

의사 모형화 방법을 이용한 극배치 적응제어의 강인성개선

Robust Adaptive Pole Assignment Control using Pseudo Plant

金 國 憲* · 朴 溶 植** · 許 明 峻** · 梁 興 錫†
(Kook-Hun Kim · Yong-Sik Park · Myung-Joon Hur · Heung-Suk Yang)

요 약

본 논문은 모형화되지 않는 운동에 대해 의사 모형화 기법을 이용한 극배치 적응제어 방식의 해석에 관한 연구이다. 의사 플랜트의 저역필터 이득(α)을 $0 < \alpha \leq 1$ 범위에서 선택할 수 있도록 수정하였다. 이러한 적응제어 방식이 계수식별과정에서 입력 주파수에 덜 민감하며, 모형화오차에 대해 적응시스템의 안정도 보장을 위한 섹터 조건이 완화됨을 해석하였다. 수정된 의사 플랜트를 적용시부수적으로 일어나는 추종오차의 개선에 대해 고찰하였다.

Abstract-In the presence of unmodeled dynamics, the robustness of adaptive pole assignment control using new pseudo-plant is presented. The pseudo-plant proposed by Donati et al.⁷⁾ is modified as the gain of low pass filter can be set from zero to one. This modified pseudo-plant results in the reduction of modeling error. It is shown that not only this approach is insensitive to input frequency but also it improves the conic condition developed by Ortega et al.¹²⁾ which is required to assure stability of adaptive control system despite the model-plant mismatch. A simple method to compensate the tracking error due to the use of pseudo-plant is considered.

1. 서 론

기존의 전형적인 적응제어 방식을 변형시키지 않고 실제의 플랜트제어에 직접 사용할 경우 많은 문제점이 있음을 Rohrs¹⁾가 지적함으로써 대두된 적응제어의 강인성(robustness)에 관한 연구는 최근까지의 많은 학자들의 연구²⁾에 힘입어 그 강인성이 규명 개선되고 있으며 비록 완전하지는 않지만

산업응용력이 날로 제고되고 있다. 적응제어의 강인성에 관한 문제는 주로 모형화되지 않는 운동(unmodeled dynamics), 외란 및 잡음이 존재하는 경우의 안정도 보장 및 제어 특성 개선이 주를 이루고, 이외에 생체계 및 화학 공정등에서 주로 나타나는 미지/시변 지연시간의 문제, 비최소위상 시스템의 문제 해결이 중요한 분야로 취급되고 있다. 다중 입출력 시스템의 적응제어와 그에 필요한 사전 지식의 최소화에 관한 연구도 최근 5~6년간의 중요한 연구 분야의 하나이다. 단일 입출력시스템에 국한 시킬 때 적응제어의 문제점은 잡음 및 모형화되지 않는 운동등에 의한 파라미터의 흐름(drift) 현상과 이에 의한 안정도 파괴, 빠른 적응에 의한 안정도 파괴, 고주파 영역의 자극에 의한 파괴,

