

<論 文>

부분 예혼합-확산계의 소화특성 및 예혼합 화염의
Near-Stoichiometry 구조에 관한 연구

김 종 수* · 정 석 호**

(1987년 9월 3일 접수)

On the Extinction of Partially Premixed Diffusion System and the
Near-Stoichiometric Structure of Premixed Flames

J.S. Kim and S.H. Chung

Key Words: Partially Premixed Diffusion Flame(부분 예혼합-확산 화염), Diffusion Flame
(확산 화염), Premixed Flame(예혼합 화염), Flame Stretch(화염 스트레치)

Abstract

Partially premixed diffusion system is analyzed using the matched asymptotic expansion technique adopting counterflow with supplying fuel and oxidizer from one side and fuel only from the other as a model problem. Results show that single-stage extinction always occurs as stretch increases, and the partially premixed diffusion flame can hardly exist. Depending on the initial mixture concentrations, either premixed or diffusion flame extinction leads to complete extinction of the system, and the diffusion flame can change its character to premixed flame such that two premixed flames can exist in the partially premixed-diffusion system.

기 호 설 명

A : 상수

B : 충돌 빈도 인자(frequency factor)

C_p : 비열

Da : Damköhler 수

f : 식(A2)에서 정의됨

g : 식(A3)에서 정의됨

m : 상수

p : 식(A3)에서 정의됨

Q : 발열량

T : 온도

T_0 : 활성화 온도

x : 좌표

y_r : 식(14)에서 정의됨

Y : 질량비

그리스 문자

α : 상수

β : 내부 섭동온도

γ : 상수

δ : 무차원 Damköhler 수

* 서울대학교 생산기술연구소

** 정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

- d : 무차원 Damköhler 수
- ϵ : 소 매개변수
- η : 상사좌표
- κ : 화염 스트레치
- λ : 상수
- σ : 화학양론비
- θ : 내부 섭동온도
- ξ : 내부 확장좌표
- ζ : 내부 확장좌표

하첨자

- d : 확산 화염
- E : 소화
- f : 화염
- F : 연료
- j : 화염지수
- m : 부분 예혼합-확산 화염
- p : 예혼합 화염
- O : 산화제
- 1, 2 : 예혼합 화염
- in : 내부지역
- out : 외부지역

상첨자

- o : 화염면 극한
- $+$: 후류지역
- $-$: 전류지역

1. 서론

유동장의 영향을 받는 층류 및 난류화염의 모델로서 화염 스트레치(flame stretch)를 받는 확산화염과 예혼합화염의 특성이 널리 연구되어 왔으며 최근에 들어서는 이러한 화염들 간의 상호작용(flame interaction)에 관한 연구가 수행되어 오고 있다.

스트레치를 받는 화염들의 상호작용에 관한 연구는 대향류 유동장(counterflow)을 모델로 하여, 회박(파동)-회박(파동) 연료분사계에서의 두 예혼합화염의 열적 상호작용(thermal interaction)에 의한 화염소화의 실험적 연구와⁽¹⁾, 이론적 연구가^(2,3) 수행되었으며, 회박-파동 연료분사계에서 두 예혼합화염과 하나의 확산화염의 농도적 상호작용(concentration interaction)에 관한 실험 및 이론적 연구가 수행되었다⁽⁴⁾.

이러한 화염들이 부분적으로 소화되는 경우에는 혼합화염(hybrid flame)의 특성을 가질 수 있으며⁽⁵⁻⁷⁾

이 경우 확산화염과 예혼합화염은 총돌소화(merged extinction)될 것으로 예측되어 왔다.

최근에 들어 부분예혼합-확산계(partially premixed diffusion system)에 관한 실험적 연구⁽⁸⁾는 확산화염과 예혼합화염이 충돌하지 않은 상태에서도 소화현상이 관측됨을 보고하고 있으나, 이론적 해석의 결과로는 농도 변화에 따른 소화현상을 적절히 설명할 수 없었다.

따라서 이러한 모순을 해결하기 위해 본 연구에서는 부분예혼합-확산계를 모델로 하여 이론해석을 통해 화염의 구조를 밝히고, 예혼합화염을 near-stoichiometry로 설정하여 내부지역에서 2차 반응으로 해석하고, 확산화염으로 부터 예혼합화염으로의 전이를 규명하는데 그 목적이 있다.

2. 이론해석

대향류 유동장에서(Fig. 1 참조) 한쪽 버너에서 연료와 산화제가 회박한 상태로 공급되고 다른쪽에서는 연료만이 공급되는 부분예혼합-확산계에서 화학반응은 Arrhenius 형태이고, 각각의 농도에 대해 1차 반응이며, 물리적 성질이 일정하고, Lewis 수가 1이며, 유동장은 비압축성인 경우에 상사변수를 도입하면 지배방정식은⁽⁹⁾

$$\frac{d^2 T}{d\eta^2} + \eta \frac{dT}{d\eta} = \omega \tag{1}$$

$$\frac{d^2 Y_i}{d\eta^2} + \eta \frac{dY_i}{d\eta} = -\omega \quad (i=O, F) \tag{2}$$

$$\omega = -DaY_o Y_F \exp(-T_a/T) \tag{3}$$

이다. 여기서 온도 T 와 활성화 온도 T_a 는 발열량 Q 와 비열 C_p 에 의해 정의된 특성온도 Q/C_p 로 무차원화되었으며, η 는 상사변수, Y_F 는 연료의 질량비, Y_o 는 산화제의 질량비를 화학양론비(stoichiometric ratio) σ 로 나누어 준 값이며, $Da=B\sigma/\kappa$ 는 Damköhler 수로서 B 는 충돌빈도인자, κ 는 스트레치 인자이다.

