

<論 文>

## 내접치차 가공용 구형 호브의 설계에 관한 연구

박 천 경\* · 박 등 삼\*\*

(1988년 9월 2일 접수)

### A Study on Design of Spherical Hob for Internal Gear Hobbing

Chun Kyung Park and Dong Sam Park

**Key Words** : Spherical Hob(구형 호브), Internal Gear(내접치차), Equivalent Pinion(가상치차), Tooth Profile Error(치형오차), Envelope(외접선), Hob Tooth Profile(호브 치형궤적), Generating Tooth Profile(창성치형궤적)

#### Abstract

Internal gear is the important part of the planetary reduction gear system. This study aims at developing the numerical analysis method for design of spherical hob to manufacture internal gear. Methods of calculation of hob tooth profile, generating tooth profile and tooth profile errors such as the errors of pressure angle, tooth thickness and pitch are proposed. The results of computer simulation show that pressure angle, tooth thickness and pitch of spherical hob must be made smaller than those of standard tooth profile. And, the smaller the pressure angle and the number of equivalent pinion tooth become, the larger the tooth profile errors are. One design example of spherical hob is proposed.

#### 1. 서 론

최근 자동차 등의 변속 장치에 있어서 감속 장치의 자동화, 고감속비화, 고출력화 및 소형화가 요구되고 있다. 이러한 요구에 부응한 것으로서 유성치차장치(planetary gear system)가 점차 실용화되고 있다.

한편, 유성치차장치의 주요 부분을 이루는 내접치차(internal gear)의 가공법에 대하여서도 활발한 연구가 진행되고 있다. 내접치차를 가공하는 방법으로는 피니언 커터에 의한 가공법이 주류를 이루고 있으나<sup>(1,2)</sup> 이 가공법으로는 생산성도 낮을 뿐만 아니라 가공 정밀도도 한계가 있다. 즉, 피니언

커터는 각기 별개의 절삭날로 치차를 가공하므로 각 절삭날의 치형오차와 피치의 오차가 가공되는 치차에 까지 옮겨지므로 고정도의 치차를 가공하기가 어렵다.

일반적으로 치차가공에 있어서 호브에 의한 가공이 가장 정밀도가 높고 능률적이거나 그 단점으로 내접치차의 가공이 어렵다는 단점을 가지고 있다. 그러나, 최근 호브를 이용하여 내접치차를 가공하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 지금까지 소개된 내접치차 가공용 호브로는 정위치 호브, barrel 형 호브<sup>(3)</sup>등이 있으나 이들은 가공 및 고정에 어려움이 많아 실용화된 것은 많지 않다.

1982년에 barrel 형 호브의 단점을 보완하여 호브의 중심과 가상 치차의 중심이 일치하도록 한 구형 호브(spherical hob)에 관한 연구가<sup>(4)</sup> 처음으로 발표되기에 이르렀다. 이에 의하면 구형호브를 이

\* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

\*\* 정회원, 서울대학교 대학원

용하여 호브 축을 경사시키지 않고 내접치차를 가공할 수 있으며 이때 호브의 치형은 표준 치형에서 압력각, 이두께 및 피치의 수정이 필요함을 보였다.

그러나, 호브의 설계에 있어 실제 내접치차를 가공하는 면이 되는 GTP(Generating Tooth Profile)를 구하는 것이 가장 중요한 문제가 된다. 종래의 방법은 2번의 좌표변환을 거쳐 절삭날 궤적의 최대, 최소 범위를 구해야 하며 이것 또한 근사해법이어서 이를 이론적으로 정확히 구할 수 있는 방법이 필요하게 되었다.

본 연구에서는 임의의 내접치차를 가공하기 위한 구형호브를 설계하는데 그 목적이 있으며 GTP를 구하는 방법으로는 CAD의 envelope 이론을 도입하여 근사해법이 아닌 해석적 방법으로 GTP를 구하였으며 이는 여러 오차 해석에서도 유용하게 이용되었다. 또한 호브의 설계를 위한 전산 프로그램을 개발하여 가공하고자 하는 내접치차의 데이터로부터 압력각, 이두께 및 피치의 값을 수정하여 호브를 설계함과 동시에 여유면 가공량 등을 바로 계산할 수 있도록 하였으며 이에 의한 구형 호브의 설계예를 제시하였다.