*正 會 員 : 영국, Univ. of Oxford, Self-Tuning Control Lab. 연구원, 工博

**正 會 員 : 서울大 大學院 電氣工學科 博士過程

†正 會 員 : 서울大 工大 電氣工學科 教授, 工博

接受日字 : 1988年 1月 20日

1次修正 : 1988年 4月 30日

지연시간 추정 실패에 의한 파괴, 역시스템의 비안정화에 의한 안정도 파괴등으로 나타난다. 이러한 문제들을 해결하기 위한 방법으로 평균화 방법³⁾, 적응법칙에 사구간을 도입하는 방법^{4),5)}, 파라미터 제한방식⁶⁾, σ -modification⁷⁾ 등이 제안되었고 적응제어의 강인성 해석에는 섹터이론^{8),9),10)}을 쓰는 것이 효과적이라고 알려진 후에¹¹⁾ 적응법칙을 표준화하거나 기존의 방식들⁴⁾⁻⁷⁾을 변형하여 섹터이론을 적용 해석한 결과들이 많이 보고되었다.¹²⁾⁻¹⁴⁾ 또한 섹터이론에 의한 해석의 결과를 제어기 설계에 사용한 예¹⁵⁾도 보고되었다. 상기의 연구 결과들은, 대부분이 파라미터 추정 알고리즘의 강인성을 크게함으로써 전체 시스템의 안정도를 보장하는 방법이다. 한편 많은 경우에서 기본적으로 가정되었던 입력의 지속여기조건(persistent exitation)¹⁶⁾에서도 정량적인 개념의 dominantly rich조건¹⁷⁾이 필요해졌으며 또한 지속여기 조건에 무관한 파라미터의 흐름 및 이에 의한 안정도의 파괴현상의 지적¹⁸⁾은 거의 만병통치적 처방으로 믿어졌던 지속여기 조건에 의한 기대를 무너뜨리며 많은 미해결 문제를 제시한다. 본 논문은 플랜트의 출력을 직접 제어한 것이 아니라 의사 플랜트(pseudo-plant)의 출력(pseudo-output)을 제어함으로써 극배치 적응제어기¹²⁾의 강인성을 개선하고자 한다. 사용되는 의사 모형은 Donati¹⁹⁾ 등이 제안한 것으로 Koust¹⁴⁾에 의해서 정실보상기(SPR compensator)의 개념으로 사용되었으나 개념적으로만 설명되었고 시뮬레이션 예가 고작이다. 국내에서도 개념적인 설명, 시뮬레이션 또는 비적용 극배치 방식²⁰⁾에 관련되어 설명하고 있다.²¹⁾⁻²³⁾ 본 논문에서의 의사모형은 기존의 의사모형화 방법에서 사용되던 저주파 필터의 이득을 1로 고정시키지 않고 0부터 1사이에서 가변으로 할 수 있고, Ortega¹²⁾의 적응극배치 방식에 적용함으로써 모형화되지 않은 운동에 대한 강인성을 크게 개선할 수 있음을 밝혔다. 또한 새로운 의사모형화방법은 입력의 주파수 성분 변화에도 계수 식별이 덜 민감한 특성을 가짐을 보이고 강인성 개선의 반대급부로 발생할 수 있는 출력편차의 보상방법을 간단히 제시하였다. 2장에서 의사모형화 방법에 대해서 다루고, 플랜트식별이 주파수에 덜 민감해지는 특성을 3장에서 다룬다. 4장에서 Ortega¹²⁾의 안정도 조건에 대하여 요약하고 5장에서 의사모형화 기법이 Ortega의 안정도 보장조건완화에 직결됨을 보인다. 6장에서 결론을 맺는다.

2. 의사 모형화 방법

실제의 플랜트 전달함수를 $P(\cdot)$ 로 표시한다. 플랜트를 저차모형화한 것을 $P_m(\cdot)$ 로 나타낸다. 이때 $P_m(\cdot)$ 은 최소위상시스템이라 가정한다. 일반적으로 많이 사용되는 곱하기 형태의 모형화되지 않은 운동 표시는 식 (1)과 같다.

$$P(\cdot) = P_m(\cdot)(1 + \Delta(\cdot)) \quad (1)$$

일반적으로 $P(\cdot)$ 는 약간의 비선형성을 가지나 본 논문에서는 편의상 선형 플랜트로 국한시킨다. 이때 $\Delta(\cdot)$ 는 플랜트 모형에 대한 불확실성을 나타내며 최소위상시스템이고 안정한 특성을 갖는다고 가정한다. (\cdot) 는 이산형의 경우는 지연 오퍼레이터 q^{-1} 를 나타내고 연속형의 경우는 미분 오퍼레이터 s 를 나타낸다. 이후 P, P_m, Δ 로 간략히 표시하기로 한다.

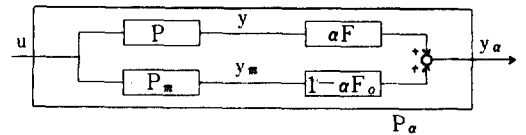


그림 1. 새로운 의사 플랜트 P_α

Fig. 1. new pseudo-plant P_α

그림 1과 같은 의사 모형을 고려하자. F_0 는 이득이 1인 저역통과 필터이다. 기존의 적용예^{14),21)-23)}에서는 $\alpha = 1$ 인 경우로 고정된 형태이다. 새로운 의사모형을 P_α 로 표시하면 식 (2)와 같다.

$$P_\alpha = \alpha F_0 P + (1 - \alpha F_0) P_m \\ = P_m + \alpha F_0 P_m \Delta \quad (\text{단 } 0 < \alpha \leq 1) \quad (2)$$

저차의 모형 P_m 으로 플랜트 P 를 모형화할 때 모형화되지 않은 운동항은 식 (3)과 같고, 저차의 모형 P_m 이 의사 모형 P_α 를 모형화 할 때 모형화 되지 않은 운동항은 식 (4)와 같다.

$$\tilde{P} = P - P_m = P_m \Delta \quad (3)$$

$$\tilde{P}_\alpha = P_\alpha - P_m = \alpha F_0 P_m \Delta \quad (4)$$

제어문제에서는 모형화가 잘 되어 있는 플랜트를 제어하는 것이 유리함은 개념적으로 당연하다. $\|\tilde{P}\|$ 와 $\|\tilde{P}_\alpha\|$ 의 크기를 비교하면 P_m 은 일반적으로 중간주파수 이하, Δ 는 중간주파수 이상의 특성을 갖고 F_0 는 P_m 에 가까운 특성을 갖도록 설계된다. 식 (4)에서 $\|F_0 P_m \Delta\| \leq \|P_m \Delta\|$ 이고 $\alpha \in (0, 1]$ 이므로

