

제한된 입력하에서 로봇트 매니플레이터의 Pointwise PD최적 연속 경로 제어 방법

A Pointwise PD-optimal Control of Robotic Manipulators for Continuous Path with Bounded Inputs

玄 雄 根* · 徐 一 弘** · 徐 丙 高*** · 林 俊 弘[§] · 金 庚 基^{§§}

(Woong-Keun Hyun, Il-Hong Suh, Byung-Sul Suh, Joon-Hong Lim, Kyung-Ki Kim)

요 약

본 논문에서는 로봇트 매니플레이터를 제한된 입력하에서 연속 경로 제어하는 방법을 제시하고자 한다. 그 방법은 로봇트 제어입력을 Cratesian space에서 PD제어기(Proportional and Derivative Controller) 형태로 하여 이 입력을 결정하는 제환 이득 상수를 다음과 같이 구한다. 입력 토크가 최대 허용 토크를 넘지 않는다는 조건과 시스템이 부채환이 보장된다는 조건하에서 매순간 로봇트의 손목부가 가져야할 원하는 가속도와 입력을 로봇트에 가했을 때 그 손목부에 나타나는 실제 가속도와 의 차의 Euclidean Norm을 최소로 하게하는 이득 상수를 구한다. 제안된 방법의 타당성을 보이기 위하여 SCARA 로봇트를 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션 하고자 한다.

Abstract-A pointwise PD-optimal control method is proposed for the continuous path control of robot manipulators with bounded inputs. The controller employs the desired acceleration plus PD (proportional and derivative) actions in the Cartesian space. The gain parameters of the controller are adjusted so that the Euclidean norm of the deviation between the actual and desired accelerations is minimized subject to the constraints of bounded input torques and the system guarantees negative feedback. To show the Validities of the proposed methods, computer simulations are performed for a SCARA type robot.

1. 서 론

현재 사용되고 있는 대부분의 로봇트 매니플레이터는 고정된 이득상수를 갖는 써보시스템을 써서 매니플레이터의 각 관절을 독립적으로 제어하고 있다. 이렇게 단순한 제어를 고속으로 수행시킬 경우

액추에이터의 능력을 벗어나는 파워어를 요구하게 되고 위치와 속도의 오차가 증가하게 되어 주행시 액추에이터가 심하게 진동하는 수가 생긴다. 따라서 로봇트의 고속주행시 정밀도가 우수하고 관절 모우터의 토크 입력 제한범위를 넘어 서지 않게 하는 제어 시스템을 필요로하게 된다.

이에 관한 연구로는 Spong 이 제안한 방법으로 원하는 관절 가속도 벡터와 실제 가속도 벡터와의 차의 Euclidean Norm이 제한된 입력하에서 최소가 되게 하는 입력 토크를 찾아내는 방법이 있는데^{1),2)} 이러한 방법을 로봇트 운동방정식의 역변환과 Cartesian space에서의 PD제어기 형태의 기준입력 가속도를 이용하여 입력 토크를 산출하는 RMAC

*正 會 員 : 漢陽大 工大 電子通信工學科

**正 會 員 : 漢陽大 工大 電子工學科 助教授 · 工博

***正 會 員 : 漢陽大 工大 電子通信工學科 · 教授

[§]正 會 員 : 韓國 航空大學 航空電子工學科 副教授 · 工博

^{§§}正 會 員 : 漢陽大 工大 電子工學科 教授 · 工博

接受日字 : 1987年 6月 27日

1次修正 : 1987年 11月 25日

2次修正 : 1988年 2月 24日

(Resolved Motion Acceleration Control)³⁾ 방법에 적용하여 보았다. 이를 Pointwise 최적제어라 하기로 한다. 그러나 이 경우 매순간 로봇의 손목부에서 원하는 가속도에 가까운 속도를 발생할 수 있는 입력 토크를 제한된 범위 내에서 구할 수 있지만 로봇이 추적해야 할 PD제어기 형태의 기준 입력을 결정하는 계산이득 상수가 고정되어 있으므로 매 순간 산출되는 기준입력이 이상적일 수 없고 적절한 계산 이득상수를 결정하는데도 어려움이 따른다. 따라서 본 논문에서는 입력 토크를 결정하는 PD제어기 형태의 기준 입력 가속도의 이득상수를 매 순간마다 구해주되 입력이 토크의 입력 제한 범위내에 있고 시스템의 부채환이 보장되는 범위 내에서 계산오차를 가장 작게 하는 이득상수를 구해주는 방법을 제시하고자 한다. 매 순간 최적의 이득 상수를 구하는 방법이므로 제안된 방법을 Pointwise PD 최적제어라고 하기로 한다. 제안된 방법의 효율성을 보기 위해서 본 논문 방법을 RMAC방법, Pointwise 최적제어 방법을 R-MAC에 적용한 방법 등과 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교하고자 한다. 또한 본 논문에서 제안한 방법은 위치오차를 최소화 하는 입력력을 제한된 입력하에서 구하는 제어방법이므로 운동방정식의 모델에 오차가 있을 경우나 모델을 단순화 시켰을 경우 본 제어 방법이 위치오차를 줄일 수 있는 입력을 산출하는지, 즉 제어방법의 강인함도(Robustness) 시뮬레이션을 통하여 다른제어 방법과 비교하고자 한다.