## 2. 구형 호브의 내접치차 가공 원리

Fig. 1은 구형 호브의 내접치차 가공원리를 나타낸 것이다. 호브의 축 중심과 구형의 중심은 서로 일치하며 이 중심을 축으로 호브는 회전 운동을 하게 된다. 이때, 호브의 절삭날은 내접치차를 가장 깊이 절삭하는 면에서 내접치차와 맞물려 회전하는 피니언 커터와 같으며 이를 가상치차라 정의한다. 내접치차를 가공할 때에는 호브의 1회전에 대하여 가상치차 및 내접치차의 회전각도  $\theta_n$ 은

$$\theta_n = 2\pi / Z_n \tag{1}$$

여기서,  $Z_n$  = 가상 치차의 잇수

만큼 회전하도록 하면서 내접치차 가공 소재의 축 방향으로 호브를 이송 시키면 내접치차와 가상치차는 이상적으로 맞물려 회전하면서 내접치차가 가공된다.

## 3. 호브 운동의 수치 해석

### 3.1 호브 치형 궤적(HTP)

호브 절삭날 위의 한 점이 호브 회전과 더불어

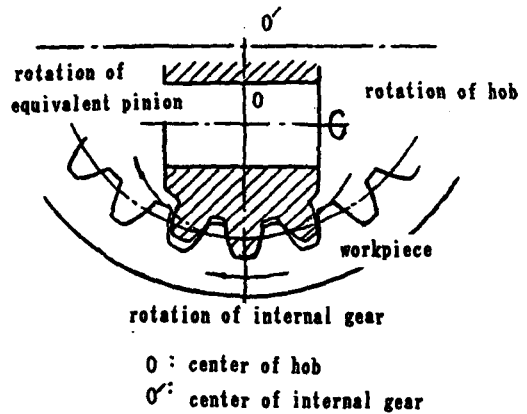


Fig. 1 Generation of internal gear by spherical hob

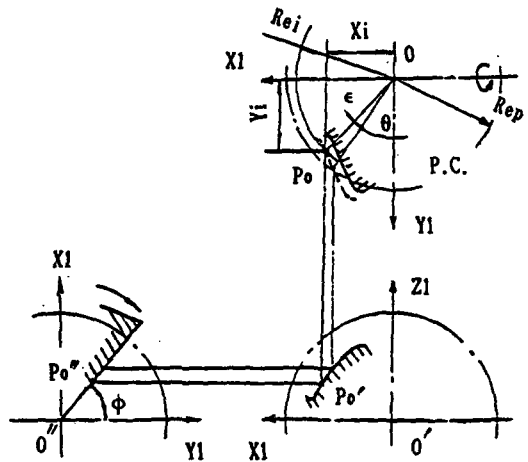


Fig. 2 Coordinate system of hob tooth

움직이는 궤적은 다음과 같이 구할 수가 있다. Fig. 2에서와 같이 호브의 회전 좌표계를  $(X1, Y1, Z1)$ 로 잡으면 호브의 축은  $X1$ , 가상치차의 축은  $Z1$ 이 된다. 호브가 회전할 때 호브의 중심에서 반지름  $Rei$ 인 절삭날 위의 점을  $Po$ 라 하면 점  $Po$ 는 축  $X1$ 을 중심으로 반지름  $Rei \cos(\theta + \epsilon)$ 인 회전 운동을 하게 된다. 이때  $Po$ 의 좌표는 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} X1i &= Rei \sin(\theta + \epsilon) \\ Y1i &= Rei \cos(\theta + \epsilon) \cos \phi \end{aligned} \tag{2}$$

한편, 치차의 기하학적 해석으로부터

$$\begin{aligned} \epsilon &= \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_1 \\ \alpha_1 &= \arccos(Reg/Rei) \end{aligned}$$

$$Reg = Rep \cos \alpha$$

여기서,  $\alpha$  = 피치점에서의 압력각

$\alpha_1$ =반지름  $Rei$ 에서의 압력각  
 $Reg$ =가상치차의 기초원 반지름  
 $Rep$ =가상치차의 피치원 반지름

또한, Fig. 2의 측면도에서 보는 바와 같이 호브가 각도  $\phi$ 만큼 회전할 때 가상치차도 각도

$$\theta n = \phi / Ze \quad (3)$$

만큼 상대 회전을 하게 되므로( $X1, Y1, Z1$ ) 좌표계를 축  $Z1$ 에 대하여  $\theta n$  만큼 회전시켰을 때의 좌표계를( $X2, Y2, Z2$ )라 하면 이 두 좌표계 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta n & \sin \theta n & 0 \\ -\sin \theta n & \cos \theta n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식(2)는 ( $X2, Y2, Z2$ ) 좌표계에서 식(4)를 이용하여 정리하면

$$\begin{aligned} X2i &= X1i \cos \theta n + Y1i \sin \theta n \\ Y2i &= -X1i \sin \theta n + Y1i \cos \theta n \end{aligned} \quad (5)$$