이때 부분예혼합 확산계의 경계조건은

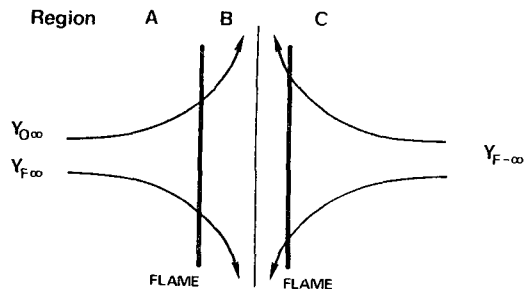


Fig. 1 Schematic of the flow field analyzed

$$\begin{aligned} \eta \rightarrow \infty; T &= T_{\infty}, Y_F = Y_{F\infty}, Y_O = Y_{O\infty} \\ \eta \rightarrow -\infty; T &= T_{-\infty}, Y_F = Y_{F-\infty}, Y_O = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

이며, $Y_{F\infty} < Y_{O\infty}$ 이다.

이때 변수변환 $x = (1/2) \operatorname{erfc}(\eta/\sqrt{2})$ 를 취하고, Shvab-Zeldovich 연계함수 $\alpha_i = T + Y_i$ 를 취하면 식 (1) 과 (2) 는 다음과 같이 변환되며

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -2\pi Da \exp(\eta^2) Y_F Y_O \exp(-T_d/T) \quad (5)$$

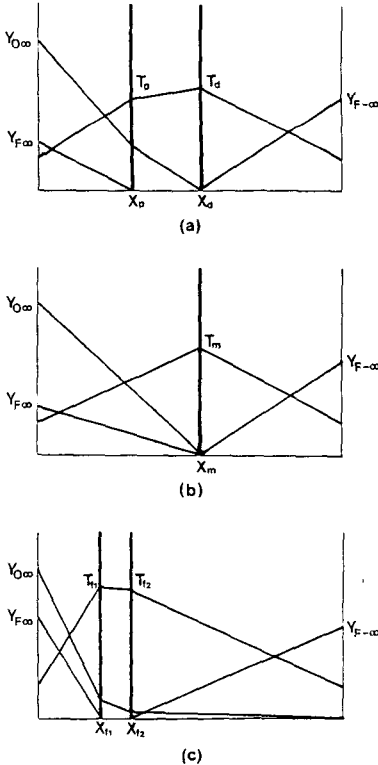
$$\frac{d^2 \alpha_i}{dx^2} = 0 \quad (6)$$

경계는 $x=0 (\eta=\infty)$, $x=1 (\eta=-\infty)$ 이 된다. 이 때 온도장과 농도장은 분리(decouple)되어 다음과 같은 연계함수로 표시된다.

$$\begin{aligned} Y_F + T &= (T_{\infty} + Y_{F\infty}) + (Y_{F-\infty} - Y_{F\infty} - T_{\infty} + T_{-\infty})x \\ Y_O + T &= (T_{\infty} + Y_{O\infty}) - (Y_{O\infty} + T_{\infty} - T_{-\infty})x \end{aligned} \quad (7)$$

2.1 화염면 극한의 해

활성화온도가 매우 큰 경우, 화학반응은 최대온도 부



(a) Separated premixed and diffusion flame,
(b) Partially premixed diffusion flame,
(c) Binary premixed flames

Fig. 2 Schematic of the temperature and concentration structure

근에 국한되므로 먼저 무한반응율의 화염면극한의 해를 구한후 섭동시켜 유한반응율의 영향을 고려한다.

먼저 확산화염과 예혼합 화염이 공존하는 경우(Fig. 2(a))에 화염면극한의 온도장은

$$\begin{aligned} T_{oA} &= T_{\infty} + (T_p - T_{\infty}) \frac{x}{x_p} \\ T_{oB} &= T_p + (T_d - T_p) \frac{x - x_p}{x_d - x_p} \\ T_{oC} &= T_{-\infty} + (T_d - T_{-\infty}) \frac{x - 1}{x_d - 1} \end{aligned} \quad (8)$$

이다. 확산화염 $x=x_d$ 에서 $T=T_d$ 이고 $Y_F=Y_O=0$ 이므로

$$x_d = \frac{Y_{O\infty} - Y_{F\infty}}{(Y_{O\infty} - Y_{F\infty}) + Y_{F-\infty}} \quad (9)$$

$$T_d = (T_{\infty} + Y_{F\infty}) + (Y_{F-\infty} - Y_{F\infty} - T_{\infty} + T_{-\infty})x_d$$

이며, 예혼합화염 $x=x_p$ 에서는 $x=x_p$, $Y_F=0$ 이므로

$$T_p = (T_{\infty} + Y_{F\infty}) + (Y_{F-\infty} - Y_{F\infty} - T_{\infty} + T_{-\infty})x_p$$

$$Y_{Op} = (Y_{O\infty} - Y_{F\infty}) - (Y_{F-\infty} + Y_{O\infty} - Y_{F\infty})x_p \quad (10)$$

이다.

이러한 화염구조에서, 확산화염이 존재하기 위해서는 $Y_{Op} > 0$ 이고 $0 < x_p < 1$ 이므로 $Y_{O\infty} > Y_{F\infty}$ 를 만족하여야 하며 이 때 $T_{\infty} = T_{-\infty}$ 에서 확산화염과 예혼합 화염의 온도는 $x_d > x_p$ 이므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$Y_{F-\infty} > Y_{F\infty}; T_d > T_p$$

$$Y_{F-\infty} < Y_{F\infty}; T_d < T_p \quad (11)$$

따라서, 먼저 $T_d > T_p$ 인 경우에 대해 예혼합 화염과 확산화염의 구조를 각각 해석한다.

