

<論 文>

복사에 관여하는 유한 원통형 매질에서의 복사열전달

—엄밀해 및 P-N해—

서인수* · 손종관** · 임승욱** · 이준식***

(1988년 8월 25일 접수)

Radiative Heat Transfer in Radiatively Participating Finite Cylindrical Media

—Exact and P-N Solutions—

In Soo Suh, Jong Kwan Son, Seung Wook Lim and Joon Sik Lee

Key Words : Spherical Harmonics Method (구조화 근사법), Delta-Eddington Scattering (델타 에딩턴 산란), Optical Thickness (광학두께)

Abstract

An analysis of radiative heat transfer has been conducted on axisymmetric finite cylindrical media. It is assumed that the temperature in the media is uniformly distributed and the boundaries are diffusely emitting and reflecting at a constant temperature. The scattering phase function is represented by the delta-Eddington approximation to account for highly forward scattering by particulates just as in the combustion system. Exact numerical solutions are obtained by Gaussian quadrature method and compared with P-1 and P-3 approximation solutions to verify their engineering application limit. The effects of optical thickness, scattering albedo, wall emissivity and aspect ratio are investigated. The results show that P-3 approximation is found to be in good agreement with the exact solution.

기 호 설 명

- | | |
|----------------------------------|--------------------------|
| A_0 : 식 (2)에서 정의된 계수 | l : 방향코사인 |
| A_1 : 식 (A4.a)에서 정의된 계수 | a_n, a_z : r, z방향의 열유속 |
| A_2 : 식 (A4.b)에서 정의된 계수 | r : 반경방향 좌표 |
| A_3 : 식 (A4.c)에서 정의된 계수 | T : 온도 |
| A_4 : 식 (A4.d)에서 정의된 계수 | T_0 : 기준온도 |
| a_1, a_2 : 식 (7)에서 정의된 계수 | x : 일반좌표 |
| f, g : 식 (6)에서 정의된 델타 에딩턴 산란계수 | z : 축방향좌표 |
| G : 식 (20)에서 정의된 생성항 | β : 상각계수 |
| I : 복사강도 | δ : 델타 함수 |
| | ϵ : 방사율 |
| | η : 무차원화된 축방향좌표 |
| | θ : 등위각 |
| | χ : 흡수율 |

*대우자동차(주)기술연구소

**서울대학교 대학원

***정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

- λ : 방사율과 반사율의 비
- ξ : 무차원화된 반경방향좌표
- π : 원주율
- σ : Stefan-Boltzmann 상수, 또는 산란계수
- τ_0 : 무차원화 한 광학두께
- ϕ : 방위각
- ψ : 식 (14)로 정의된 산란각
- Ω : 입체각
- $\hat{\Omega}$: 방향벡터
- ω : 산란알베도
- ω_0 : 무차원화한 산란알베도

상첨자

- ' : 산란양 또는 dummy variable
- i : 입사량

하첨자

- b : 흑체
- ijk : 방향
- l : 하벽
- o : 외벽 또는 무차원화 변수
- r : 반경방향
- u : 상벽
- w : 벽
- z : 축방향
- 11 : 반경방향의 2차모멘트
- 13 : 반경방향과 축방향의 2차모멘트
- 33 : 축방향의 2차모멘트

1. 서 론

연소실, 산업용로 등과 같은 고온 열시스템에서 복사열전달의 중요성이 인식되어 최근 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 복사물성치가 파장에 따라 불규칙적인 분포를 보이며 온도, 압력 등에 크게 의존하는 특성 때문에 실험적으로 측정하기가 대단히 어렵고, 유연(soot)을 포함하는 연소가스와 같은 기체-입자 매질에 대한 자료는 거의 찾아볼 수 없으며, 또한 복사전달현상이 전도열전달과 같은 확산과정이 아니라 원거리에서 작용하기 때문에 지배방정식이 고차의 비선형 미적분방정식으로 주어지므로 해석에 많은 어려움이 있어 이 분야의 지속적인 연구가 요구되고 있다.