F_0 가 최악의 경우로 설계된 경우에도 $\|\tilde{P}_\alpha\| < \|P\|$ 가 유지되며 α 에 의해 임의대로 $\|\tilde{P}_\alpha\|$ 를 축소시킬 수 있다. 문제는 가상의 플랜트를 제어하는 것이 유리하지만, y_α 와 y 의 편차문제 및 “개념적으로 제어가 유리하다고 해서 적응 제어방식에서 과연 수학적으로 강인성을 개선시킬 수 있는가”라하겠다. 이 문제는 5장에서 다루기로 한다.

3. 의사 모형의 계수 식별

최근 기준 예제로 많이 이용되고 있는 Rohrs [1]의 예제를 사용한다. 본 장에서는 플랜트의 계수식별은 저차의 모형으로 식별할 경우 입력주파수의 합수로 표시할 수 있음을 이용하여 의사모형을 식별하는 것이 플랜트를 직접 식별하는 것보다 입력 주파수에 대한 민감도가 작음을 보였다.

예) $P(s) = \frac{458}{(s+1)(s^2+30s+229)}$

$P_m(s)$ 를 $\frac{b}{s+a}$ 의 형태로 식별하면 정상상태에서 일반적으로 $\frac{2}{s+1}$ 에 가까운 형태가 되기를 기대한다. 그러나,

$$P_m(jw) = \frac{b(w)}{jw+a(w)},$$

$P_m(jw) = P(jw)$ 의 항등식에서 식 (5)와 같이 됨을 알 수 있다.

$$a(w) = \frac{229-31w^2}{259-w^2}, \quad b(w) = \frac{458}{259-w^2} \quad (5)$$

식 (5)의 주파수별 도표는 표 1과 같다.

표 1. 저차모델의 주파수별 계수값 [24]

Table 1. parameters to frequencies in reduced order model [24]

w	a	b
0	0.88	1.77
1	0.77	1.78
2	0.41	1.80
2.71	0.00	1.82
3	-0.20	1.83
4	-1.10	1.88
5	-2.33	1.96
10	-18.66	2.88
16.91	$-\infty$	∞
20	86.32	-3.25

동일한 플랜트에 대하여 $P_m = \frac{2}{s+1}$, $F_0 = \frac{1}{s+1}$ 로 놓고 구한 의사 모형은 다음과 같다.

$$P_\alpha(s) = \frac{2s^3 + (62-2\alpha)s^2 + (518-60\alpha)s + 458}{s^4 + 32s^3 + 290s^2 + 488s + 229}$$

위와 같은 절차를 통하면 $a(w)$, $b(w)$ 는 식 (6)과 같다.

$$a_\alpha(w) = \frac{(w^4 - 229w^2 + 229)(458 - (62-2\alpha)w^2)}{(488 - 32w^2)(458 - (62-2\alpha)w^2)} + \frac{w^2(488 - 32w^2)(518 - 60\alpha - 2w^2)}{(w^4 - 290w^2 + 229)(518 - 60\alpha - 2w^2)}$$

$$b_\alpha(w) = \frac{(458 - (62-2\alpha)w^2)^2}{(488 - 32w^2)(458 - (62-2\alpha)w^2)} + \frac{w^2(518 - 60\alpha - 2w^2)^2}{(w^4 - 290w^2 + 229)(518 - 60\alpha - 2w^2)} \quad (6)$$

표 2는 식 (6)의 주파수별 도표로서 $a_\alpha(w)$, $b_\alpha(w)$ 가 주파수의 변화에 대하여 덜 민감하게 변화함을 보여준다. 주파수의 변화에 따른 계수 식별의 변화가 적다는 사실은, 적응제어에서 평형점이 유일하지 않고 부분 공간의 형태로 주어진다든가 관점에서 보면 안정도의 문제와 직결될 수는 없으나 입력의 에너지가 저주파영역에 밀집되어 있어야 한다는 dominantly rich¹⁷⁾의 개념과 관련지어 적응제어의 안정도 문제와 상당한 관계가 있음을 알 수 있다. 또한 간접 적응제어방식에서도 효과적으로 사용될 수 있을 것이다.

4. 극배치 적응 제어에서의 강인성

4.1 비적응 극배치 방식

Astrom²⁰⁾은 비적응 극배치방식이 모형화되지 않은 운동에 대하여 강인성이 큼을 보이고 있다. 핵심적 결과는 식 (7)로 요약된다.

$$|P - P_m| < |g(P, \theta)| \quad (7)$$

식 (7)을 만족하면 플랜트를 저차모형화한 P_m 에 대하여 설계한 극배치 비적응 제어가 실제의 고차플랜트 P 에 대해서도 안정도가 보장된다. 이때 우변은 플랜트 P 와 설계자의 결정상수에 따라 정해지는 값이다. 그러므로 좌변을 작게 할수록 극배치 제어기의 플랜트에 대한 강인성이 커짐은 당연하다.

