은 없애고 나머지 정점과 투영된 새로운 정점으로써 새로운 $f(X)$ 의 값을 비교한 후 처음의 방법과 마찬가지로 계속해서 탐색이 진행된다. 그림 6은 위와같은 알고리즘으로 탐색이 이루어져 가는 것을 나타내 주고 있다.

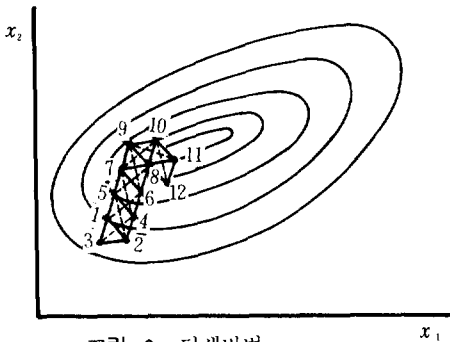


그림 6 탐색방법
 Fig. 6 Searching method

한편 부등 제약식만 존재하는 경우로써 그림 7과 같이 경계구역 내·외로 아주 근접한 경우는 두점 사이를 연결하여 1차원적으로 해석하게 된다. 이

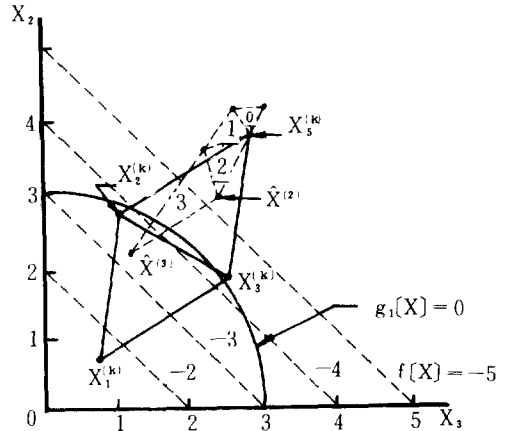


그림 7. 일차원적 탐색법
 Fig. 7. One dimensional searching method

때 사용된 알고리즘은 Fibonacci 탐색법과 유사한 Golden Section 방법이다.¹³⁾ 그림 7에서 경계구역 내측점을 $X^{(s)}$, 외측점을 $X^{(s-1)}$ 라 두면 두 연결선 사이의 어떤점은 식(20)과 같이 표시된다. 식 (20)에서 X 는 $X^{(s)}$

$$X = X^{(s)} + \lambda^{(s)} \cdot S \quad 0 \leq \lambda^{(s)} \leq \lambda^* \quad (20)$$

와 $X^{(s-1)}$ 사이 거리를 나타내며 s 는 방향 단위벡터를 표시한다. 여기에서 $X^{(s)}$, X , $X^{(s-1)}$ 점에서의 부등 제약값을 각각 Z_1, Z_2, Z_3 라 할 때 이 값이 거의 영이 되는 점 X^* 를 갖는 것이 바로 구하고자 하는 값이 되게 된다. 이로써 찾고자 하는 점 X^* 는 식 (21)과 같이 정의된다.

$$X^* = X^{(s)} + \left(\frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 8\alpha Z_1}}{4\alpha} \right) \lambda^* \cdot S \quad (21)$$

단, $\alpha = Z_1 - 2Z_2 + Z_3$, $\beta = 3Z_1 - 4Z_2 + Z_3$ 로 표시된다. 이로써 X^* 는 실질적인 경계점으로 간주 할 수 있게 된다.

4. 시뮬레이션 및 검토

앞서 설명된 허용오차법과 다면체탐색법을 사용 수렴 정밀도를 10^{-2} 로 하여 80rpm, 875V, 2500HP의 대형 직류전동기를 본 설계 알고리즘으로 최적 설계한 결과와 수렴과정이 표 1과 부록 2에 나타나 있다. 표 1에 나타난 바와 같이 주어진 모든 제약 조건들을 모두 만족하면서 전체체적값이 5.5230m³이 되는 5가지 변수값 들이 얻어졌다. 5가지 변수 값 이외의 주요 설계값들은 부록 3에 표시 하였다.

표 1 설계 대형 직류 전동기
Table 1 Design Large D.C Motor.