즉, 식(5)는 상대회전 좌표계( $X2, Y2, Z2$ )에서 점  $P0$ 의 궤적을 나타내게 된다. Fig. 3은 식(5)

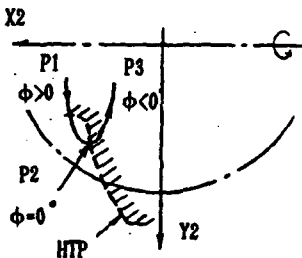


Fig. 3 Movement of hob tooth

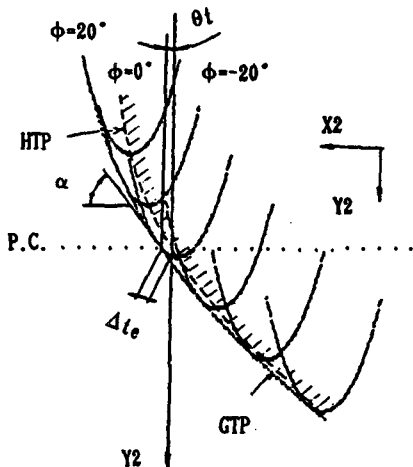


Fig. 4 HPT and GTP by computer simulation

를 이용하여 점  $P0$ 의 이동 궤적을 개략적으로 나타낸 것으로  $P0$ 는  $P1$ .. $P2$ .. $P3$ 의 순으로 이동하게 되는데  $P2$ 에서  $\phi=0^\circ$ 가 되며 포물선 형태를 띠게 된다. Fig. 4는 호브 절삭날 위의 여러 점들에 대한 이동 궤적을 컴퓨터 시뮬레이션으로 구한 것으로  $\phi=0^\circ$ 일 때의 점들 즉 포물선의 꼭지점 들을 연결한 곡선을 호브 치형궤적(HTP)이라 정의한다. 여기서 계산에 사용된 호브 데이터는 다음과 같다.

$$Ze=25, \alpha=20^\circ, \theta=0^\circ$$

### 3.2 창성 치형궤적

Fig. 4의 결과를 보면 실제 내접치차를 가공하는 면 즉, 호브의 절삭날이 기어 소재를 가장 깊이 파고 드는 면은 HTP가 아니라 절삭날 상의 각 점이 나타내는 포물선 궤적의 왼쪽 경계선(boundary curve)이 된다는 것을 알 수 있으며 이 경계선은 모든 포물선의 공통 접선이 된다. 이 경계선을 창성치형궤적(GTP)이라 정의한다.

호브에 의한 내접치차의 가공면이 되는 이 GTP를 구하는 것이 호브의 설계 이전 단계에서 가장 중요한 문제가 된다. 본 연구에서는 CAD 기초 이론의 하나인 곡선군의 envelope를 구하는 방법을 도입하여 다음과 같이 GTP를 구하였다.

식(5)는 식(2)를 이용하여 다시 쓰면

$$\begin{aligned} X2i &= Rei \sin(\theta + \epsilon) \cos \theta n + Rei \cos(\theta + \epsilon) \\ &\quad \times \cos \phi \sin \theta n \\ Y2i &= -Rei \sin(\theta + \epsilon) \sin \theta n + Rei \\ &\quad \times \cos(\theta + \epsilon) \cos \phi \cos \theta n \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\theta$ 는 일정하며  $\epsilon$ 는  $Rei$ 의 값에 따라 변하므로  $Rei$ 만의 함수이고 또한  $\theta n$ 은 식(3)으로부터  $\phi$ 만의 함수가 되므로 식(6)의 두 식은  $R$ 과  $\phi$ 만의 함수가 된다.  $X2i=X, Y2i=Y, Rei=R$ 이라 두면 식(6)은 다음과 같이 절삭날 궤적의 곡선군  $f(X, Y, R)=0$ 의 각 매개 변수

$$\begin{aligned} X &= X(R, \phi) \\ Y &= Y(R, \phi) \end{aligned} \quad (7)$$

로 간단히 표시된다. 여기서  $\phi$ 는 주어진 절삭날의 한 점의 궤적을 나타내는 변수가 되며  $R$ 은 곡선군에서 각 곡선을 구분하는 변수가 된다. 따라서,

$$\begin{aligned} f(X, Y, R) &= f[X(R, \phi), R] \\ &= F(R, \phi) = 0 \end{aligned}$$