2. RMAC (Resolved Motion Acceleration Control) 방법

RMAC란 로봇을 제어하는 입력 토크를 로봇 운동방정식의 역변환과 Cartesian space에서의 입력 가속도를 이용하여 구하는데 입력 가속도는 Cartesian space에서 계획된 손목부의 원하는 위치, 속도, 가속도와 실제위치 및 속도등에 대한 PD 제어기 형태로 결정된다. 이를 구체적으로 설명하면 다음과 같다. n개의 관절을 가지고 있는 로봇 매니플레이터의 관절각의 위치, 속도, 가속도를 각각 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ (n×1 벡터)라 하고 각 관절에 가해지는 입력 토크를 τ (n×1 벡터)라 하면 로봇 매니플레이터의 운동방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.^{4), 5)}

$$M_{\theta}(\theta)\ddot{\theta} + V_{\theta}(\theta, \dot{\theta}) + G_{\theta}(\theta) = \tau \tag{1}$$

여기서 M_{θ} 는 n×n 관성력 행렬, V_{θ} 는 코리올리시 힘과 원심력을 나타내는 n×1 벡터이고 G_{θ} 는 중력의 영향을 나타내는 n×1 벡터를 나타낸다. 로봇 매니플레이터의 손목부의 위치 및 자세를 6차원 벡터 X로 나타내면 로봇의 기구학적 방정식은

$$X = f(\theta) \tag{2}$$

로 표시되어 지고 이식을 시간에 대하여 미분하면

$$\dot{X} = J(\theta) \dot{\theta} \tag{3}$$

으로 된다. 여기서 \dot{X} 는 손목부의 Cartesian 속도로서 선형 속도 성분과 각속도 성분을 갖게되며, J(θ)는 자코비안 행렬⁶⁾이다. 또한 (3)식을 시간에 대하여 미분하면, 손목부의 가속도 \ddot{X} 은

$$\ddot{X} = \dot{J}\dot{\theta} + J\ddot{\theta} \tag{4}$$

으로 주어진다. 따라서 (4)식으로 Joint space에서의 가속도는 Cartesian space에서의 가속도로 변형될 수 있고 이를 (1)식에 대입하면

$$\begin{aligned} \tau &= M_{\theta}\ddot{\theta} + V_{\theta} + G_{\theta} \\ &= M_{\theta}J^{-1}(\ddot{X} - \dot{J}\dot{\theta}) + h_{\theta} \end{aligned} \tag{5}$$

로 된다.

여기서 $h_{\theta} = V_{\theta} + G_{\theta}$ 이다. 그러므로 (5)식을 이용하여 Cartesian space에서의 이력 가속도로써 이력 토크를 구할 수가 있다. (5)식에서의 입력가속도 X은 오차를 보상해 주기 위하여 PD제어기 형태로 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= \ddot{X}_d + K_v(\dot{X}_d - \dot{X}_a) + K_p(X_d - X_a) \\ &= \ddot{X}_d + K_v\dot{X}_e + K_pX_e \end{aligned} \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

여기서 X_a, \dot{X}_a 는 로봇의 손목부의 실제 위치 및 속도이고 $X_d, \dot{X}_d, \ddot{X}_d$ 은 우리가 원하는 위치, 속도, 가속도이다. 또한 X_e, \dot{X}_e 은 위치 및 속도의 error이며, $K_v = \text{diag}\{K_{v1}, K_{v2}, \dots, K_{vn}\}$, $K_p = \text{diag}\{K_{p1}, K_{p2}, \dots, K_{pn}\}$ 는 이득상수를 나타내는 n×n 정방행렬(diagonal matrix)이다. 따라서 로봇을 제어하기 위한 입력 토크는

$$\tau = M_{\theta}J^{-1}(X_d + K_v\dot{X}_e + K_pX_e - \dot{J}\dot{\theta}) + h_{\theta} \tag{8}$$

가 된다.