표 2. 근사 모형의 정상 상태에서의 계수 식별

Table 2. parameters to frequencies in pseudo-plant

w	α=1		α=0.9		α=0.7		α=0.5	
	a	b	a	b	a	b	a	b
0	0.88	0.89	0.89	1.79	0.92	0.94	0.94	1.88
1	0.88	1.75	0.89	1.78	0.92	1.82	0.93	1.87
2	0.91	1.75	0.92	1.77	0.94	1.82	0.96	1.87
2.71	0.96	1.75	0.97	1.78	0.97	1.83	0.98	1.88
3	0.98	1.76	0.99	1.78	0.99	1.83	0.99	1.88
4	1.08	1.77	1.07	1.79	1.05	1.84	1.04	1.89
5	1.19	1.79	1.17	1.81	1.13	1.85	1.09	1.89
10	1.71	1.88	1.64	1.89	1.49	1.91	1.34	1.94
16.91	2.06	1.95	1.95	1.96	1.73	1.97	1.52	1.98
20	2.11	1.97	2.00	1.97	1.77	1.98	1.55	1.98

4.2 적응극배치 방식과 Ortega¹²⁾의 안정도 조건

이산형 플랜트를 다음 식 (8)로 표현한다.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})(1+\Delta)u(k) \quad (8)$$

식 (8)에 대해 전 영점상쇄형(all-zero cancelling scheme) 극배치 제어방식을 적용하고, 이때 페루우프 극이 다항식 C_R(q⁻¹)의 근이 되도록하여 추종오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e(k) = C_R y(k) - \omega(k) \quad (9)$$

여기서 ω(k)는 기준입력이다. 제어기의 구조는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega(k+d) &= \hat{S}(k)u(k) + \hat{R}(k)y(k) = \hat{\theta}^T(k)\phi(k) \quad (10) \\ \phi(k) &= [u(k), u(k-1), \dots, u(k-ns), y(k), y(k-1), \dots, y(k-n)]^T \quad (11) \end{aligned}$$

Ŷ(k), R̂(k)는 시변계수를 갖는 다항식이고, θ̂(k), ϕ(k)의 차수는 모형의 차수에 따라 결정된다. 본 논문의 필요에 따라 Ortega의 결과를 요약하면 다음과 같다.

Ortega¹²⁾의 표준화된 적응 알고리즘

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-d) + f(k)\phi(k-d)e(k)/k \quad (12) \\ \rho(k) &= \mu\rho(k-1) + \max(|\phi(k-d)|^2, \bar{\rho}) \quad (13) \end{aligned}$$

여기서 ρ̄ > 0, μ ∈ (0, 1)이고 f(k)는 시변값이나 일정이득적용 법칙의 경우로 가정하여 f(k) = f의 상수값으로 놓는다.

상기 알고리즘의 수렴 및 안정도 조건을 유도하

기 위하여 오차시스템을 모형화되지 않은 운동에 의한 오퍼레이터 H₂와 파라미터 적응방식의 오차에 의한 오퍼레이터 H₁의 부분시스템으로 구분하였다.

그리고 다음 가정이 주어진다.

가정: 플랜트 (8)에 대해 페루우프 극점이 안정영역인 반경 μ^{1/2}인 원내에 놓이도록 다음식을 만족하는 제어기 계수셋 {θ*}가 존재한다.

$$C_R B = A S^* + q^{-d} R^* B \quad (14)$$

단, θ* = {s₀*, s₁*, ..., s_{ns}*, r₀*, r₁*, ..., r_{ns}*, }^T ***

이 때 오차식은 다음식으로 나타난다. [부록]

$$\phi(k) \triangleq (\hat{\theta}(k-d) - \hat{\theta}^*)^T \phi(k-d) = \tilde{\theta}(k-d)^T \phi(k-d) \quad (15)$$

$$e(k) = -H_2 \phi(k) + e(k)^* \quad (16)$$

$$e(k)^* \triangleq (H_2 - 1) \omega(k) \quad (17)$$

$$\phi(k) = H_1 e(k) \quad (18)$$

$$H_2(q) = \frac{1+\Delta}{1+\Delta T}, \quad T = q^{-d} \frac{R^*}{C_R} \quad (19)$$

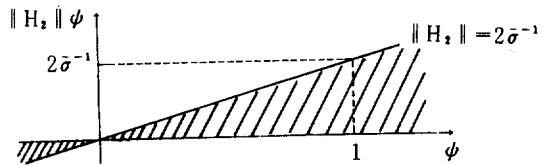


그림 2. 오차모델

Fig. 2. error model

전체 오차모델의 블록선도는 그림 2와 같다.