구분	내용	설계치 및 입력치	비고
입력자료	용량	2,500 HP	
	회전수	80rpm	
	극수	12극	
	전압	875V	
	전기차별회로부수	12	
설계결과	여자전압	500V	
	전기차직경	219cm	
	기기차오인길이	68cm	
	공극길이	0.75cm	
	제자길이	36.5cm	
	제자부기	14.0cm	
	전체전경	321.5cm	
기하학적 제약	전기차오인길이	5.5230m ²	
	극간격	1.2	
자기적 제약	계철내외경	$g=0.05\sqrt{D}$	
	계철	$D=1.095D$	
자기적 제약	계철(gauss)	11.642	14.000
	계자극(gauss)	15.047	17.000
	공극(gauss)	9.697	11.000
	전기차(gauss)	13.390	14.000
온도상승 제약	전기차 온도상승(°C)	100.0	105
	계자 온도상승(°C)	50.2	85
정류제약	계자 온도상승(V)	2.9	8
	정류자 편압전압(V)	13.5	30
출력제약	출력(kW)	1.850	1.850

표 2 다수의 출발점에서 얻는 최적설계값
Table 2 Outmm uesum value Obtained by Various Starting Point

변수	경우							
		1	2	3	4	5	6	7
출발점	(1)	235	270	250	230	290	270	300
	(2)	60	60	60	55	60	70	80
	(3)	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
	(4)	36.5	36.5	36.5	30	36.5	36.5	20
	(5)	14.8	14.8	10.8	14.8	14.8	14.8	10.0
최적설계값	(1)	231	246	268	237	219	231	251
	(2)	65	62.5	65	69	68	68	60
	(3)	0.6	0.34	0.64	0.6	0.75	0.57	0.5
	(4)	45.7	49.2	56.4	60.4	36.5	44.2	41.2
	(5)	14.8	15.9	15.9	14.8	14.0	16	16.0
목적함수값(a ²)		6.36	6.97	8.77	8.18	5.52	6.25	7.59

또한 이러한 최적해의 확인을 위하여 다수의 상이한 출발점으로 부터 얻은 최적설계값들의 비교표 2에 나타나는 바와 같이 본 설계 결과가 최소 값인

표 3 Siemens 대형 직류전동기의 시뮬레이션 결과
Table 3 Simuiation Result of Siemens Large D.C Motor

구분	내용	SIEMENS	DESIGN
입력자료	용량	2,500HP	2,500HP
	회전수	200rpm	200rpm
	극수	10극	10극
	여자전압	875V	875V
	여자전압	500V	500V
공극 설계결과	효율	0.93	0.93
	냉기방식	개방식 강제송풍식	개방식 강제송풍식
기하학적 제약	공극길이	121cm	121cm
	전기차 철심길이	86.5cm	80cm
	공극길이	0.74cm	0.74cm
	제자길이	28.7cm	28.7cm
자기적 제약	제자부기	13.7cm	13.7cm
	전체전경	243.0cm	207.3cm
	전체체적	4.01cm	2.70cm ³
	전기차 철심길이		2.1
온도상승 제약	구극 절		2.1
	전기차직경과 공극길이		$g=0.06727\sqrt{D}$
자기적 제약	계철내·외경		$D=1.152D$
	계철		11.607gauss
	계자극		15.027gauss
	공극		9.467gauss
온도상승 제약	전기차	105°C	104.8°C
	계자	85°C	54.25°C
정류제약	리액턴스 전압		4.55V
	정류자 편압전압		21.0V
출력제약	출력	1865kW	1866kW

것으로 판명되었다. 그러나 이 결과로써 본 설계 엘고리즘의 유용성 여부를 실험적인 검증과 같은 직접적인 방법으로는 확인할 수 없었으나 비교자료가 입수 가능했던 기존 대형 직류전동기 두가지(Siemens, G. E. 제품)를 선정하여 수렴정보밀도를 10²로 하여 시뮬레이션한 결과와의 비교를 표 3, 표 4와 같이 검토함으로써 본 설계 엘고리즘의 유용성을 간접적으로 확인할 수 있었다. 표 3, 표 4에서 보는 바와 같이 주어진 모든 제약조건들을 모두 만족하는 설계결과를 얻을 수 있었다. 이 비교자료에서 보는 바와 같이 Siemens 제품인 개방형 공냉식의 경우에는 시뮬레이션 결과 전체체적이 상당히 줄어든 것으로 나타났으나 폐순환 공냉식인 G. E. 제품을 시뮬레이션한 결과에서는 기기 자체의 전체