3. 입력이 제한되어 있을 경우 Pointwise 최적제어

액츄에이터의 최대허용 입력 토크가 n×1 벡터

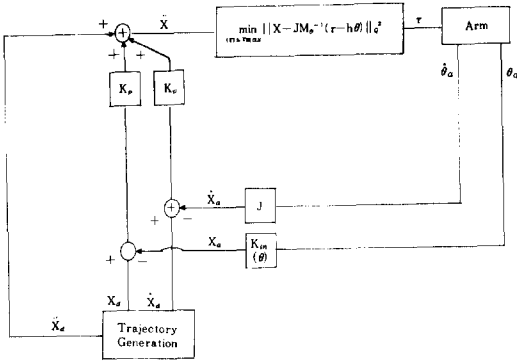


그림 1. Pointwise 최적제어 방법

Fig. 1. Pointwise optimal control method.

τ_{max} 로 주어졌다면 로봇트 제어시 입력 토크 τ 는 다음 부등식을 만족하도록 제어되어야 한다.

$$|\tau| \leq \tau_{max} \quad (9)$$

여기서 절대값과 부등식은 벡터의 각 원소별로 되어 있다고 생각한다. 이제 로봇트가 궤적을 추적하기 위하여 그 손목부에서 필요한 원하는 가속도를 (6) 식과 같이 PD제어기 형태로하면 Pointwise 최적제어는 (9) 식을 만족하는 범위내에서 $\|\ddot{X} - \ddot{X}_a\|_Q^2$ 를 최소로 하는 입력 토크를 찾아내는 문제가 된다. (그림 1, 참조) 여기서 Q는 positive definite matrix이고 \ddot{X}_a 은 로봇트에 입력을 가했을 때 그 손목부에서 나타나는 실제 가속도 벡터이며 이는 2장의 (5) 식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\ddot{X}_a = J M_\theta^{-1} (\tau - h_\theta) + \ddot{J}\dot{\theta} \quad (10)$$

따라서 Pointwise 최적제어는 (9) 식을 만족하는 범위내의 입력 토크 중에서

$$\begin{aligned} & \|\ddot{X} - \ddot{X}_a\|_Q^2 \\ &= \|\ddot{X} - J M_\theta^{-1} (\tau - h_\theta) - \ddot{J}\dot{\theta}\|_Q^2 \\ &= \|\ddot{X}d + K_v \dot{X}_e + K_p X_e - J M_\theta^{-1} (\tau - h_\theta) - \ddot{J}\dot{\theta}\|_Q^2 \end{aligned} \quad (11)$$

이므로 (11) 식을 최소로 하는 입력 토크를 구하는 문제로 되는데 이는 primal dual 방법을 사용하면 그 해를 구할 수가 있다. 그림 1은 pointwise 최적제어 방법의 블록선도이다. 시물레이션 결과에서 보여주듯이 이 Pointwise 최적제어 방법은 우수한 제어 방법이나 궤적을 추적하는데 필요한 원하는 가속도 \ddot{X} 를 결정하는 이득상수 K_p 와 K_v 를 구하기 위해 많은 시행착오를 필요로 하므로 이러한 어

려움을 피하기 위해 pointwise PD 최적제어방법을 제시한다.

4. 입력이 제한되어 있을 경우 Pointwise PD 최적제어 방법

앞절에서 설명한 이득 상수를 구하는 어려움을 구하기 위하여 본 논문에서는 Pointwise PD 최적제어를 제안한다. Pointwise PD 최적제어 방법이란 로봇트를 제어할 경우 입력 토크 τ 를 입력시켰을 때 로봇트 손목부에서 나타날 실제 가속도가 그 손목부에서 발생되어야 할 원하는 가속도에 가깝게 되도록 하는 입력 토크를 구해주되 그 입력 토크를 결정하는 PD제어기 형태의 입력 가속도의 이득 상수를 매순간 시스템이 부채환이 보장된다는 조건과 입력 토크가 허용 입력 토크를 넘지 않는다는 조건하에서 최적의 값을 구하여 그로써 제어입력을 결정하여 주는 방법이다. 로봇트의 운동방정식이 이상적이라면 로봇트에 가해질 제어입력 토크는 (7) 식과 같은 형태로 결정된다. 하지만 우리가 로봇트의 운동방정식을 세울때는 그 모델을 단순화시킨 것이고 파라미터의 오차도 발생할 수 있으므로 운동방정식의 모델의 오차를 고려하면 입력 토크는 다음과 같이 된다.

$$\tau = E_m M_\theta J^{-1} (\ddot{X}d + K_v \dot{X}_e + K_p X_e - \ddot{J}\dot{\theta}) + E_n h_e \quad (13)$$

여기서 E_m 과 E_n 는 각각 관성력항과 코리올리스항, 중력항의 오차 성분 행렬이다. 이러한 입력 토크가 (9) 식과 제한범위를 넘지 말아야 하므로 K_v 와 K_p 는

$$\|E_m M_\theta J^{-1} E K + R\| \leq \tau_{max} \quad (14)$$

의 조건이 만족되어 지도록 결정되어야 한다.