보조정리 1 : (Ortega¹²⁾의 추정리)

식 (8)의 플랜트에 대해 식 (10) (13)의 극배치 적응

제어 알고리즘은 상기 가정하에서 다음조건을 만족하면 안정도가 보장된다.

- 1) $H_2(\mu^{1/2}q)$ 가 안정이고 $\text{cone}(\bar{\sigma}^{-1}, \bar{\sigma}^{-1})$ 의 엄격한 내부에 존재한다.
- 2) 기준출력 $\omega(k) \in L_\infty$ 이다.

증명) Ortega¹²⁾

5. 의사모형을 이용한 강인성 개선

본 장에서는 의사모형화 기법을 이용한 극배치 적응제어방식이 Ortega의 안정도 보장조건(보조정리 1)을 완화시킴을 보이고자 한다. 이를 위해 먼저 섹터이론과 H_2 에 대한 몇가지 유용한 정리를 도출한다.

보조정리 2 :

$\|H_2(\mu^{1/2}q)\|$ 이 작을수록 operator $H_2(\mu^{1/2}q)$ 는 $\text{cone}(\bar{\sigma}^{-1}, \bar{\sigma}^{-1})$ 의 엄격한 내부에 존재하기 쉽다.
증명)

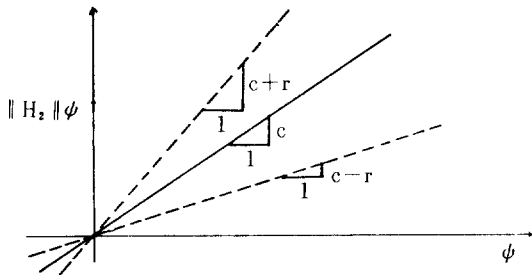


그림 3. cone(c, r)의 기하학적 표시

Fig. 3. geometric representation of cone(c, r)

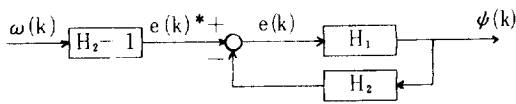


그림 4. cone($\bar{\sigma}^{-1}, \bar{\sigma}^{-1}$)의 기하학적 표시

Fig. 4. geometric representation of cone($\bar{\sigma}^{-1}, \bar{\sigma}^{-1}$)

$\text{cone}(c, r) = \text{sector}(c-r, c+r)$ 이고 그림 3 과 같아진다. 따라서 $\text{cone}(\sigma, \sigma)$ 는 $\text{sector}(0, 2\sigma)$ 와 같아지므로 $\text{sector}(0, 2\sigma)$ 의 엄격한 내부는 그림 4의 빗금친 영역에서 경계를 제외한 부분이다.

보조정리 2는 $\mu = 1$ 인 경우에 그림 4에서 쉽게 알 수 있다. $\mu = 1$ 인 경우에 대하여 증명했고, $\mu \in (0, 1)$ 인 일반적인 경우에 대하여서도 마찬가지로 성립된다.

극배치 적응제어기의 강인성을 논하려면 플랜트 모형의 차수가 결정되었을 때, 즉 제어기의 차수가 결정되면 반지름 $\mu^{1/2} (< 1)$ 인 원 내부에서 임의의 위치의 극 지정이 가능해야 하고 그러한 의미에서 Ortega의 $\|H_2\|$ 보다는 다음에 정의되는 $\|H_2'\|$ 의 특성이 고려되어야 한다.

정의 :

$$\|H_2'(\mu^{1/2}q)\| \triangleq \max_{\|\Delta\| \leq 1} \|H_2(\mu^{1/2}q)\| \|\Delta\|, \dim T \quad (20)$$

$\|H_2'(\mu^{1/2}q)\|$ 의 의미는 Δ 와 제어기의 차수가 결정된 후 즉 (C_R 을 반지름 $\mu^{1/2}$ 의 원내부에 근을 갖는 안정다항식이라 할 때 $T = q^{-n}R^*/C_R$ 의 차수가 결정된 다음), 임의의 극위치에 대해 $\|H_2(\mu^{1/2}q)\|$ 의 최대값을 의미한다. $H'(\mu^{1/2}q)$ 이 $\text{cone}(\bar{\sigma}^{-1}, \bar{\sigma}^{-1})$ 의 내부에 있어야 적응제어기가 강인성이 있다고 할 수 있다.

정리 1 :

$\|H_2'(\mu^{1/2}q)\|$ 는 $\|\Delta\| \leq 1/\|T\|_\rho$ 인 영역에서 $\|\Delta\|$ 의 단조증가 함수이다. 여기서 $\|T\|_\rho$ 는 페루우프의 극이 결정되면 정해지는 값이다.