복사열전달이 시스템의 기하학적 형상에 크게 의

존하는데 비해 지금까지는 그 기본특성을 이해하기 위한 노력으로 주로 1차원 평행매질이나 무한 원통형매질에 대한 연구가 이루어져 왔으며⁽¹⁾, 최근에 와서 실제 열시스템에 적용하기 위하여 비등방성 산란을 고려한 원통형매질에 대한 연구가 수행되고 있다⁽²⁾. Dua와 Cheng⁽³⁾은 산란이 없는 원통 및 중심원통형매질에서 복사전달방정식의 형식해(formal solution)로부터 복사열유속의 분포를 구하였고, Crosbie와 Dougherty⁽⁴⁾는 비등방성 산란을 하는 1차원 무한 원통형매질에서의 복사열전달을 해석하였으며, Azad와 Modest⁽⁵⁾는 산란이 없는 경우 형식해를 1차 적분방정식으로 표현하여 계산하였으나 이들은 연소실내의 복사열전달 예측에는 적합하지 못하다. 복사전달방정식에 대한 수치해법의 대표적인 예로 Monte Carlo방법과 Zonal방법 등을 들 수 있는데, Monte Carlo방법은 복사의 파장의존성, 방향성, 복잡한 기하학적 구조 등을 모두 수용할 수 있는 방법이지만 계산시간이 많이 소요되는 통계학적 접근방법이므로 대류유동과 연계될 때 병행하여 사용하기가 어렵고, Zonal방법은 비회기체나 다차원 형상 그리고 비등방성 산란을 수용하는데 문제가 있으며 또한 대류유동과 연계될 때 병행하여 사용하기가 어렵다. 따라서 대류유동의 해석을 위한 유한차분법과 병행하여 사용할 수 있는 미분형근사에 대한 연구가 많이 이루어지고 있으며, 이에는 다유속근사(multi-flux model)⁽⁶⁾, 구분종좌표법(discrete-ordinate method, S-N)⁽⁷⁾, 구조화법(spherical harmonic method, P-N)⁽⁸⁾ 등이 있다. 이들 방법은 비교적 간편하게 유한차분법과 접합하여 사용할 수 있으나 그 정확성을 검증하기 위한 실험결과나 엄밀해의 결여로 인하여 근사에 대한 오차를 예측할 수 없는 문제가 있다.

따라서 본 연구에서는 흡수, 방사 및 비등방성 산란을 하는 축대칭 유한원통형매질에서의 형식해로부터 Gaussian Quadrature를 이용하여 수치적으로 엄밀해를 구하고 P-1과 P-3근사해법을 통하여 얻어진 해와 비교하여 P-1과 P-3근사해법의 타당성을 검토하였다. 또한 매질의 광학두께, 산란알베도, 벽면방사율, 형상계수 등을 주요 파라미터로 하여 이들의 영향에 대하여 고찰하였다.

2. 형식해

복사를 흡수, 방사 및 산란하는 매질내에서의 복

사전달방정식을 무차원화하여 나타내면 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$\frac{1}{\tau_0} \frac{dI(s, \hat{\Omega})}{ds} + I(s, \hat{\Omega}) = S(s, \hat{\Omega}) \quad (1)$$

식 (1)에서 τ_0 는 무차원화된 광학길이를 나타내고 I 는 복사강도를 의미하며, s 는 거리, $\hat{\Omega}$ 는 방향벡터이고 S 는 생성함수(source function)로서 다음과 같이 표시된다.

$$S(s, \hat{\Omega}) = (1 - \omega_0) I_b(T) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\Omega' = 4\pi} P(\hat{\Omega}, \Omega') I(s, \Omega') d\Omega' \quad (2)$$

ω_0 는 산란계수의 상각계수에 대한 비로 정의되는 산란알베도(scattering albedo)를 무차원화한 것이며, P 는 산란위상함수이고, I_b 는 흑체복사강도이다.