여기서 $R = E_m M_\theta J^{-1} (\ddot{X}d - \ddot{J}\dot{\theta}) + E_n h_e$,

$E = [In \dot{X}_e \quad In X_e]$ ($n \times 2n$ 행렬, In 은 $n \times n$ 단위 행렬)

$K = [K_{v1}, K_{v2}, \dots, K_{vn}, K_{p1}, K_{p2}, \dots, K_{pn}]^T$ ($2n \times 1$ 행렬)이다.

(14) 식을 K에 대한 부등식으로 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} E_m M J^{-1} E \\ \dots \\ -E_m M J^{-1} E \end{bmatrix} K \leq \begin{bmatrix} \tau_{max} - R \\ \dots \\ \tau_{max} + R \end{bmatrix} \quad (15)$$

따라서 pointwise PD 최적제어 문제는 $\|\ddot{X}_a - \ddot{X}_d\|_q^2$ 를 최소로 하며 식(15)가 만족되는 K_v 와 K_p 를 구하는 문제가 된다.

여기서 \ddot{X}_a 은 로봇트에 입력 토크를 가했을 때 손목부에 나타날 Cartesian space 가속도로써 이는 (5)식과 (13)식으로 부터

$$\begin{aligned} \ddot{X}_a &= J M_o^{-1} (\tau - h_o) + \ddot{J} \dot{\theta} \\ &= BK + H \end{aligned} \quad (16)$$

로 된다.

$$\begin{aligned} \text{여기서 } B &= J M_o^{-1} E_m M_o J^{-1} E \\ H_o &= J M_o^{-1} E_m M_o J^{-1} (\ddot{X}_d - \ddot{J} \dot{\theta}) + J M_o^{-1} \\ &\quad (E_n - 1) h_o + J \dot{\theta} \end{aligned}$$

이다.

한편 (8)식과 (10)식에서

$$J M_o^{-1} (\tau - h_o) + \ddot{J} \dot{\theta} = \ddot{X}_d + K_v \dot{X}_e + K_p X_e \quad (17)$$

이는 다음의 (18)과 같아지게 된다.

$$\ddot{X}_a = \ddot{X}_d + K_v \dot{X}_e + K_p X_e \quad (18)$$

따라서 오차방정식은

$$\ddot{X}_e + K_v \dot{X}_e + K_p X_e = 0 \quad (19)$$

로 선형 2차 방정식이 된다.

이 식으로부터 K_v 와 K_p 에 대한 안정조건을 쉽게 구할 수 있으나 제어입력이 제한되어 있으므로 K_v 와 K_p 가 "0"보다 크다는 조건만 부여하기로 한다. 이 경우 시스템은 부궤환이 되므로 시간이 흐를수록 오차는 "0"으로 수렴하게 될 것이다. 이와같이 시스템이 부궤환을 보장하는 조건은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -I_n & 0 \\ 0 & -I_n \end{bmatrix} K \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

이제 (15)식과 (20)식을 합쳐서 다음과 같이 표현하

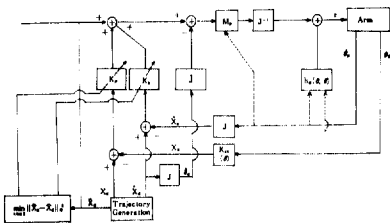


그림 2. Pointwise PD 최적 제어 방법
Fig. 2. The pointwise PD-optimal control.

자.

$$AK \leq C \quad (21)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} E_m & M & J^{-1} E \\ \dots & \dots & \dots \\ -E_m & M & J^{-1} E \\ \dots & \dots & \dots \\ -I_n & 0 \\ 0 & -I_n \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \tau \max - R \\ \dots \\ \tau \max + R \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

(4nx2n) 행렬 4nx1 행렬

\ddot{X}_d , \dot{X}_e , X_e 등은 측정 가능한 변수들이다. 따라서 매순간 (21)식은 이득상수 K 에 대한 선형 부등식이 된다. 이제 Pointwise PD 최적 제어 문제는 (21)식의 조건 부등식을 이용하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\min_{AK \leq C} \|\ddot{X}_a - \ddot{X}_d\|_q^2 \quad (23)$$

위 식은 다음과 같이 표현될 수 있다. (부록 참조)

$$\min_{AK \leq C} \{1/2K^T W K - b^T K\} \quad (24)$$

여기서 $b = B^T Q (\ddot{X}_d - H)$, $W = B^T Q B$ 이다.