궤적 포물선들의 모든 점에서 다음 조건이 만족

된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial R} &= \frac{\partial f}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial R} + \frac{\partial f}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial R} + \frac{\partial f}{\partial R} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \phi} &= \frac{\partial f}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \phi} + \frac{\partial f}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \phi} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

한편, 경계선인 envelope상의 모든 점들에 대하여

$$\frac{\partial f}{\partial R} = 0$$

이므로 식(8)을 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial R} \frac{\partial f}{\partial X} + \frac{\partial Y}{\partial R} \frac{\partial f}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{\partial X}{\partial \phi} \frac{\partial f}{\partial X} + \frac{\partial Y}{\partial \phi} \frac{\partial f}{\partial Y} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)를  $\frac{\partial f}{\partial X}$ 와  $\frac{\partial f}{\partial Y}$ 에 대한 방정식으로 보면 envelope가 존재하기 위한 조건은

$$\begin{aligned} Det \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial R} & \frac{\partial Y}{\partial R} \\ \frac{\partial X}{\partial \phi} & \frac{\partial Y}{\partial \phi} \end{bmatrix} &= 0 \\ \text{즉, } \frac{\partial X}{\partial R} \frac{\partial Y}{\partial \phi} - \frac{\partial X}{\partial \phi} \frac{\partial Y}{\partial R} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

따라서, 식(10)으로부터 envelope가 되는 곡선 상에서  $R$ 과  $\phi$ 의 관계가 구해지므로 식(6), (7)로부터  $R$ 혹은  $\phi$  값에 대한 envelope를 구할 수 있다. 즉, 식(6), (7), (10)으로부터  $R$ 과  $\phi$ 의 관계를 구하면

$$\begin{aligned} \sin^2 \phi \left\{ \frac{d\epsilon}{dR} R \tan(\theta + \epsilon) - 1 \right\} + Ze \left\{ \frac{d\epsilon}{dR} R \right. \\ \left. \times \tan(\theta + \epsilon) \right\} \sin \phi + \sec^2(\theta + \epsilon) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $\epsilon = \tan \alpha - \alpha - \tan\{\arccos(Reg/R)\} + \arccos(Reg/R)$

식(11)은  $\sin \phi$ 에 대한 이차 방정식이며 이를 풀면  $R$ 과  $\phi$ 의 관계를 구할 수 있다. 따라서, 임의의  $R$ 값에 대한  $\phi$  값이 결정되며 이들 두 값을 식(6)에 대입하면 envelope 상의 점( $X_e, Y_e$ )들을 구할 수 있다. 컴퓨터 시뮬레이션으로 구한 GTP를 Fig. 4에 나타내었다.

#### 4. 호브 치형의 설계

표준 치형의 구형 호브로 내접치차를 가공할 때 Fig. 4에서와 같이 GTP와 HTP를 비교해 보면 창성치차에는 압력각이 표준 압력각보다  $\Delta \alpha$ 만큼 커지게 되고 이두께도  $\Delta te$ 만큼 줄어들게 된다는 것

을 알 수 있다. 따라서, 표준 내접치차를 가공하기 위해서는 표준 호브에 압력각은  $\Delta \alpha$ 만큼, 이두께는  $\Delta te$ 만큼 미리 작게 해 주어야 한다.

#### 4.1 압력각의 수정

창성 내접치차의 압력각은 Fig. 4에 나타난 바와 같이 GTP의 피치점에서의 접선각  $\alpha_0$ 와  $\theta t$ 를 더한 각이 된다. 이두께 오차를  $\Delta te$ 라 하면

$$\theta t = \Delta te / Rep \quad (12)$$

따라서, 창성 내접치차의 압력각  $\alpha'$ 는

$$\alpha' = \alpha_0 + \theta t \quad (13)$$

한편, GTP에서의 접선각  $\alpha_0$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tan \alpha_0 = \frac{\partial X}{\partial Y} = \frac{\partial X}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial Y} = \frac{\partial X}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \quad (14)$$

식(6), (7)을 이용하여 식(14)를 풀면

$$\begin{aligned} \tan \alpha_0 &= \frac{\cos(\theta + \epsilon) [\sin \phi \sin \theta n - \cos \phi \cos \theta n \theta n']}{\cos(\theta + \epsilon) [\sin \phi \cos \theta n - \cos \phi \sin \theta n \theta n']} \\ &\quad + \frac{\sin(\theta + \epsilon) \sin \theta n \theta n'}{\sin(\theta + \epsilon) \cos \theta n \theta n'} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,  $\theta n' = \frac{dR}{d\phi} = \frac{1}{Ze}$