증명) 편의상 $\mu = 1$ 인 경우에 대하여 증명한다.

식 (19)로부터

$$\|H_2(q)\| = \left\| \frac{1+\Delta}{1+\Delta T} \right\| \leq \frac{1+\|\Delta\|}{1+\|\Delta T\|} \quad (21)$$

$$\leq \frac{1+\|\Delta\|}{1-\|\Delta\| \cdot \|T\|} \quad (22)$$

따라서 식 (20)에 의해

$$\|H_2'(q)\| = \frac{1+\|\Delta\|}{1-\|\Delta\| \cdot \|T\|} \quad (23)$$

$x \triangleq \|\Delta\|$, $t_\rho \triangleq \|T\|_\rho$ 로 놓으면 $\|H_2'(q)\|$ 는 다음의 형태로 된다.

$$h(x) = \frac{1+x}{1+t_\rho x}$$

$$\text{그런데 } \frac{dh(x)}{dx} = \frac{1+t_\rho}{(1+t_\rho x)^2} > 0 \text{ 이므로, } \|\Delta\|$$

$< \frac{1}{\|T\|_\rho}$ 에서 $\|H_2'(q)\|$ 는 단조증가 함수이다.

$\mu \in (0, 1)$ 인 일반적인 경우에 대해서도 마찬가지로 성립한다. ***

$\|T\|_\rho$ 의 크기는 페루우프의 극이 원점에 가까이 밀집될수록 커지는 것을 알 수 있다.

이제 의사모형화에 근거한 극배치 적응제어 방식이 모형화되지 않은 운동에 대해 강인성이 개선됨을 보이고자 한다. 플랜트 P 대신 P_α 를 사용하면 식 (8)은 식 (2)로부터 다음 식으로 표현된다.

$$A(q^{-1})y_\alpha(k) = q^{-d}B(q^{-1})(1 + \Delta_r(q^{-1}))u(k) \quad (24)$$

$$\Delta_r(q^{-1}) = \alpha F_0(q^{-1})\Delta(q^{-1}) \quad (25)$$

식 (24)에 대한 적응제어방식은 식 (10) - 식 (13)의 $\phi(k)$ 를 $\phi_\alpha(k)$ 로 대체한다.

$$\phi_\alpha(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-nR) : y_\alpha(k), \dots, y_\alpha(k-ns)]^T \quad (26)$$

이 때 식 (19)에 대응하는 operator는

$$H_{z,r}(q) = \frac{1 + \Delta_r}{1 + \Delta_r T} \quad (27)$$

보조정리 3 :

새로운 의사모형화 기법은 모형화되지 않은 운동의 크기를 이론적으로는 임의의 배로 줄일 수 있다.

증명) 식 (2), (25)로 부터

$$P_\alpha = P_m(1 + \alpha F_0 \Delta) = P_m(1 + \Delta_r)$$

F 는 이득이 1인 저역통과 필터이고, Δ 는 중간주파수 이상의 특성을 가지므로 모든 주파수에 대해

$$\|F_0 \Delta\| \leq \beta \|\Delta\|, \quad (0 < \beta \leq 1) \quad (28)$$

또, $0 < \alpha \leq 1$ 이므로

$$\|\Delta_r\| = \|\alpha F_0 \Delta\| \leq \alpha \beta \|\Delta\| \quad (29)$$

(29)로 부터 $\alpha = 1$ 인 경우에도 모형화되지 않은 운동의 크기를 줄여줌을 알 수 있다.

정리 2 :

새로운 의사모형화 기법은 극배치 적응 제어 방식의 모형화되지 않은 운동에 대한 강인성을 개선시킨다.

증명) 보조정리 3에 의해 의사모형화 기법에서는 모형화 오차를 최소한 α 배로 감소시킨다. 이것은 정리 1에 의해 $\|H'_z\|$ 가 감소됨을 의미하며, 따라서 보조정리 2로 부터 보조정리 1의 조건1)이 완화됨을 알 수 있다. ***

위에서 해석한 바와 같이 P_m 의 선정이 적절히 이루어졌다면 Δ 의 크기도 고주파영역에서 F_0 에 의해 충분히 작아지므로 $\alpha = 1$ 로 해도 의사모형의 강인성 개선 효과는 크다. 그러나 P_m 과 F_0 가 부적절하게 주어진 경우에는 Δ 도 커질 수 있으므로 강인성 개선을 위해 $\alpha < 1$ 로 함이 효과적이다. 이때 플랜트의 출력 y 가 의사모형의 출력 y_α 와 편차가 생기는데 이것은 일반적인 강인성 개선 방식의 문제점이고 강인성과 정밀도 사이에서 설계자의 선택이 필요하며, 사전지식을 충분히 활용하는 것이 실