이 식에서 B 와 H 는 \ddot{X}_d , \dot{X}_e 및 X_e 의 함수이므로 매순간마다 측정 가능하고 상수로 간주될 수 있다. 따라서 (24)식은 primal dual 방법을 써서 풀면 쉽게 구할 수 있다. 이상의 pointwise PD 최적 제어 방법을 block diagram으로 표시하면 그림 2와 같다.

5. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제시한 Pointwise PD 최적 제어 방법의 타당성을 보기 위하여 그림 3.에서와 같은 S-CARA 로봇트를 대상으로 시뮬레이션을 하고자 하며, 특히 입력이 제한되어 있는 경우 Luh가 제안한 RMAC방법³⁾, 3장 pointwise 최적 제어 방법과 비교하고자 한다. 비교의 관점으로는 최대 경로오차 및 평균 경로오차를 사용하고자 하며 모델상수들이 실제 시스템과 다를 수가 있다는 점을 고려하여 모델 파라미터를 로봇트의 운동방정식에서 구한 값과 다르게 두어 robustness를 조사해 보기로 한다. 모델 오차나 다른 변수 값들은 표 1에 나타냈다.

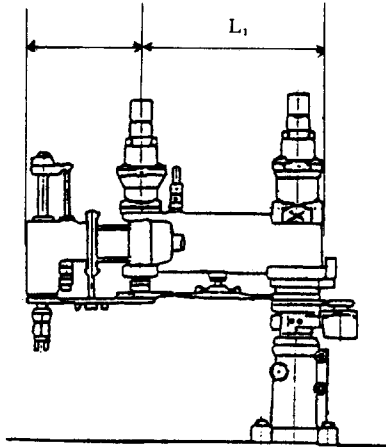


그림 3. SCARA 로봇의 외관
 Fig. 3. The configuration of SCARA robot.

표 1. 시뮬레이션에 적용된 파라미터 값들.
 Table.1. The model parameters

m 1 (g)	m 2 (g)	mt (g)	l1 (mm)	l2 (mm)
2700	1700	600	400	300

pointwise PD 최적 제어 방법과 pointwise 최적 제어 방법에서의 weighting matrix Q는 2x2 identity matrix로 하였고 primal dual 방법의 해는 Hildreth의 방법⁶⁾을 사용하여 구했으며 Lagrange Multiplier를 구하는데 있어서 수렴 허용 오차는 10^{-7} 로 하였다. 시뮬레이션에 사용된 모델인 SCARA 로봇의 운동 방정식은 다음과 같다.^{7),8)}

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + \frac{1}{3} m_2 L_2^2 + m_2 L_1^2 & \frac{1}{3} m_2 L_2^2 + \\ \frac{1}{2} m L_1 L_2 C_2 & + \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 C_2 \\ \frac{1}{3} m_2 L_2^2 + \frac{1}{2} m L_1 L_2 C_2 & \frac{1}{3} m_2 L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -m_2 L_1 L_2 S_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 S_2 \dot{\theta}_2^2 \\ \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 S_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서 m_1, m_2 는 링크1과 링크2의 무게
 L_1, L_2 는 링크1과 링크2의 길이
 $C_2 = \cos(\theta_2), S_2 = \sin(\theta_2)$ 이다.

로봇이 추적해야 할 경로는 중심이 $X=450, Y=130$ 에 있고 반지름이 $R=30$ (단위: mm)인 원으로 선택했고 궤적을 추적하는 로봇 손목부의 속도는 19.02cm/sec로 하였다. 여기서는 계산상의 편의를 위하여 $K_{v1}=K_{v2}=k_p, K_{p1}=K_{p2}=k_p$ 로 하여 3가지 방법을 비교하여 보았다. 그림 4는 모델이 오차

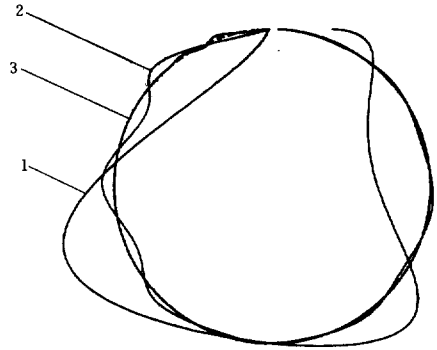


그림 4-a. RMAC 방법의 결과
 1) $K_v=1, K_p=1$
 2) $K_v=12, K_p=36$
 3) $K_v=54, K_p=300$

Fig. 4-a. The results of the RMAC method.