식(15)는  $R$ 과  $\phi$ 만의 함수이며 envelope상의 점 즉, 식(10)을 만족 시키는  $R$ 과  $\phi$ 를 대입하면  $\alpha_0$ 를 구할 수 있다. 따라서 식(13)에서  $\alpha'$ 를 구할 수 있으며 이 때 호브치형의 표준 압력각을  $\alpha$ 라 하면 압력각 오차  $\Delta \alpha$ 는

$$\Delta \alpha = \alpha' - \alpha = \alpha_0 + \theta t - \alpha$$

로 되고 표준치형에서  $\Delta \alpha$ 만큼 압력각을 작게 치형 수정을 해야 하며 이때 수정 압력각  $\alpha_m$ 은 다음과 같이 구한다.

$$\alpha_m = \alpha - \Delta \alpha \quad (16)$$

#### 4.2 이두께의 수정

GTP상의 피치점 좌표( $X2_0, Y2_0$ )를 구하고 HTP상에서 피치점 좌표는(0,  $Rep$ )이므로 이두께 오차  $\Delta te$ 는

$$\Delta te = \sqrt{X2_0^2 + (Y2_0 - Rep)^2} \quad (17)$$

따라서, 호브의 수정 이두께  $t_m$ 은

$$t_m = te - 2 \Delta te$$

여기서,  $te$  = 표준 치형의 이두께 ( $= \pi m/2$ ) (18)

#### 4.3 피치의 수정

Fig. 5에서 보는 바와 같이 실제의 내접치차와

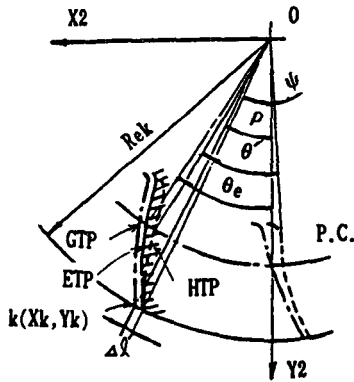


Fig. 5 Modification of hob pitch to prevent undercut

$$\psi = \theta_e - (\text{inv } \alpha_k - \text{inv } \alpha)$$

여기서,  $\alpha_k = \arccos(\text{Reg}/\text{Re}k)$

이때,  $\Delta l$ 은

$$\Delta l = \text{Re}k(\rho - \psi)$$

로 되고  $\Delta l$ 은 0이 되기 위해서는  $\rho = \psi$ 가 될 때까지  $\theta'$ 를 줄여 가면서 피치를 수정하여 간다. 수정량을  $\Delta p_e$ 라 하면

$$\Delta p_e = \text{Re}p(\theta_e - \theta_o) \tag{20}$$

여기서,  $\theta_o$ 는  $\rho = \psi$ 일때의  $\theta'$ 의 값

따라서, 호브의 수정피치  $p_m$ 은 다음과 같다.

$$p_m = m(\pi - \Delta p_e) \tag{21}$$

#### 4.4 여유면의 가공

호브는 치차 가공 도중 마멸에 의하여 날끝이 무디어지므로 계속 사용하기 위하여 재연삭을 해주어야 한다. 연삭 후의 호브가 동일한 치형의 내접치차를 가공할 수 있게 하기 위해서는 호브 절삭날에 적절한 여유각을 주어야 한다. 보통의 외접치차 가공용 원통 호브에서는 같은 캠을 이용하여 절삭날의 측면 여유면과 반경방향의 여유면을 가공해 주면 호브의 외경이 작아 지더라도 치형은 변하지 않아 동일 치형, 동일 이두께의 치차를 가공할 수 있다.

구형호브의 경우 Fig. 6에서와 같이 절삭날면 A-A'에서의 치형을 a, B-B'에서의 치형을 b라 할때 재연삭 후의 반경이  $\Delta r$ 만큼 줄어 들더라도 일정량의 절삭 깊이만 더해 준다면 치형 a 및 b에 의한 가공 내접치차의 치형이 같아지도록  $\Delta r$ 과 수정 이두께  $t_m'$ 의 상관 관계를 결정해 주어야 한다.