2.2 예혼합 화염의 구조해석

상기의 식 (9), (10) 은 미지량이 $x_d, x_p, T_d, T_p, Y_{Op}$ 이므로 계를 결정하기 위하여는 하나의 식이 더 필요한데, 이는 예혼합 화염의 구조해석을 통해 결정할 수 있다.

예혼합 화염 주위의 외부 비반응지역과 내부 반응지역을 유한한 활성화 에너지에서 섭동시키면

$$T_{p,out}^- = T_{oA} + \epsilon_p a_p^- \frac{x}{x_p} + o(\epsilon_p)$$

$$T_{p,out}^+ = T_{oB} + \epsilon_p a_p^+ \frac{x - x_d}{x_p - x_d} + o(\epsilon_p) \quad (12)$$

$$T_{p,in} = T_p - \epsilon_p (\theta + m\xi + \alpha) + o(\epsilon_p)$$

가 되며, 여기서

$$\xi = \frac{A_p(x - x_p)}{\epsilon_p} + \lambda$$

$$A_p = Y_{F\infty}/x_p \quad (13)$$

$$m = \frac{T_d - T_p}{A_p(x_d - x_p)} = \frac{1}{2(2+y_r)} \quad (22)$$

$$= -\frac{1}{A_p} \{Y_{F_{\infty}} - Y_{F_{\infty}} - (T_{\infty} - T_{-\infty})\}$$

$$\epsilon_p = T_p^2 / T_a$$

이다.

내부 반응지역의 농도는, 연계함수 식 (7)로부터

$$Y_{F, in} = \epsilon_p(\theta + m\lambda + \alpha) + o(\epsilon_p)$$

$$Y_{O, in} = \epsilon_p[\theta + m\lambda + \alpha + y_r + \left\{ \left(\frac{Y_{O_p}}{x_d - x_p} \right) / A_p \right\} (\xi - \lambda)] + o(\epsilon_p) \quad (14)$$

가 되며 여기서 $y_r = Y_{O_p} / \epsilon_p$ 이다.

상기의 식에서 $\{Y_{O_p} / (x_d - x_p)\} / A_p$ 는 예혼합층의 연료-산화제가 near-stoichiometry 로 공급되는 경우에는 $O(\epsilon_p)$ 이 되며, off-stoichiometry 로 공급되는 경우에는 y_r 보다 낮은 차수가 되므로 무시될 수 있다. 따라서

$$Y_{O, in} = \epsilon_p(\theta + m\lambda + \alpha + y_r) + o(\epsilon_p) \quad (15)$$

가 된다.

식 (14)와 (15)를 식 (5)에 대입하면 내부지배방정식은

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} = \Delta(\theta + m\lambda + \alpha) \exp\{-(\theta + m\xi)\} \quad (16)$$

가 되며

$$\Delta = Da_p \left(\frac{\epsilon_p^3}{A_p^2} \right) 2\pi \exp(\eta_p^2 - T_a / T_p - \alpha) \quad (17)$$

이다.

이 때 접합조건은 $\xi \rightarrow \pm\infty$ 에서

$$\theta \rightarrow \begin{cases} -\xi + (1-m)\lambda - a_p^- - \alpha & ; \xi \rightarrow -\infty \\ -m\lambda - a_p^+ - \alpha & ; \xi \rightarrow \infty \end{cases} \quad (18)$$

가 되고, λ 와 α 를 임의로 조절할 수 있으므로

$$m\lambda + \alpha = 0 \quad (19)$$

$$\Delta = 1 / \{2(2+y_r)\}$$

라 놓으면 내부지배 방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$2(2+y_r) \frac{d^2\theta}{d\xi^2} = \theta(\theta + y_r) \exp\{\theta + m\xi\}$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} \rightarrow -1 ; \xi \rightarrow -\infty \quad (20)$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} \rightarrow 0 ; \xi \rightarrow \infty$$

여기서 Linan의 closure scheme⁽¹⁰⁾인 $a_p^- = 0$ 을 취하면

$$\alpha = -m(\theta + \xi) (-\infty) \quad (21)$$

가 되어 계는 결정되며, 이 때 주어진 Damkohler 수에 대해

$$Da_p \left(\frac{\epsilon_p^3}{A_p^2} \right) 2\pi \exp\{\eta_p^2 - T_a / T_p + m(\theta + \xi) (-\infty)\}$$

2.3 확산 화염의 구조해석과 소화조건

화염면 극한의 해와 예혼합 화염의 구조해석을 통해 부분 예혼합-확산계에서 확산 화염과 예혼합 화염이 동시에 존재하는 경우의 해를 구할 수 있다. 이 때 예혼합 화염의 소화특성은 확산 화염과의 충돌(merge)이나 Damköhler수에 따른 화염특성의 전환점(turning point)으로 부터 구할 수 있다⁽²⁻⁴⁾.

그러나, 확산화염의 경우에 스트레치에 따른 소화특성은 화염구조 해석을 통해서 구할 수 있으며 이를 예혼합화염의 특성과 비교해 보아야 어느 화염이 먼저 소화되는 지를 알 수 있다. 따라서 확산 화염의 구조를 해석하였다.