본 연구에서는 산란위상함수는 delta-Eddington 산란근사⁽¹⁰⁾를 도입하였는데, 매질이 비등방성산란을 할 경우와 매질내의 온도구배가 큰 경우에 잘 맞는 것으로 알려져 있으며⁽¹¹⁾, 다음과 같이 근사된다.

$$P(\hat{\Omega}, \Omega') = 2f\delta(1 - \cos\psi) + (1-f)(1 + 3g \cos\psi) \quad (3)$$

δ 는 Dirac delta함수이며, ψ 는 산란각을 표시하고, f 는 좌표축과 평행한 방향의 전방 산란율을, g 는 위상함수를 Legendre Polynomial로 급수전개할 때의 비대칭요소를 의미하는 것으로 각각 다음과 같다.

$$g = \frac{a_1 - a_2}{1 - a_2}, \quad f = a_2 \quad (4)$$

$$2(n+1)a_n = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \tau_0 S(s', \hat{\Omega}) \exp[-\tau_0(s-s')] ds' \quad (6)$$

식 (6)의 첫번째 항은 경계면에서 나오는 복사강도가 s 위치에 도달하였을 때, $e^{-\tau_0 s}$ 만큼 흡수 및 산란의 결과로 감소하는 것을 나타내고 두번째 항은 경계면에 접합된 매질에서 경로 s 까지 분포된 생성함수의 영향을 나타낸다.

식 (6)을 기하학적 관계를 이용하여 Fig. 2의 축대칭 원통형 모델에 적용하면 다음과 같다⁽¹²⁾.

$$(1) \quad -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}, \quad \theta_A < \theta < \theta_B \text{의 경우}$$

$$I = I_w f_1(\xi', \xi, \theta, \phi) + \int_{\theta \sin \phi}^{\theta_0} \tau_0 S(\xi', \eta, \theta, \phi) f_3 \times (\xi', \xi, \theta, \phi) f_1(\xi, \xi', \theta, \phi) d\xi' + \int_{\theta \sin \phi}^{\xi} \tau_0(\xi', \eta, \theta, \phi) f_3(\xi', \xi, \theta, \phi) f_2$$

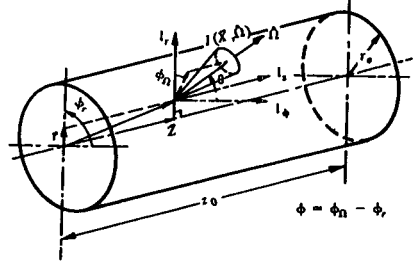


Fig. 1 Coordinate system

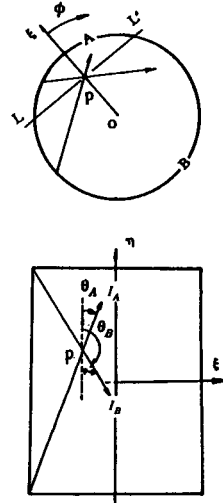


Fig. 2 Coordinate for expressions of incident intensity in formal solution

$$\times (\xi', \xi, \theta, \phi) d\xi' \quad (7)$$

여기서 I_w 는 벽면의 복사강도를 의미하는 것이며, 함수 f_1, f_2, f_3 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_1(\xi', \xi, \theta, \phi) = \exp\left[\frac{-\tau_0 \xi}{\sin \theta} (\cos \phi + \sqrt{(\xi'/\xi)^2 - \sin^2 \phi}) \right] \quad (8)$$

$$f_2(\xi', \xi, \theta, \phi) = \exp\left[\frac{-\tau_0 \xi}{\sin \theta} (\cos \phi - \sqrt{(\xi'/\xi)^2 - \sin^2 \phi}) \right] \quad (9)$$

$$f_3(\xi', \xi, \theta, \phi) = \frac{\tau_0(\xi'/\xi)}{\sin \theta \sqrt{(\xi'/\xi)^2 - \sin^2 \phi}} \quad (10)$$

여기서 θ_A 와 θ_B 는 다음과 같다.

$$\theta_A = \tan^{-1} \left[\frac{\xi \cos \phi + \sqrt{(\xi_0^2 - \xi^2 \sin^2 \phi)}}{\eta} \right]$$

$$\theta_B = \tan^{-1} \left[\frac{\xi \cos \phi + \sqrt{(\xi_0^2 - \xi^2 \sin^2 \phi)}}{\eta - \eta_0} \right]$$