절삭날면 A-A'에서의 피치원 반경  $\text{Rep}$ 는

$$\text{Rep} = C Z_e / (Z_i - Z_e)$$

여기서,  $C = m(Z_i - Z_e)/2$

$Z_i$  = 내접치차의 잇수

절삭날면 B-B'에서의 피치원 반경  $\text{Reb}$ 는

$$\text{Reb} = (C + \Delta r) Z_e / (Z_i - Z_e) \tag{22}$$

그때의 압력각  $\alpha_b$ 는 식(22)를 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\alpha_b = \arccos(\text{Reg}/\text{Reb})$$

한편, Fig. 7에서 A-A' 절삭날면에 있어서의 가상치차 치형 a가 기준 치형이므로 가공 내치차의 기준 피치원  $R_{ip}$  상의 이두께  $t_i$ 는

$$t_i = p_e - t_e \tag{23}$$

여기서,  $p_e$  = 표준피치 ( $\pi m$ )

B-B' 절삭날면에 의한 가공 내접치차의 피치원

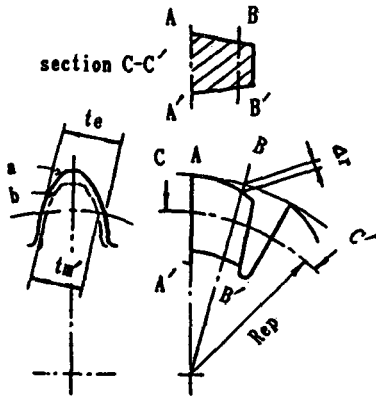


Fig. 6 Relieving hob tooth - Relation between tooth thickness and outside diameter

맞물려 회전하는 가상치차의 궤적을 ETP (Equivalent pinion Tooth Profile)라 정의하고 내접치차는 GTP에 의하여 가공되므로  $\Delta l$ 만큼 내접치차의 이뿌리를 과도 절삭(undercut)하게 된다. 따라서, 호브의 설계시에 창성 중심으로부터 1피치 떨어진 치형에 상당하는 절삭날에서의 오차  $\Delta l$ 이 0이 되도록 호브의 피치를 수정해야 한다.  $\Delta l$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta' = \theta_e - \Delta \theta \tag{19}$$

여기서,  $\theta_e$  = 피치의 중심각 ( $= 2\pi/Z_e$ )

식(19)의  $\theta'$ 와 식(16)의  $\alpha_m$ 을 식(6)의  $\theta$  및  $a$ 에 각각 대입하여 수정 GTP를 구할 수 있다. 이 수정 GTP상의 점 k에서의 좌표( $X_k, Y_k$ )를 구하면 그 중심각  $\rho$ 는

$$\tan \rho = X_k / Y_k$$

한편, 표준 가상치차의 이끝 중심각  $\psi$ 는

에서의 이두께  $tib$ 는

$$tib = Rib \{ ti / Rip + 2(inv \alpha_b - inv \alpha) \} \quad (24)$$

여기서,  $Rib$  = 가공 내접치차의 피치원 반경  
이 때의 중심거리  $C'$ 는

$$C' = Rik + h - Rek \quad (25)$$

여기서,  $Rik = Rib - a$

$$h = a + d$$

$a$  = 이끝높이

$d$  = 이뿌리높이

가 되고  $Rib$ 는 식(25)를 이용하여

$$Rib = C' Zi / (Zi - Ze)$$

$Rib$ 상에서의 가상치차의 이두께  $teb$ 는

$$teb = 2\pi Rib / Zi - tib$$

이때 가상치차의 기준 피치원상의 이두께  $t_m'$ 은

$$t_m' = Rep \{ teb / Reb + 2(inv \alpha_b - inv \alpha) \} \quad (26)$$

따라서,

$$\Delta t_m = te - t_m' \quad (27)$$

즉, 호브의 기준 피치원상의 이두께를  $\Delta t_m$ 만큼 작게 되도록 해주면 된다.

#### 4.5 호브의 폭

일반적으로 저철에 가공할 때에는 1.5피치 정도, 다듬질가공에 1 피치정도가 되도록 하고 있으나 강도 등을 고려하여 3 피치 정도로 정한다. 즉, 호브의 폭  $B$ 는

$$B = 3 p_m \quad (28)$$

여기서  $p_m$ 은 식(21)로 부터 구한다.

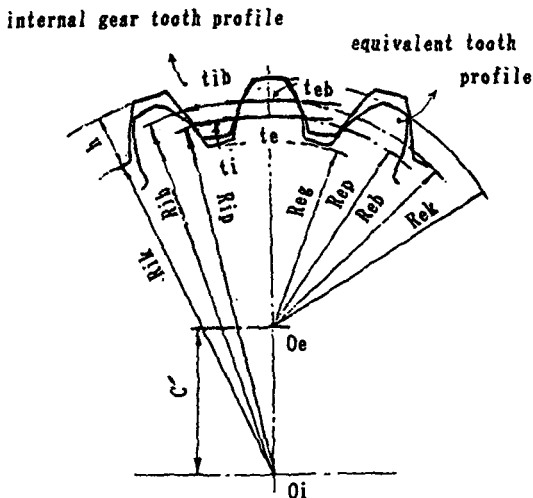


Fig. 7 Variation of tooth thickness due to relieving

### 5. 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 구형 호브의 설계

#### 5.1 설계 흐름도

임의의 내접치차를 가공하기 위한 구형 호브의 설계를 위한 컴퓨터 프로그램의 흐름도를 Fig. 8에 나타내었다.