확산 화염 양쪽의 외부 비반응지역과 내부 반응지역을 섭동하면

$$T_{-d, out} = T_b^o + \epsilon_d a_d^- \frac{x - x_p}{x_d - x_p} + o(\epsilon_d)$$

$$T_{+d, out} = T_c^o + \epsilon_d a_d^+ \frac{x - 1}{x_d - 1} + o(\epsilon_d) \quad (23)$$

$$T_{d, in} = T_d - \epsilon_d \delta_o^{-1/3} (\beta + \gamma \zeta) + o(\epsilon_d)$$

가 되며, 여기서

$$\delta = \delta_o + \epsilon_d \delta_1 + o(\epsilon_d)$$

$$\zeta = \delta_o^{1/3} A_d (x - x_d) / \epsilon_d$$

$$A_d = \{(Y_{O_{\infty}} - Y_{F_{\infty}}) + Y_{F_{-\infty}}\} / 2$$

$$\gamma = 1 - 2\{Y_{O_{\infty}} - (T_{\infty} - T_{-\infty})\} / \{(Y_{O_{\infty}} - Y_{F_{\infty}}) + Y_{F_{-\infty}}\}$$

$$\epsilon_d = T_d^2 / T_a$$

이다.

내부 반응지역의 농도는 연계함수 식 (7)로부터

$$Y_{F, in} = \epsilon_d \delta_o^{-1/3} (\beta + \zeta) + o(\epsilon_d)$$

$$Y_{O, in} = \epsilon_d \delta_o^{-1/3} (\beta - \zeta) + o(\epsilon_d) \quad (24)$$

가 되며, 이 때 내부지역의 섭동식을 지배방정식 (5)에 대입하면

$$\frac{d^2\beta}{d\zeta^2} = (\beta - \zeta) (\beta + \zeta) \exp\{-\delta_o^{-1/3} (\beta + \gamma \zeta)\}$$

$$\delta_o = Da_d 2\pi (\epsilon_d^3 / A_d^2) \exp\{\eta_d^2 - T_a / T_d\} \quad (25)$$

가 된다.

접합조건은 $\zeta \rightarrow \pm\infty$ 로 부터

$$\beta \rightarrow \begin{cases} \zeta - \delta_o^{1/3} a_d^+ ; \zeta \rightarrow \infty \\ -\zeta - \delta_o^{1/3} a_d^+ ; \zeta \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (26)$$

가 된다. 따라서 식 (25)의 경계조건은

$$\frac{d\beta}{d\zeta} \rightarrow -1 ; \zeta \rightarrow -\infty$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} \rightarrow 1; \zeta \rightarrow \infty \quad (27)$$

이다.

지배방정식 (25)를 경계조건의 식 (27)을 이용하여 풀면 다음과 같은 소화 Damköhler 수를 구할 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$\delta_{o,E} = e\{(1-\gamma) - (1-\gamma)^2 + 0.26(1-\gamma)^3 + 0.055(1-\gamma)^4\} \quad (28)$$

따라서 $\delta_o < \delta_{o,E}$ 이면 소화가 발생한다.

2.4 부분 예혼합-확산 화염의 해 및 소화조건

부분 예혼합-확산계에서 예혼합 화염과 확산 화염이 동시에 존재하다가 하나의 화염이 소화되거나 두 화염이 충돌하면 부분 예혼합-확산 화염 (partially premixed diffusion flame, PPDF)으로 그 구조가 변환된다.

이 때 PPDF는 단독 확산화염의 특성을 보이며 화염의 위치 및 온도 x_n , T_n 은 $x_n = x_d$, $T_n = T_d$ 가 된다 [Fig. 2(b)]. 이 화염의 구조해석은 확산화염의 해석과 동일한 방법으로 수행할 수 있으며⁽⁵⁾, 이 때 내부 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{d^2\beta}{d\zeta^2} = (\beta - \zeta)(\beta + \zeta) \exp\{-\delta_o^{-1/3}(\beta + \gamma\zeta)\}$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} \rightarrow -1 + \lambda_n; \xi \rightarrow -\infty \quad (29)$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} \rightarrow 1; \xi \rightarrow \infty$$

여기서

$$\lambda_n = \frac{2Y_{F_{\infty}}}{Y_{C_{\infty}} - Y_{F_{\infty}}} \quad (30)$$

이다. 이 때 소화조건은⁽⁵⁾

$$\delta_{o,n,E} = \delta_{o,E} \left(1 + \frac{\lambda_n}{2}\right)^2 \quad (31)$$

가 되며 여기서 $\delta_{o,E}$ 는 $\lambda_n = 0$ 에서 순수 확산화염의 소화조건이다.

2.5 두 예혼합 화염의 해

부분 예혼합-확산계에서 $Y_{F_{\infty}} > F_{\infty}$ 가 되면 $T_F > T_d$ 가 된다. 이러한 경우에 확산 화염은 초단열 상태 (superadiabatic)가 되어 예혼합 화염으로 부터 열공급을 받게 된다. 확산 화염에 대한 기존의 연구결과를 살펴보면⁽¹⁰⁾ 초단열상태 ($|\gamma| > 1$)에서 반응물의 누출(leakge)량은 $O(1)$ 이 되어, 화염면 극한에서 화염면에서의 반응물 농도가 0이 되는 확산 화염의 특성을 잃게 된다.

이 경우에 $|\gamma| > 1$ 에서는 산화제만의 누출이 $O(1)$ 이 되므로 온도 및 농도 특성은 Fig. 2(c)와 같이 되며 확

산화염은 화염면에서 $Y_o = O(1)$ 이 되어 예혼합 화염의 특성을 나타내게 된다. 따라서 두 개의 예혼합 화염이 존재하는 경우를 해석하였다.

화염면 극한에서 각각의 예혼합 화염의 위치 x_{fj} 에서 $Y_F = 0$ 이므로

$$T_{fj} = (T_{\infty} + Y_{F_{\infty}}) + (Y_{F_{-\infty}} - Y_{F_{\infty}} - T_{\infty} + T_{-\infty})x_{fj}$$

$$Y_{C_i, f_j} = (Y_{C_{\infty}} - Y_{F_{\infty}}) - (Y_{C_{\infty}} + Y_{F_{-\infty}} - Y_{F_{\infty}})x_{fj} \quad (32)$$

가 되어, x_{fj} 가 주어지면 T_{fj} 와 Y_{O_i, f_j} 를 구할 수 있다. 따라서 x_{fj} 를 계의 매개변수로 표시하기 위해 화염의 구조해석이 필요하다.