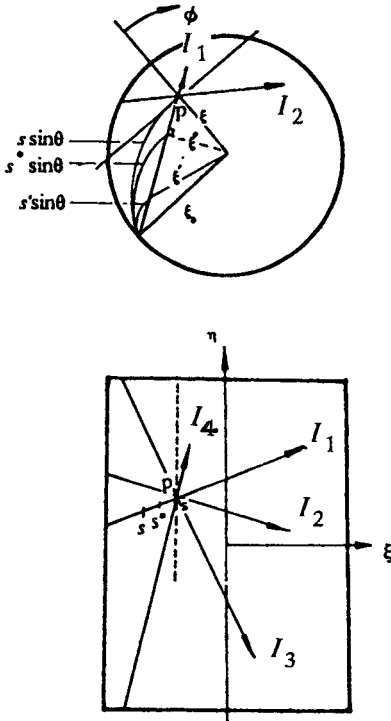


Fig. 3 Geometric illustration for expression of incident intensity

(2) $\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{3}{2}\pi$, $\theta_A < \theta < \theta_B$ 의 경우

이 경우는 Fig. 3에서 실선 LL'을 기준으로 외벽 B부분에서 나오는 복사강도 I_2 를 나타내는데 이 영역의 복사강도는 다음과 같다.

$$I = I_w f_1(\xi', \xi, \theta, \phi) + \int_0^{\theta_0} \tau_0 S(\xi', \eta, \theta, \phi) \times f_3(\xi', \xi, \theta, \phi) f_1(\xi', \xi, \theta, \phi) d\xi' \quad (11)$$

(3) $0 < \phi < 2\pi$, $0 < \theta < \theta_A$ 의 경우

이 경우에는 Fig. 3에서의 I_3 , 즉 밑면에서 나오는 복사강도를 의미한다. 이때 $s = \frac{\eta}{\cos\theta}$ 로 나타내고, 이것을 이용하여 식 (2)의 형식해를 ξ , η 로 표현하면 다음과 같다.

$$I = I_w f_4(\eta', \eta, \theta) + \int_0^{\eta_0} \tau_0 S(\xi, \eta', \theta, \phi) f_4(\eta', \eta, \theta) d\eta' \quad (12)$$

여기서 함수 f_4 는 다음과 같이 표시된다.

$$f_4(\eta', \eta, \theta) = \exp\left[-\frac{\tau_0(\eta - \eta')}{\cos\theta}\right] \quad (13)$$

(4) $0 < \phi < 2\pi$, $\theta_B < \theta < \pi$ 의 경우

이 경우는 Fig. 3에서의 I_4 , 즉 윗면에서 나오는

Table 1 The θ and ϕ limits on each boundaries

Boundary	θ	ϕ
$\xi=1$	$0-\pi$	$\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}$
$\eta=0$	$0-\frac{\pi}{2}$	$0-\pi$
$\eta=1$	$\frac{\pi}{2}-\pi$	$\pi-2\pi$

복사강도를 나타낸다. 이때 s 는

$$s = \frac{\eta_0 - \eta}{\cos(\pi - \theta)} = \frac{\eta_0 - \eta}{\cos\theta} \quad (14)$$

로 나타내며, 이를 이용하여 형식해를 표현하면 다음과 같다.

$$I = I_w f_4(\eta', \eta, \theta) - \int_0^{\eta_0} \tau_0 S(\xi, \eta', \theta, \phi) f_4(\eta', \eta, \theta) d\eta' \quad (15)$$

(1), (2)는 원통벽에서 나온 복사강도의 경로를 따른 적분이며 (3)은 원통의 아래벽면 (4)는 윗면에서 나온 복사강도의 경로를 따른 적분을 나타낸다.

벽면에서 확산적으로 방사, 반사할 경우에 벽면에서의 복사강도 I_w 는 벽면에서 방사되는 복사강도와 반사되는 복사강도의 합으로 나타난다. 이때 반사되는 복사강도는 벽면에 수직 방향의 방향 코사인 값을 곱하여, 복사강도가 입사되는 입체각의 범위에 대해 적분하여 얻어지는데, 입체각의 범위는 Table 1과 같다. 즉 경계면에서의 복사강도 I_w 는 다음과 같이 표현된다.

$$I_w = \epsilon_w I_{bw} + (1 - \epsilon_w) \frac{\int I_w i d\Omega}{\int i d\Omega}, \quad i = r, z \quad (18)$$

I_{bw} 는 벽면의 흑체 복사강도를 의미한다.

3. 구조화 근사법

축대칭 유한원통내에 흡수, 방사 및 산란하는 매질의 복사전달방정식에 구조화근사를 적용하면 다음과 같은 P-1 및 P-3근사식을 구할 수 있다⁽¹³⁾.