표 4 G.E 대형 직류전동기의 시뮬레이션 결과
Table 4 Simulation Result of G.E Large D.C Motor

구 분	내 용	G. E	DESIGN
입력자료	용 량	2,900HP	2,900HP
	회 전 수	202rpm	202rpm
	극 수	10극	10극
	단자전압	880V	880V
	여자전압	500V	500V
설계자료	냉각전압	해수회 공냉식	개방 공냉식
	전기자직경	150.6cm	146cm
	전기자 철심길이	85cm	64cm
	공극 길이	0.5cm	0.82cm
	제자극높이		34.4cm
	회전두께		16.5cm
	전체 직경	217.2cm	249.44cm
기하학적	전체 체적	3.15m ³	3.13m ³
	전기자 철심길이 는 직경	1.8	1.4
새 이	전기자 직경과 공극길이	$g=0.0407\sqrt{D}$	$g=0.0678\sqrt{D}$
	계철내·외경		$D=1.152D$
	계 철		11.682gauss
자 기 적 제 약	회 자 각		15.063gauss
	공 극 각		9.385gauss
	전 기 자차		13.820gauss
온도상승	전 기 자	85°C	79°C
	제 자	60°C	53.7°C
정류제약	리액턴스 전압		4.8V
	정류자 연결전압		10.9V
출력제약	출 령	2163KW	2208KW

체적은 비슷한 결과를 가지는 것으로 나타났다. 그러나 G. E. 제품에서는 기기 자체이외에 열교환기 (Heat exchanger)라는 추가장치가 필수적으로 설치되어야 함을 고려할 때 G. E. 제품의 시뮬레이션 결과에서도 전체체적은 상당히 줄어들 것이다. 공란으로 비워진 기존제품의 설계자료는 입수 불가능했음을 밝혀 둡니다.

5. 결 론

본 논문에서 제시된 방법에 의해 대형 직류전동기의 최소체적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 주어진 제약조건들을 만족하면서 비가능점에서도 출발 가능한 비선형 계획법을 적용 최소체

적설계를 수행한 결과 최적치로 잘 수렴되는 결과를 얻었으며 그 결과는 기본치수로 활용할 수 있다.

2) 본 설계 알고리즘의 타당성을 직접적으로 확인할 수는 없었으나 두 회사(Siemens, G. E. 사)의 기존 제품을 시뮬레이션하여 비교검토 함으로써 그 유용성을 확인 하였다.

3) 최소체적설계에 따른 온도상승 및 자속밀도 증대로 인한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서 적용한 온도상승 계산방법과 자속밀도 계산방법을 보다 더 정밀한 방법으로 계산 적용 할 때 제약조건이 많아 수렴이 잘 되지 않는 어려움만 해결되면 더욱 더 최적화된 값을 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

4) 검증방법으로써 실험적인 검증이 될 수 있도록 앞으로 계속 연구 할 것이다.

참 고 문 헌

- 1) Albert E. Clayton and N. N. Hancock, The performance and Design of Direct Current Machines, Pitman publishing Ltd., 1978, pp.4-26, pp.197-218, pp.391-404.
- 2) Ku lman, J. H, Design of Electrical Apparatus, John Wiley & Sons, 1950, pp.136-161.
- 3) 磁部昭二, 電氣機械 設計法, 開發社, 1981, pp.216-254.
- 4) 竹內壽太郎, 磁部直吉, 新版電氣機器 設計學, 오ーム社, 1980, pp.95-149.
- 5) Anderson, O. W., "Optimum Design of Electric Machines", IEEE Trans., PAS-86(6), pp.707-711, 1967.
- 6) Chalmers, B. J. and Bennington, B. J. "Digital Computer Program for Design Synthesis of Large Squirrel Cage Induction Motors", Proc. IEE, 144 (2), pp.241-268, 1967.
- 7) Ramarathnam, R. and Desai, B. G., "Optimization of Polyphase Induction Motor Design : Nonlinear Programming Approach", IEEE Trans., PAS-90 (2), pp.570-578, 1971.
- 8) Menzies, R. M. and Neal, G. W., "Optimization Program for Large Induction Motor Design", Proc. IEE, 122(6), pp.643-646, 1975.
- 9) Perez, I. J. and Kassakian, J. K., "Computer Aided Design of High Speed Synchronous Machines", IEEE Summer Meeting, Los Angeles, A78581-1, 1978.