먼저, 화염면 극한에서의 온도분포는

$$T_A^o = T_{\infty} + (T_{f1} - T_{\infty}) \frac{x}{x_{f1}}$$

$$T_B^o = T_{f1} + (T_{f2} - T_{f1}) \frac{x - x_{f1}}{x_{f2} - x_{f1}} \quad (33)$$

$$T_C^o = T_{-\infty} + (T_{f2} - T_{-\infty}) \frac{1 - x}{1 - x_{f2}}$$

가 되며, 외부 비반응지역과 내부 반응지역을 섭동시켜

$$T_{-1, out}^- = T_A^o + \epsilon_1 a_1^- \frac{x}{x_{f1}} + o(\epsilon_1)$$

$$T_{-2, out}^- = T_C^o + \epsilon_2 a_2^- \frac{1 - x}{1 - x_{f2}} + o(\epsilon_2) \quad (34)$$

$$T_{+1, out}^+ = T_{+2, out}^+$$

$$= T_B^o + \epsilon_1 \left\{ a_1^+ + (a_2^+ \epsilon_2 / \epsilon_1 - a_1^+) \frac{x - x_{f1}}{x_{f2} - x_{f1}} \right\} + o(\epsilon_1)$$

$$T_{j, in} = T_{fi} - \epsilon_j \{ \theta_j(\xi_j) + m_j \xi_j + \alpha_j \} + o(\epsilon_j)$$

로 하고

$$\xi_1 = \frac{A_1(x - x_{f1})}{\epsilon_1} + \lambda_1$$

$$\xi_2 = \frac{A_2(x_{f2} - x)}{\epsilon_2} + \lambda_2$$

$$A_1 = Y_{F_{\infty}} / x_{f1}$$

$$A_2 = Y_{F_{-\infty}} / (1 - x_{f2}) \quad (35)$$

$$m_1 = -\frac{T_{f2} - T_{f1}}{A_1(x_{f2} - x_{f1})}$$

$$= -\frac{1}{A_1} (Y_{F_{-\infty}} - Y_{F_{\infty}} - T_{\infty} + T_{-\infty})$$

$$m_2 = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{A_2(x_{f1} - x_{f2})}$$

$$= \frac{1}{A_2} (Y_{F_{-\infty}} - Y_{F_{\infty}} - T_{\infty} + T_{-\infty})$$

$$\epsilon_j = T_{fj}^2 / T_{\infty} \quad (36)$$

로 정의한 후 Shvab-Zeldovich 연계함수로 부터 반응물의 내부전계식을 구하면 다음과 같다.

$$Y_{F_j, in} = \epsilon_j (\theta_j + m_j \lambda_j + \alpha_j)$$

$$Y_{O_j, in} = \epsilon_j (\theta_j + m_j \lambda_j + \alpha_j + \gamma_{r,j}) \quad (37)$$

$$\gamma_{r,j} = Y_{C_i, f_j} / \epsilon_j$$

여기에서도 (2.2) 절에서와 마찬가지로

$(1/A_j) (Y_{C_i, f_2} - Y_{C_i, f_1}) / (x_{f2} - x_{f1})$ 은 off- 및 near-sto-

ichiometry 조건에 따른 논의로부터 무시되었다.

접합조건으로부터

$$\theta_j \rightarrow \begin{cases} -\xi_j + (1-m_j)\lambda_j - a_j - \alpha_j; & \xi_j \rightarrow -\infty \\ -m_j\lambda_j - a_j + \alpha_j; & \xi_j \rightarrow \infty \end{cases} \quad (38)$$

이 되며, λ_j, α_j 는 임의로 조절할 수 있으므로

$$\begin{aligned} m_j\lambda_j + \alpha_j &= 0 \\ A_j &= 1/[2(2+y_{r,i})] \\ &= Da_j(\epsilon_j^3/A_j^2)2\pi \exp(\eta^2_{j,i} - T_a/T_{j,i} - \alpha_j) \end{aligned} \quad (39)$$

로 하면, 내부 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2(2+y_{r,i}) \frac{d^2\theta_j}{d\xi_j^2} &= \theta_j(\theta_j + y_{r,i}) \exp\{-\theta_j + m_j\xi_j\} \\ \frac{d\theta_j}{d\xi_j} &\rightarrow 0; \quad \xi_j \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{d\theta_j}{d\xi_j} \rightarrow -1; \quad \xi_j \rightarrow -\infty$$

이 때 $a_j^- = 0$ 를 이용하면⁽¹⁰⁾

$$\alpha_j = -m_j(\theta_j + \xi_j) \quad (-\infty) \quad (41)$$

가 되어 계는 결정되고, 식 (39)와 (41)로부터 미지의 화염위치 $x_{f,j}$ 를 $Da_1 = Da_2$ 가 되도록 하여 두 화염의 위치를 결정할 수 있다.

3. 결과 및 검토

예혼합층의 연료농도가 매우 낮은 약한 반응의 경우 (weakly reactive case) $Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=0.3$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.45$ 이고 $\sigma=3.891$ 인 경우, Da 에 따른 분리된 예혼합 화염과 확산화염의 위치와 온도 특성이 Fig. 3에 표시되어 있다. 여기서 세로선은 각각 확산화염과 PPDF의 소화 Damköhler 수 $Da_{d,E}$, $Da_{m,E}$ 를 표시하며 점선은 화염이 소화되었음을 의미한다.