#### 5.2 설계 결과 및 고찰

일반적으로 가상치차의 잇수는 20~50까지가 대부분으로 이 범위에서의 가상치차 잇수 변화에 따른 압력각 오차, 이두께 오차 및 피치오차를 Fig. 9, Fig. 10 및 Fig. 11에 각각 나타내었다. Fig. 9에서 보면 압력각 오차는  $Ze$ 가 20일때 표준 압력각

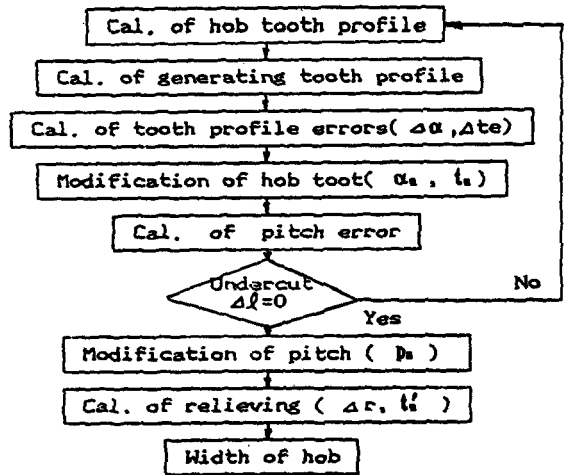


Fig. 8 Flow chart

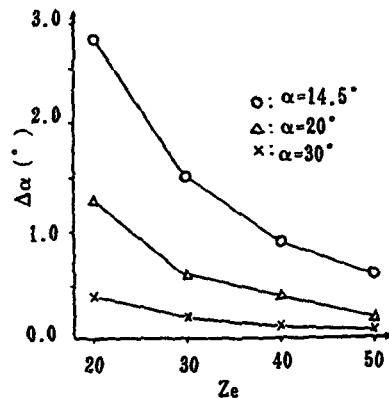


Fig. 9 Errors of pressure angle

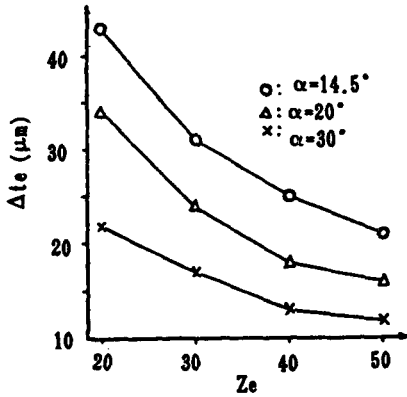


Fig. 10 Errors of tooth thickness

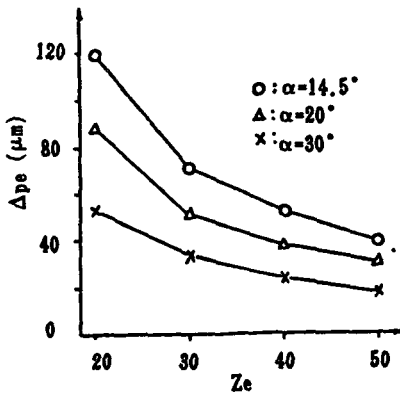


Fig. 11 Errors of pitch

이 14.5° 이면 2.8°, 20°이면 1.3°, 30°이면 0.4°로 표준 압력각이 작을수록 또한 압력각이 일정할 때 Ze가 적을 수록 압력각 오차는 크게 나타난다는 것을 알 수 있다.

한편, Fig. 10과 Fig. 11의 이두께 오차 및 피치 오차를 보면 이들 오차도 압력각 오차와 같은 경향을 보이고 있는데 압력각이 작을수록 또한 가상치차의 잇수가 적을수록 오차는 더 크게 나타나고 있다.