- 10) TAE IN CHOI, "Optimum Design of Electric Motors for Multilink Manipulators and Automated Manufacturing System", Ph. D. Thesis, University of Florida, U.S.A, 1984.
- 11) Himmelblau, D.M., Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill Book Co., 1972, pp.148-157, pp.341-365, pp.454-468.
- 12) 廣瀬敬一, 電氣機器設計, 日本電氣學會, 1984, pp.293-318.
- 13) James, M. L., Smith, G. M. and Wolford, J. C., Applied Numerical Methods for Digital Computation, Happer & Row, Publishers, Inc., 1977, pp.283-295.

부록 1. 커브피팅에 사용된 식

1) 전기철관 커브피팅식

$$y = -5197.93197451 + 1.04989530871x \log x - 8.94380713497 \times 10^{-5} \cdot x^2 (\log x)^2 + 4.13271030412 \times 10^{-9} \times x^3 (\log x)^3 - 1.0902834251 \times 10^{-13} \times x^4 (\log x)^4 + 1.49194757154 \times 10^{-18} \times x^5 (\log x)^5 - 4.43465570313 \times 10^{-24} \times x^6 (\log x)^6 - 1.21094792169 \times 10^{-28} \times x^7 (\log x)^7 + 2.78238434886 \times 10^{-34} \times x^8 (\log x)^8 + 2.58163867718 \times 10^{-38} \times x^9 (\log x)^9 - 2.26212427403 \times 10^{-43} \times x^{10} (\log x)^{10} - 2.17440047915 \times 10^{-49} \times x^{11} (\log x)^{11} - 3.36229747671 \times 10^{-54} \times x^{12} (\log x)^{12} + 9.64118572773 \times 10^{-59} \times x^{13} (\log x)^{13} + 1.37283548647 \times 10^{-63} \times x^{14} (\log x)^{14} - 1.643577747 \times 10^{-68} \times x^{15} (\log x)^{15} - 5.47341370435 \times 10^{-74} \times x^{16} (\log x)^{16} + 7.01301318928 \times 10^{-79} \times x^{17} (\log x)^{17} + 2.33086199672 \times 10^{-84} \times x^{18} (\log x)^{18} - 2.05526481405 \times 10^{-89} \times x^{19} (\log x)^{19}$$

단 x는 자속밀도, y는 단위기자력을 표시한다.

2) 연강판 커브피팅식

$$y = 13269.5566651 - 2.30912727051x (\log x) + 0.00101747997907636x^2 (\log x)^2 - 7.55313095791 \times 10^{-9} \times x^3$$

$$(\log x)^3 + 2.05326398294 \times 10^{-13} \times x^4 (\log x)^4 - 3.6425007604 \times 10^{-18} \times x^5 (\log x)^5 + 4.21880896348 \times 10^{-23} \times x^6 (\log x)^6 - 3.07784488016 \times 10^{-28} \times x^7 (\log x)^7 + 1.28399227767 \times 10^{-33} \times x^8 (\log x)^8 - 2.33335951609 \times 10^{-39} \times x^9 (\log x)^9$$

단 x는 자속밀도, y는 단위기자력을 표시한다.

3) 주파수와 전기자 철심 제철부분 자속밀도 커브피팅식

$$y = 14089.5333 - 15.4195x \log x - 0.6042x^2 (\log x)^2 + 0.0017x^3 (\log x)^3$$

단 x는 주파수, y는 전기자 철심 제철부분 자속밀도

부록 3. 설계된 대형 직류 전동기의 주요설계값

전기자 권선: 2층 단중중권

전기자 총도체수: 2340

전기자 도체 전류밀도: 4.93 (A/mm²)

전기자 슬롯수: 468

전기자 슬롯폭: 6.35 (mm)

전기자 슬롯높이: 44.4 (mm)

사기 장하: 28 × 10⁶ gauss

제자극 폭: 39.27 (cm)

제자극 높이: 59.49 (cm)

제자극 권선수: 729

제자권선 전류밀도: 1.929 (A/mm²)

보상권선 전류밀도: 3.23 (A/mm²)

보상권선 단면적: 704 (mm²)

보상권선 1극당 도선수: 10

보상권선 슬롯폭: 21.5 (mm)

보상권선 슬롯높이: 49 (mm)