이 경우 농도특성에 의해 예혼합화염은 확산화염에 비해 화염강도가 훨씬 약하다. 화염스트레치가 증가함에 따라, 즉 Da 가 감소함에 따라 예혼합화염은 확산화염에 근접하며 화염온도가 증가한다. 그러나 예혼합화염이 소화 전환점 $Da_{d,E}$ 에 도달하기 전에 확산화염이 먼저 소화된다.

일단 확산화염이 소화되면 하나의 PPDE가 형성될 수 있다. 그러나 $Da_{m,E} > Da_{d,E}$ 이므로 PPDF는 존재할 수 없으며 따라서 전 시스템은 소화된다.

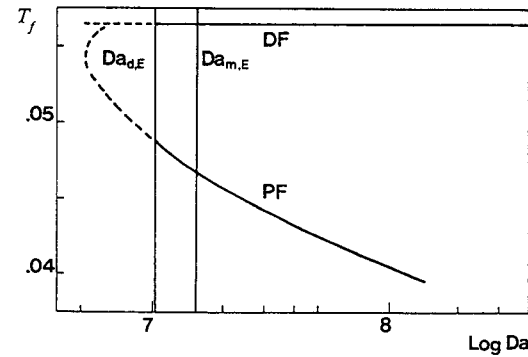
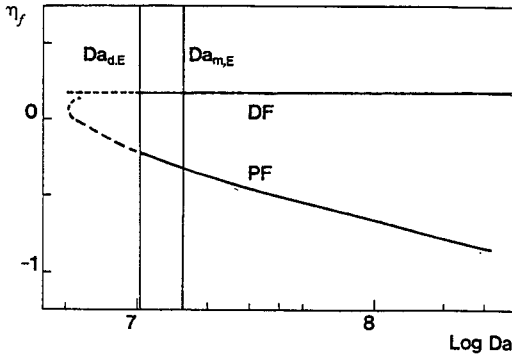


Fig. 3 Flame temperature and location versus Damköhler number ($Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=0.3$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.45$)

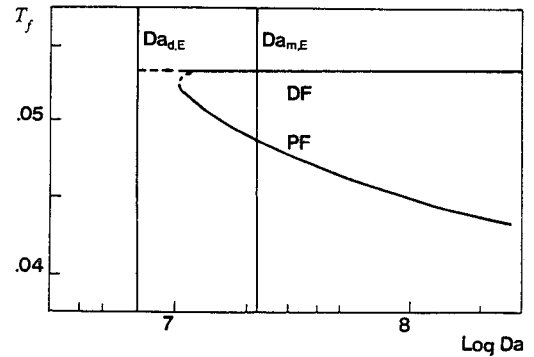
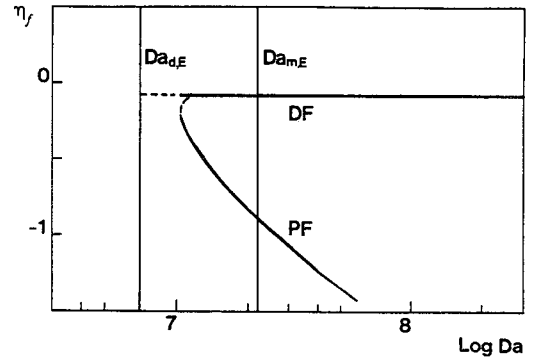


Fig. 4 Flame temperature and location versus Damköhler number ($Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=0.7$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.35$)

분리된 확산화염에 비해 PPDF가 더 쉽게 소화되는 이유는 분리된 확산화염이 주위보다 높은 온도를 갖는 예혼합 화염으로 열손실을 일으키는데 비해 PPDF는 차가운 주위로 직접 열손실을 일으키기 때문이다.

따라서 약한 반응의 경우 스트레치가 증가하면 확산 화염이 소화되고 이에 따라 전체계가 소화된다.

중간 반응의 경우 $Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=0.7$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.35$ 일 때의 화염특성이 Fig. 4에 나타나 있다. 이 때에 전반적인 화염특성은 Fig. 3과 유사하나 예혼합 화염의 위치가 스트레치에 대해 민감하고 소화점 부근에서 두 화염이 매우 근접해 있으며 예혼합 화염이 먼저 소화된다.

이 경우에 있어서도 PPDF의 소화 Damköhler 수가 더 크기 때문에 예혼합화염이 소화된 후에 PPDF로 천이되지는 않는다. 이는 종래의 예측⁽⁶⁾과는 상반되는데 이는 종래의 해석이 확산화염의 경우에는 내부지역을 2차 반응으로, 예혼합화염의 경우에는 off-stoichiometry로 가정하여 1차반응으로 계산하였기 때문에 두 계산결과 사이에 일관성이 없었기 때문이다.

$Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}$ 가 더욱 증가하여 1에 가까워지면 확산화

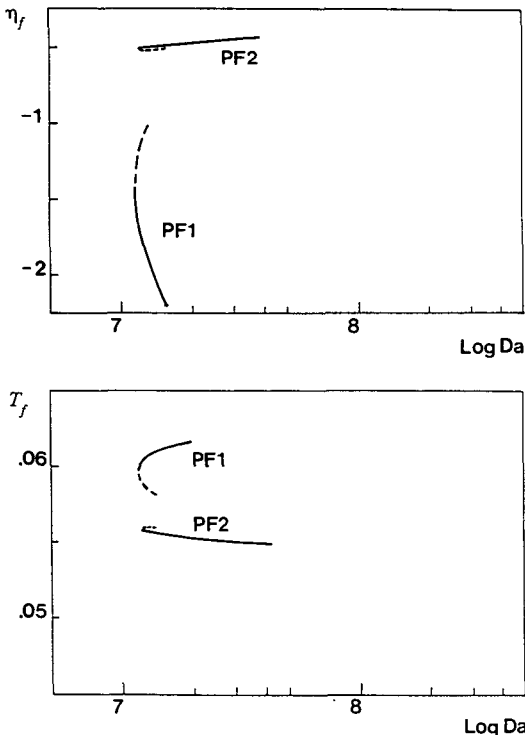


Fig. 5 Flame temperature and location versus Damköhler number ($Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=1.5$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.23$).