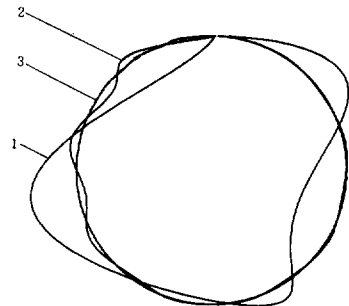


그림 4-b. Pointwise 최적 제어 결과
 1) $K_v=1, K_p=1$
 2) $K_v=12, K_p=36$
 3) $K_v=54, K_p=300$

Fig. 4-b. The result of pointwise optimal control method.

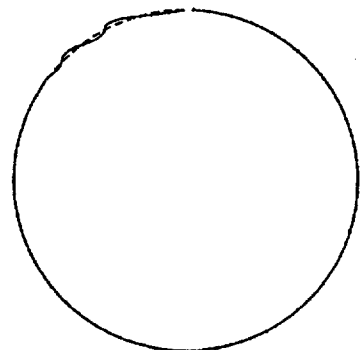


그림 4-c. Pointwise PD 최적 제어결과

Fig. 4-c. The result of PDP. O. C. method

가 없고 입력 토크를 조인트 1은 4Nm로, 조인트 2는 2Nm로 제한하였을 경우 각 방법을 시뮬레이션한 결과이다. 그림4-a는 RMAC방법의 이득상수를 변화시킨 경우 궤적추적 결과이며 그림4-b는 pointwise 최적 제어방법의 이득상수 변화 결과이다. 그림에서 보듯이 이득상수를 시행착오로 정했을 때 pointwise 최적 제어 방법이 궤적 추적 오차가 가장 작았다. 그림4-C는 pointwise PD 최적 제어 방법의 궤적추적 결과이다. 이 방법에서는 이득상수를 시행착오로 구한 것이 아니라 입력 토크가 제한 범위 내에 있고 시스템이 부재환이 보장되는 범위내에서 궤적추적 오차를 가장 작게 하는 것을 구한 것이며 그림5.에서 이득상수를 구한 결과를 보여주고 있다. 또한 그림6.은 본 방법의 궤적 추적 시 오차의 변화를 보여주며, 그림7.은 입력 토크

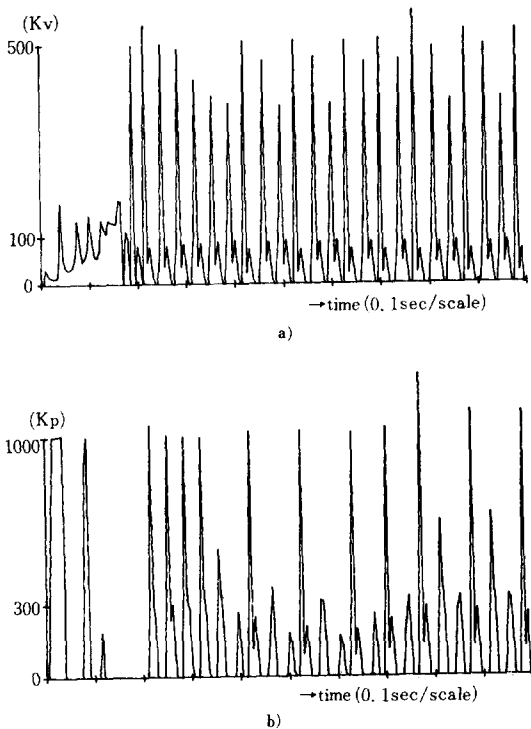


그림 5. Pointwise PD 최적 제어 방법의 이득 상수값
 a) 속도 이득 상수. b) 위치 이득 상수.
Fig. 5. The gain of Pointwise PD optimal control method.
 a) The velocity gain
 b) The Position gain

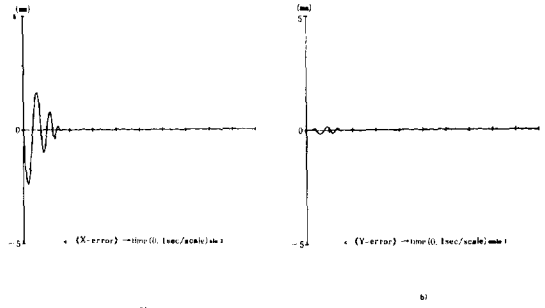


그림 6. Pointwise PD 최적 제어 방법의 궤적 추적 오차 곡선.
 a) X축 오차. b) Y축 오차
Fig. 6. The error of Pointwise PD optimal control method
 a) X axis. b) Y axis.