용용에서 중요한 의미를 갖는다. 기존의 방식²¹⁻²²⁾들에서는 강인성이 필요한 조건(예: 외란이 존재하지 않는 경우 등)에 사용할 경우 항상편차가 발생하는 문제가 있다. 새로운 모형화 방법은 $\alpha = 1$ 인 경우에는 $\Delta = 0$ 가 되어도 정상상태 오차가 존재하지 않는 장점이 있다. $\alpha \neq 1$ 인경에 의사모형의 출력과 플랜트 출력의 관계는 그림 1로 부터 다음과 같다.

$$y_\alpha = \alpha F_0 y + (1 - \alpha F_0) y_m \quad (30)$$

$$y = Pu = y_m + P_m u \quad (31)$$

LPF F_0 의 이득이 1이고 $0 < \alpha \leq 1$ 이면 저주파 범위에서는

$$y_\alpha = \alpha y + (1 - \alpha) y_m \quad (32)$$

기준입력이 상수(즉 $\omega(k) = \omega^*$)이면 정상상태에서,

$$y_\alpha = y - (1 - \alpha) |\Delta P_m| u \quad (33)$$

따라서 제어목적은 $y_\alpha = \omega^*$ 가 되게하면 플랜트 출력의 $(1 - \alpha) |\Delta P_m| / |P|$ 배만큼 윽셋이 발생한다. 추종성능을 개선시킬 수 있는 한 방법은 기준입력을 $\alpha \omega(k)$ 로 수정한 후 식(32)의 우변 2번째 항을 윽셋으로 고려하여 보상하는 방식이다. 즉(24), (10)으로부터

$$\alpha \omega(k+d) = \hat{\beta} u(k) + \hat{R} y_\alpha(k) + y_{orr}(k) \quad (34)$$

$$y_{orr}(k) \triangleq (1 - \alpha) y_m(k) \quad (35)$$

α 의 선정에 대해서는 좀더 연구가 필요하며 플랜트에 대한 최소한의 사전지식(예: F_0 가 저주파 특성으로 설계하면 된다.)이 있으면 $\alpha = 1$ 로 사용해도 충분히 좋은 결과를 얻을 수 있음은 시뮬레이션 결과^{21),22)}로도 알 수 있다.

6. 결 론

극배치 적응제어기의 강인성을 개선하기 위하여 새로운 의사모형화 방법을 제안하였다. 기존의 의사모형화 방법과는 저주파 필터의 이득을 조절한다는 의미에서 다르며, 사전지식이 매우 적은 경우에도 저차의 모형으로 모형화되지 않은 운동의 영향을 줄일 수 있다. 또한 의사 모형은 계수식별시 시험입력과 주파수 성분의 변화에도 덜 민감한 특성을 보이는 장점이 있다.

주어진 차수의 극배치 적응제어기에서 주어지는 새로운 오퍼레이터 $\text{norm} \|H'_z(q)\|$ 을 정의하고 $\|H'_z(q)\|$ 이 모형화 되지 않은 운동의 norm의 단

참 고 문 헌

조증가 함수임을 보임으로써 의사모형화방법을 사용하면 강인성이 개선됨을 수학적으로 밝혔다.

$\alpha \neq 1$ 인 경우에 발생하는 출력의 편차를 해결하기 위한 방법을 언급했다.

부록 : 오차식 (15) - (19)의 유도

4 장의 식 (14) 를 만족시키는 θ^* 에 의한 제어기는 식 (10) 으로부터 다음 식으로 표현된다.

$$S^*U(k) + R^*Y(k) = \theta^{*T} \phi(k) \quad (A. 1)$$

식 (8) 에 S^* 를 곱하고 (A. 1) 을 적용하면

$$\begin{aligned} (AS^* + q^{-d}R^*B + q^{-d}BR^*\Delta) Y(k) &= B(1 + \Delta)\theta^{*T} \phi \\ &= B(1 + \Delta)\theta^{*T} \phi(k-d) \end{aligned} \quad (A. 2)$$

다시 식 (14) 를 (A. 2) 에 이용하면

$$Y(k) = (C_R + q^{-d}R^*\Delta)^{-1}(1 + \Delta)\theta^{*T} \phi(k-d) \quad (A. 3)$$

(A. 3) 을 추종오차식 (9) 에 대입하면

$$e(k) = (1 + q^{-d}C_R^{-1}R^*\Delta)^{-1}(1 + \Delta)\theta^{*T} \phi(k-d) - \omega(k) \quad (A. 4)$$