5.3 설계 예

- \* 가공 내접치차 : 잇수 Zi=50, 모듈 m=1
- 압력각 α=20°,
- 이끝높이 a=1.0mm
- 이뿌리 높이 d=1.250mm
- 피치 p=3.142mm,
- 이두께 t=1.571mm

\* 구형 호브의 설계 단계

(1) 가상치차의 잇수 결정

파니언 커터로 내접치차를 가공할 때 간섭현상을 방지하기 위하여 커터 잇수를 적절히 선택하여야 한다. 내접치차의 간섭에 관한 많은 연구 결과(6,7)로부터

$$23 \leq Ze \leq 32$$

여기서는 Ze=25로 잡는다.

(2) GTP 해석에 의한 압력각 및 이두께 수정

Ze=25, 압력각 α=20°인 표준 치형 호브에서 압력각 오차 Δα 및 이두께 오차 Δte를 구하면

$$\Delta \alpha = 0.916^\circ \rightarrow \text{수정 압력각 } \alpha_m = 19.084^\circ$$

$$\Delta te = 27 \mu\text{m} \rightarrow \text{수정 이두께 } t_m = 1.516 \text{mm}$$

(3) 피치의 수정

호브에 의한 내접치차 이뿌리의 과도절삭을 방지하기 위한 피치의 오차 해석으로 부터

$$\Delta pe = 65 \mu\text{m} \rightarrow \text{수정 피치 } p_m = 3.076 \text{mm}$$

(4) 호브날의 여유면 가공

호브의 재연삭 후에도 동일 치형의 내접치차 가공을 위하여 여유면 가공량은 Δr과 t<sub>m</sub>'의 해석 결과 Table 1과 같이 가공하면 된다.

Table 1 Relation between Δr, Δte and t<sub>m</sub>'(mm)

Δr	Δte	t <sub>m</sub> '
0.0	0.0	1.571
0.1	0.071	1.499
0.2	0.147	1.424
0.3	0.227	1.344
0.4	0.310	1.261
0.5	0.397	1.174
0.6	0.487	1.084
0.7	0.580	0.991

(5) 호브의 폭 결정

$$\text{호브의 폭 } B = 3 p_m = 9.228 \text{mm}$$

이상의 결과를 정리하면 호브 설계치는 다음과 같다.

$$\text{피치원 직경 } Rep = 25.0 \text{mm}$$

$$\text{외경 } Do = 27.50 \text{mm}, \text{ 피치 } p_m = 3.076 \text{mm}$$

$$\text{이두께 } t_m = 1.516 \text{mm}, \text{ 압력각 } \alpha_m = 19.084^\circ$$

$$\text{모듈 } m = 1, \text{ 폭 } B = 9.228 \text{mm}$$

여유면 가공 : Table 1에 따른다.

## 6. 결 론

## 참 고 문 헌

내접치차 가공용 호브의 설계를 위한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 내접치차의 가공은 구형 호브의 창성 치형 궤적에 따라 이루어 지며 가공 치형은 표준치형보다 압력각이 커지고 이두께는 감소하는 것으로 나타나 치형수정이 필요함을 알았다.

(2) 압력각 및 이두께 오차는 호브의 가상치차 잇수가 적을 수록 그리고 압력각이 작을 수록 더욱 크게 나타났다.

(3) 가공시 undercut 방지를 위하여 피치의 수정이 필요함을 알았으며 호브의 가상치차 잇수 및 압력각이 작을수록 호브의 피치 수정량은 크게 나타났다.

(4) 호브의 해석에 있어 가장 중요한 요소인 창성 치형 궤적을 구하기 위하여 envelope 이론을 도입하였으며 이를 이용하여 구형 호브 설계용 프로그램을 개발하였다.

- (1) H. Bibring, 1984, "Handbook of Machine Tools", Vol. 1, John Wiley & Sons, New York, pp. 154~209.
- (2) F.H.Colvin, F. A. Stanley, 1943, "Gear Cutting Practice", 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- (3) M. Sakamoto, 1972, "Hob for Internal Gear", JSME, 38-312, pp. 2139~2148.
- (4) M. Ainoura, Y. Hiroo, 1982, "Hobbing of the Internal Gear", JSME, 48-432, pp. 1227~1234.
- (5) I.D. Faux, M.J. Pratt, 1981, "Computational Geometry for Design and Manufacture", John Wiley & Sons, New York, pp. 36~40.
- (6) K. Hattory, 1968, "Internal Gear", Machine Design, 12-10, pp. 27~34.
- (7) M. Senba, 1961, "Gear", Vol. 1, Nikkankogyo, Tokyo, pp. 167~178.
- (8) H.E. Meritt, 1971, "Gear Engineering", John Wiley & Sons, New York.
- (9) E. Buckingham, 1962, "Manual of Gear Design-Spur & Internal Gears", AGMA, New York.