크의 변화를 나타낸다. 본 방법에서는 입력이 제한되어 있는 바 안정도에 관해서 이득상수 k_v , k_p 가 "0"보다 커야한다는 조건만으로 제어한 결과 그림 5.에서 보여 주듯이 초기에 진동이 무척 심했으며 입력곡선도 상당한 진동을 보였다. 그림 8은 각 방법의 모델에 오차를 두어 강인함(Robustness)를 비교한 것이며, 모델의 오차는 실험하고자 하는 모델을 실제 모델의 0.3배에서 1.5배까지 변화시켜 비교하였다. 그 결과 본 논문에서 제안한 pointwise, PD 최적 제어의 방법이 가장 잘 추적하고 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 입력이 제한되어 있는 경우 주어진 위치 경로 오차를 최소로 하도록 하는 pointwise PD 최적 제어방법을 제시하였다. 특히 본 논문에서는 대부분의 기존 로봇 제어방법과는 달리 위치 오차를 최소로 하도록 하는 제한 이득 상수를 자동적으로 결정해주는 제어방법을 제안하였으며 이 제어방법의 사용 결과는 모델이 단순화 되거나 오차가 있을 경우 본 논문에서 시뮬레이션해 본 다른 제어 방법보다는 강인함(robustness)함을 보여주고 있다. 그리고 본 제어 방법에서의 제한조건은 입력 토크의 제한뿐 아니라 관절 모우터의 속도제한

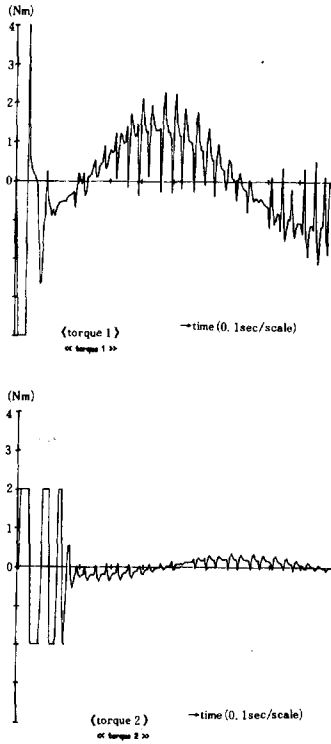


그림 7. 입력 토크 곡선.

- a) 조인트 1. b) 조인트 2.

Fig. 7. The input torque.

- a) Joint 1. b) Joint 2.

등에도 활용될 수 있으리라 생각된다. 끝으로 본 제어 방법은 이득 상수를 결정하기 위한 조건의 복잡성 때문에 실행시간이 많이 걸렸고 안정도 문제가 고려되어 있지 않으므로 이들에 대한 연구가 요구된다. 또한 보다 구체적으로 제어방법의 강인성에 관한 연구가 필요하다.

[부 록 1.]

*Primal dual 방법을 이용한 Pointwise PD 최적 제어문제의 해. Pointwise PD 최적 제어문제는 (23) 식에 나타나있다. 즉

$$\min_{AK \leq C} \| \dot{X}_a - \ddot{X}d \|^2_q \quad (A1)$$

이다.

이 식에서 X_a 에 (16) 식을 대입하면 다음과 같이 변형된다.

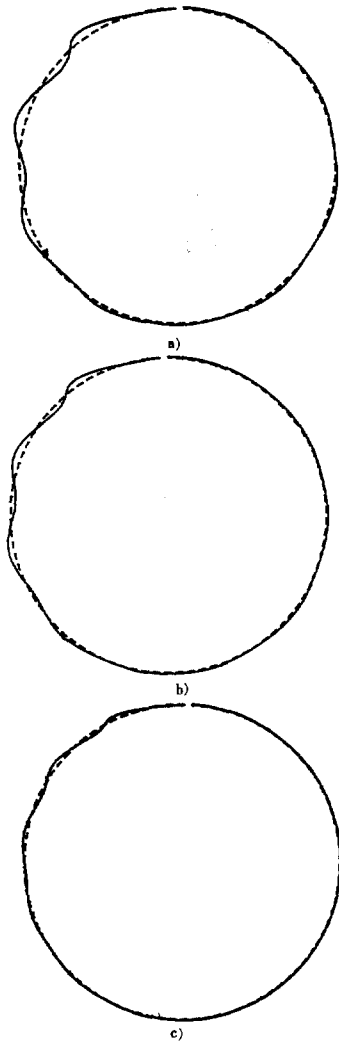


그림 8. 모델에 오차를 두었을 경우 결과.