여기서,

$$T \triangleq q^{-d} \frac{R^*}{C_R} \quad (A. 5)$$

$$H_2 \triangleq \frac{1 + \Delta}{1 + \Delta T} \quad (A. 6)$$

라 정의하면 (A. 4) 는

$$e(k) = H_2 \theta^{*T} \phi(k-d) - \omega(k) \quad (A. 7)$$

(A. 7) 우변에 $H_2 \hat{\theta}(k-d)^T \phi(k-d)$ 를 이용하여 다시 쓰면

$$e(k) = H_2(\theta^* - \hat{\theta}(k-d))^T \phi(k-d) + H_2 \hat{\theta}(k-d)^T \phi(k-d) - \omega(k) \quad (A. 8)$$

여기서, $\psi(k) \triangleq (\hat{\theta}(k-d) - \theta^*)^T \phi(k-d)$

$$= \tilde{\theta}(k-d)^T \phi(k-d) \quad (A. 9)$$

$$e^*(k) \triangleq (H_2 - 1) \omega(k) \quad (A. 10)$$

라 정의하고 식 (10) 을 적용하면 (A. 8) 은

$$e(k) = -H_2 \psi(k) + e^*(k) \quad (A. 11)$$

또한 추종오차 $e(k)$ 와 파라미터 적응오차 $\psi(k)$ 를 관계시키는 오퍼레이터를 $H_1(q)$ 라 정의하면 다음식으로 표시된다.

$$\psi(k) = H_1 e(k) \quad (A. 12)$$

- 1) Rohrs, C., Adaptive Control in the Presence of Unmodeled Dynamics, Ph. D thesis, MIT, 1982
- 2) Ortega, R.L., et al, "Survey Paper: Theoretical Results on Robustness of Direct Adaptive Controllers", 10th World Congress on Automatic Control, IFAC Munich, Vol. 10, 1987
- 3) Anderson, B.D.O., et al., Stability of Adaptive Systems: Passivity and Averaging Technique, MIT Press, 1986
- 4) Peterson, B., et al., "Bounded Error Adaptive Control", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-27, 1982
- 5) Bunich, A.L., "Rapidly Converging Algorithms for the Identification of a Linear Systems with Limited Noises", Automation & Remote Control, Vol. 44, 1983
- 6) Kreisselmeier, G., et al., "Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-27, 1982
- 7) Ioannou, P.A., et al., "Instability Analysis and Improvement of Robustness of Adaptive Control", Automatica, Vol. 20, 1984
- 8) James, G., "On the Input-Output Stability of Nonlinear Time varying Systems, Part 1 & 2", IEEE Tr., Automat. Contr., Vol. AC-11, 1966
- 9) Vidyasagar, M., et al., Feedback Systems: Input-Output Properties, New York, Academic Press, 1975
- 10) Safonov, M.G., Stability of Multivariable Feedback systems, Cambridge, MIT Press, 1980
- 11) Kokotovic, P.V., et al., "Round Table Discussion on Robustness of Adaptive Control", IFAC Workshop on Adaptive Systems, Sanfransisco, June, 1983
- 12) Ortega, R., et al., "Robustness of Discrete Time Direct Adaptive Controllers", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-30, 1985
- 13) Kreisselmeier, G., et al., "Robust Model Reference Adaptive Control", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-31, 1986
- 14) Koust, R.L., et al., "Robust Adaptive Control: Conditions for Global Stability", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-30, 1985
- 15) Cluett, W.R., et al., "Robust Design of Adaptive Control Systems Using Conic Sector Theory", Auto-

- matica, Vol. 23, 1987
- 16) Goodwin, G.C., et al., Adaptive Filtering, Prediction & Control, New York, Prentice Hall, 1984
 - 17) Riedle, B.D., et al., "Stability Analysis of an Adaptive Systems with Unmodeled Dynamics", Int. J. Contr., Vol. 41, 1985
 - 18) Ioannou, P.V., et al., "Instability Phenomena in Adaptive Control Independent of Persistent Excitation Conditions", Internal Report 86-04-1, Univ. of Southern California, 1986
 - 19) Donati, F. et al., "Guaranteed Control of Almost-linear Plants", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-29, 1984
 - 20) Astrom, K.J., "Robustness of a design Method Based on Assignment of Poles and Zeros", IEEE Tr. Automat. Contr., Vol. AC-25, 1980
 - 21) 김국현, 적응제어의 강인성 해석 및 개선에 관한 연구, 공학박사 학위 논문, 서울대학교, 1987
 - 22) 김국현 외, "적용제어의 강인성에 관한 비교연구", 제1차 한국 자동제어 학술회의 논문집, 과학기술대학, 1986
 - 23) 윤태웅 외, "견실한 적응제어를 위한 구조 및 적용방법에 관한 연구와 시뮬레이션", 대한 전기학회 논문지, 제36권 제7호, 1987
 - 24) Astrom, K.J., "Analysis of Rohrs Counter Examples to Adaptive Control", 22nd IEEE Conference on C.D.C., 1983
-