염을 통한 산화제의 누출이 증가하여 확산화염의 특성을 잃고 예혼합 화염의 특성을 나타내게 된다. 이러한 강한 반응의 경우 $Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}=1.5$, $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.23$ 일 때의 화염특성이 Fig. 5에 나타나 있다. 이 때 두 예혼합 화염은 동시에 소화되는데, 이는 강한 화염으로 부터 약한 화염으로의 열손실에 기인한다. 이 경우 전체 계의 특성이 예혼합 화염의 특성에 가깝기 때문에 PPDF는 존재할 수 없다.

이를 종합하여 부분 예혼합-확산계의 $Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}}$ 의 전 범위에서 상호작용의 특성이 $Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.35$ 의 경우에 대해 Fig. 6에 표시되어 있다.

$Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}} < 0.62$ 의 경우 확산화염이 먼저 소화되고 이는 PPDF의 특성에 의해 전체계의 소화를 유발한다. $0.62 < Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}} < 1$ 의 경우에는 예혼합 화염의 소화가 전체 계의 소화를 유발시키며 $Y_{F_{\infty}}/Y_{F_{-\infty}} > 1$ 의 경우에는 두 예혼합 화염이 동시에 소화되어 전체계가 소화된다.

이 결과는 전체 계의 소화가 일단제로 발생한다는 기

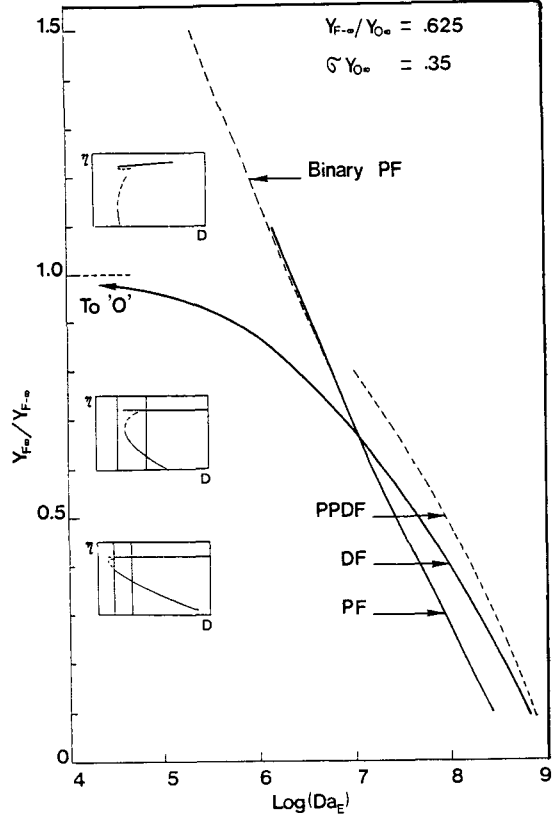


Fig. 6 Extinction Damköhler number as function of mixture concentration ($Y_{F_{-\infty}}/Y_{O_{\infty}}=0.625$, $\sigma Y_{O_{\infty}}=0.35$).

존의 실험결과⁽⁸⁾와 부합되어 부분 예혼합-확산계의 소화가 이론예측을 통해서도 항상 일단계로 발생함을 보여준다. 기존의 이론이⁽⁸⁾ 반응강도에 따라 PPDF의 존재가 예측되어 일단계 및 이단계 소화가 발생할 것으로 예측된 이유는 예혼합 화염과 확산화염의 해석에 있어 내부반응의 차수설정에 일관성이 없었으며 확산화염으로부터 예혼합 화염으로의 특성변화를 예측하지 못하였기 때문이다.

4. 결 론

부분 예혼합-확산계에 대한 해석의 결과는 화염 스트레치에 의한 화염의 소화가 항상 일단계로 발생하며 PPDF의 존재 가능성은 매우 희박함을 보여준다.

농도 특성에 따라서 예혼합 화염 혹은 확산화염의 소화가 전체 예혼합-확산계의 소화를 유발하며, 확산화염은 예혼합화염으로 그 특성이 변화될 수 있고 이에 따라 부분 예혼합-확산계에서 두 예혼합 화염이 존재할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구비의 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) S.H. Sohrab, Z.Y. Ye, and C.K. Law, 1985, "An Experimental Investigation on Flame Interaction and the Existence of Negative Flame Speed", Twentieth Symposium (International) on Combustion, p.1957, The Combustion Institute.
 (2) S.H. Sohrab, Z.Y. Ye, and C.K. Law, 1986, "Theory of Interactive Combustion of Counterflow Premixed Flames", Combust. Sci. Tech., Vol. 45, p. 27.
 (3) 정석호, 김종수, 1986, "상호작용을 하는 희박-희박 예혼합 화염의 소화특성에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제10권, 제 2 호, pp. 232~240.
 (4) 이충훈, 정석호, 1987, "과농-희박 예혼합 화염의 상호작용에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제11 권, 제 6 호, pp. 991~1000.
 (5) N. Peters, 1984, "Partially Premixed Diffusion Flamelets in Non-premixed Turbulent Combustion",