- a) RMAC b) pointwise 최적 제어
c) pointwise PD 최적 제어.

Fig. 8. The results when the model has some errors.

- a) RMAC b) pointwise optimal control
c) pointwise PD optimal control.

$$\min_{AK \leq C} (BK + H - \ddot{X}d)^T Q (BK + H - \ddot{X}d) \quad (A2)$$

이 식은 다음과 같은 문제로 됨을 쉽게 보일 수 있다.

$$\min_{AK \leq C} (K^T B^T Q B K - K^T B^T Q \ddot{X}d - \ddot{X}d^T Q B K + H^T Q B K + K^T B^T Q H) \quad (A3)$$

이를 다음과 같이 나타내자.

$$\min_{AK \leq C} (1/2 K^T B^T Q B K - b^T K)$$

여기서 $b = B^T Q (\ddot{X}d - H)$

이 식의 duality는 다음과 같다.

$$\max_{\beta \geq 0} \min_k \{ 1/2 K^T B^T Q B K - b^T K + \beta^T (AK - C) \} \quad (A 5)$$

단, β 는 $4n \times 1$ 벡터이다. 증괄호 안의 식을 최소로 하는 K 를 구하면

$$K = (B^T Q B)^{-1} (b - A^T \beta) \quad (A 6)$$

(A 6) 식을 (A 4) 식에 대입하여 (A 4) 식을 dual 문제로 바꾸면 다음과 같이 표현된다.

$$\min_{\beta \geq 0} (\frac{1}{2} \beta^T P + \beta^T d) \quad (A 7)$$

여기서 $P = A (B^T Q B)^{-1} A^T$, $d = C - A (B^T Q B)^{-1} b$ 이다.

식 (A 7)에서의 최적의 값을 β^* 라 하면 최적의 K 값 K^* 는 (A 6) 식에 β^* 를 대입한 값이 되며 다음 식으로 표현된다.

$$K^* = (B^T Q B)^{-1} (b - A^T \beta^*) \quad (A 8)$$

그러면 이제 β^* 를 구하는 방법인 Hildreth의 방법을 소개해 보겠다. 우선, K 번째 Iteration일 때 구해지는 값을 $\beta^k = [\beta_1^k, \dots, \beta_{4n}^k]$ 라 하자. 여기서 $\beta_i^k > 0$ ($i = 1, \dots, 4n$)

그러면 벡터 β^{k+1} 은 다음과 같이 구해진다.

$$\beta_i^{k+1} = \max(0, w_i^{k+1}), \quad i = 1, \dots, 4n \quad (A 9)$$

그리고 (A 9) 식에서 w_i^{k+1} 은 (A 7) 식에서 제한 조건이 없는 경우 괄호안의 식을 최소화 시키는 해

이며 다음과 같다.

$$w_i^{k+1} = -1/P_{ii} (d_i + \sum_{j=1}^{i-1} P_{ij} \beta_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^{4n} P_{ij} \beta_j^k) \quad (A 10)$$

$$i = 1, \dots, 4n$$

여기서 P_{ij} 는 P 의 ij 번째 원소이다. (참고문헌^{2), 6)} 참조

참 고 문 헌

- 1) M.W. Spong, "The Control of Robot Manipulators with bounded input", IEEE Trans. Automatics Control, vol. AC-31, No. 6, June, 1986.
- 2) M.W. Spong, J.S. Thorp, and S. Kheradpir, "The control of robot manipulators Using an optimal decision strategy," in proc. Allerton conf., univ Illinois, Oct. 1983, Wiley, 1969
- 3) J.Y. S Luh and M. W. Walker, "Resolved Motion Control of Mechanical Mani-pulators", IEEE Trans on Automatic Control, vol. AC-25, No. 3, June 1980
- 4) C.S.G. Lee, "Robot Arm Dynamics", Tutorial on Robotics, pp 93-102
- 5) J.J. Craig, Introduction to Robotics, Willy, 1986
- 6) Luenberger, Optimization by Vector Space Method, New York, Willy, 1969
- 7) I.E. Slotone and M.W. Spong, "Robust Robot Control with Bounded Input Torques", J. of Robotic Systems, vol.2, No 4, 1985