보극권선수: 3

보극전류밀도: 3.49 (A/mm²)

보극 단면적: 308 (mm²)

부록 2. 최적화 수렴과정 (I)

NUMBER OF INDEPENDENT VARIABLES 5
 NUMBER OF EQUALITY CONSTRAINTS 0
 NUMBER OF INEQUALITY CONSTRAINTS 16
 SIZE OF INITIAL POLYHEDRON 0.12000E+3
 THE DESIRED CONVERGENCE IS 0.10000E-01
 THE COMPUTATION TIME IS SECONDS 0.00000E+00

THE STARTING VECTOR SELECTED BY USER IS
 0.280000E+03 0.600000E+02 0.840000E+00 0.365000E+02 0.148000E+02

THE INITIAL TOLERANCE CRITERION IS 0.24000E+03
 THE SUM OF VIOLATED CONSTRAINTS IS 0.37320E+02

STAGE CALCULATION NUMBER= 1 THE TOLERANCE CRITERION= .240000E+03
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE= .6958837E+07

THE INDEPENDENT VECTORS ARE
 .280000E+03 .600000E+02 .840000E+00 .365000E+02 .148000E+02

THE INEQUALITY CONSTRAINT ARE
 .140000E+03 .279000E+03 .590000E+02 .840000E+00 .000000E+00 .000000E+00
 .3189263E+00 .3810738E+00 -.3732001E+02 .2333200E+03 .1706720E+00 .4149300E+00
 .2605322E+02 .5907700E+02 .1200000E+03 .2063200E+06

STAGE CALCULATION NUMBER= 96 THE TOLERANCE CRITERION= .2190530E+00
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE= .1862184E+08

THE INDEPENDENT VECTORS ARE
 .2680256E+03 .9544941E+02 .7106730E+00 .9849792E+02 .1468437E+02

THE INEQUALITY CONSTRAINT ARE
 .1035506E+03 .2670256E+03 .9544941E+02 .7106730E+00 .6199792E+02 -.1156349E+00
 .8752284E+00 -.1752284E+00 .9120697E+02 .9641098E+02 .5581349E-01 .5171866E+00
 .2470432E+02 .8724194E+02 .1319744E+03 .1314152E+07

부록 2. 최적화 수렴과정 (II)

STAGE CALCULATION NUMBER= 192 THE TOLERANCE CRITERION= .4551060E-01
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE= .6381030E+07

THE INDEPENDENT VECTORS ARE

.2176879E+03 .7077249E+02 .5718110E+00 .4421346E+02 .1577710E+02

THE INEQUALITY CONSTRAINT ARE

.1292275E+03 .2166879E+03 .6977249E+02 .5751811E+00 .7713463E+01 .9770956E+00
 .7424581E+00 .4245806E-01 .2502136E+01 .1498794E+03 -.1498896E-01 .5313877E+00
 .2848154E+02 .4527212E+02 .1823121E+03 .3573288E+05

STAGE CALCULATION NUMBER= 288 THE TOLERANCE CRITERION= .2368940E-01
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE= .6144572E+07

THE INDEPENDENT VECTORS ARE

.2180585E+03 .6975285E+02 .5833595E+00 .4303853E+02 .1490070E+02

THE INEQUALITY CONSTRAINT ARE

.1302471E+03 .2170585E+03 .6875285E+02 .5833595E+00 .6538532E+01 .7028580E-03
 .7224764E+00 -.2247632E-01 .2038574E-01 .1526205E+03 -.7312655E-02 .5241509E+00
 .2654840E+02 .4672418E+02 .1819415E+03 .1172900E+05

STAGE CALCULATION NUMBER= 368 THE TOLERANCE CRITERION= .9129440E-02
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE= .5520148E+07

THE INDEPENDENT VECTORS ARE

.2186838E+03 .6811721E+02 .7531700E+00 .3651412E+02 .1400006E+02

THE INEQUALITY CONSTRAINT ARE

.1308828E+03 .2176838E+03 .6811721E+02 .5831172E+00 .6684124E+01 .3005981E-01
 .7078730E+00 -.7872939E-02 .6109619E-01 .1530175E+03 -.8341193E-02 .5259198E+00
 .2659793E+02 .4689447E+02 .1813162E+03 .5300000E+02

THE COMPUTATION TIME IN SECONDS= 0.62318E+02

THESE ARE FINAL ANSWERS