Twentieth Symposium (International) on Combustion", p. 353, The Combustion Institute.
 (6) A. Hamins, H. Thridandam, and K. Seshadri, 1986, "Structure and Extinction of a Counterflow Partially Premixed, Diffusion Flame", To appear in Chem. Eng. Sci.
 (7) T.H. Lin and S.H. Sohrab, 1987, "On the Transition of Diffusion to Premixed Flames in Conserved Systems", Combust. Flame, Vol. 68, pp. 73~79.
 (8) T.X. Li, D.L. Zhu, and C.K. Law, 1987, "On the Structure and Extinction of Partially Premixed Flames", WSS/CI, Spring Meeting, Provo, Utah, April.
 (9) V.K. Jain and S. Mukunda, 1968, "On the Ignition and Extinction Problems in Forced Convective Systems", Int. J. Heat Mass Trans., Vol. 11, pp. 491~508.
 (10) A. Linan, 1974, "The Asymptotic Structure of Counterflow Diffusion Flames for Large Activation Energies", Acta Astro., Vol. 1, pp. 1007~1039.
 (11) N. Peters, 1979, "Premixed Burning in Diffusion Flames-The Flame Zone Model of Libby and Economos", Int. J. Heat Mass Trans., Vol. 22, pp. 691~703.

부 록

내부 지배방정식의 해

예혼합 화염의 지배방정식 (20)의 유사한 형태가 참고문헌 (11)에 해석되어 있다. 이 해석에서는 2차 미분항의 계수를 2로 하여 열공급을 받는 화염의 correlation을 구하였다.

그러나, 단일 후류조건 $m=0$ 에서 2차 미분항은

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} = \frac{1d}{2d\theta} \left\{ \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right) \right\}^2 \quad (A1)$$

으로 표시되고 식 (20)의 우변 생성항은 θ 만의 함수가 되므로 생성항을 θ 에 대해 적분하고, $m=0$ 에서 후류 지역의 온도섭동이 없어야하므로 식 (18)에서 $a_r^+ = 0$ 이 되어 $\xi \rightarrow \infty$ 에서 $\theta \rightarrow 0$ 이 되는 조건과 식 (20)의 경계조건을 이용하면 생성항은 $-(2+\gamma_r)$ 이 된다.

따라서, 2차 미분항의 계수가 $2(2+\gamma_r)$ 이 되어야 하며 그렇지 못한 경우에는⁽¹¹⁾ $m=0$ 에서 특이성(singul-

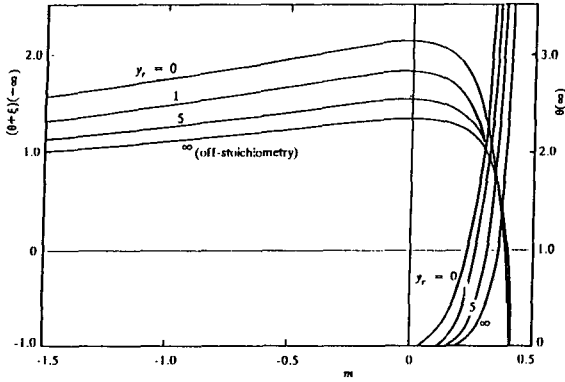


Fig. A1 Variation of $(\theta+\xi)(-\infty)$ and $\theta(\infty)$ with heat loss parameter.

arity)를 갖게 되어 $(\theta+\xi)(-\infty)$ 가 발산한다.

또한 $y_r \rightarrow \infty$ 인 경우에 식 (20)은 off-stoichiometry의 식으로 변환되어 기존의 결과를⁽¹⁰⁾ 이용할 수 있다.

식 (20)의 수치해석 결과가 Fig. A1에 표시되어 있는데 $m < 0$ 에서 $m > 0$ 으로 연속적으로 변화함을 보여 준다. 따라서 열손실을 받는 예혼합화염의 near-stoichiometry 구조도 계산할 수 있다.

예혼합화염에서 Damköhler 수와 화염특성을 연관시

키기 위해 필요한 correlation으로

$$f = \exp\{-m(\theta+\xi)(-\infty)\} \quad (A2)$$

로 정의하면

$$f = f_1(1-p) + f_2 p$$

$$p = \left(\frac{2}{2+y_r}\right)^{g(m)} \quad (A3)$$

$$g(m) = \begin{cases} 1.09362 + 0.36924|m|^{1/2} \\ +0.14291|m|; m \leq 0 \\ 1.09362; m > 0 \end{cases}$$

가 되며 여기서 f_1 은 $y_r \rightarrow \infty$, 즉 off-stoichiometry의 correlation이며, f_2 는 $y_r = 0$ 의 correlation으로

$$f_1 = \begin{cases} 1 - 1.344m + 0.6307m^2; m \leq 0 \\ \exp[-\{1.344m - 4m^2(1-m)/(1-2m) \\ + 1.2m^2 - \ln(1-4m^2)\}]; m > 0 \end{cases} \quad (A4)$$

$$f_2 = \begin{cases} 1 - 2.1274m + 2.17m^2 - 0.54m^3; m \leq 0 \\ \exp[-\{2.1274m - 7m^2(1-m)/(1-2m) \\ + 5.0m^2 - \ln(1-4m^2)\}]; m > 0 \end{cases} \quad (A5)$$

이다.

여기서 식 f_1 과 $m \leq 0$ 범위의 f_2 는 각각 Linan⁽¹⁰⁾과 Peters⁽¹¹⁾의 결과를 수정한 것이며 $m > 0$ 범위의 f_2 는 본 연구에서 구한 correlation이다. 따라서 식 (A3~A5)를 이용하면 near-stoichiometry에서 예혼합화염의 특성을 구할 수 있다.