P-1근사:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) I_0 = -A_0 G(r, z) \quad (17)$$

여기서 A_0 와 G 는 각각 다음 식으로 표현된다.

$$G(r, z) = 4\pi I_b [T(r, z)] - I_0(r, z) \quad (18)$$

$$A_0 = 3(1 - \omega_0)(1 - \omega_0 g) \tau_0^2 \quad (19)$$

P-3근사 :

$$\left[\frac{4}{5} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{4}{5} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - B_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left(2 \frac{B_2}{r^2} + \frac{14}{3} \tau_0^2 \right) \right] I_0$$

$$= -\frac{7}{3} \tau_0^2 (1 - \omega_0) G(r, z) + A_1(r, z) \quad (20.a)$$

$$\left[3B_6 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + B_7 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left(4 \frac{B_2}{r^2} + 7\tau_0^2 \right) \right] I_{rr}$$

$$= -\frac{7}{3} \tau_0^2 (1 - \omega_0) G(r, z) + A_2(r, z) \quad (20.b)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + 3B_6 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 3B_6 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - 7\tau_0^2 \right] I_{zz}$$

$$= -\frac{7}{3} \tau_0^2 (1 - \omega_0) G(r, z) + A_3(r, z) \quad (20.c)$$

$$\left[B_2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + B_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + B_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left(\frac{B_2}{r^2} + 7\tau_0^2 \right) \right] I_{rz}$$

$$= A_4(r, z) \quad (20.d)$$

위 식에서의 함수 A, G 계수 B에 대한 표현 및 식 (17)과 식 (20)의 복사강도 모멘트로 표시되는 복사강도는 부록에 수록하였다.

구조화근사의 경계조건은 Mark's 경계조건과 Marshak's 경계조건이 있는데 Marshak's 경계조건이 일반적으로 더 우수하다고 알려져 있다⁽⁹⁾. 경계벽면은 확산적으로 방사, 반사하는 면으로 가정하여 Marshak's 경계조건에 따라 복사강도를 반구에 대해 적분하면 다음과 같다.

P-1근사의 경계조건 :

$$I_0 \pm \frac{2(1+2\lambda_w)}{3(1-\omega_0 g) \tau_0} \frac{\partial I_0}{\partial x_i} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^4, \quad x_i = r, z \quad (21)$$

식 (21)에서 (-)부호는 벽면의 수직 벡터가 좌표계에 대해 반대방향인 경우이며 λ_w 는 벽면의 반사율과 방사율의 비로서 다음과 같다.

$$\lambda_w = \frac{\rho_w}{\epsilon_w} = \frac{1 - \epsilon_w}{\epsilon_w} \quad (22)$$

P-3근사의 경계조건 :

$$3I_0 \pm 15I_{ii} \pm (-16)(1+2\lambda_w)I_i = 32\pi I_b(T_w) \quad (23.a)$$

$$-(2+5\lambda_w)I_0 \pm (-16\lambda_w)I_{ii} \pm (-32)(1+\lambda_w) \times I_{iii} = 32\pi I_b(T_w) \quad (23.b)$$

$$5I_{ij} \pm (-8)I_{ijj} = 0 \quad (23.c)$$

$$32\pi I_b(T_w) = (8+5\lambda_w)I_0 \pm (-16\lambda_w)I_i \pm (-64)(1+\lambda_w)I_{ijj} + (1+\lambda_w)(I_{jj} - I_{kk}) - 15\lambda_w I_{ii} \quad (23.d)$$

매질의 온도는 1로 균일하게 주었으며 r_0 인 중심에 서는 대칭조건을 적용하였다.

열유속은 1차복사강도 모멘트이므로 다음과 같

다.

$$q_i(r, z) = I_i(r, z) \quad (24)$$

P-1 및 P-3근사에 의한 복사열유속은 다음과 같이 표시된다.

P-1근사 :

$$q_i(i, j) = -\frac{1}{3\tau_0(1-\omega_0 g)} \frac{\partial I_0}{\partial x_i} \quad (25)$$

P-3근사 :

$$q_r(r, z) = -\frac{1}{\tau_0(1-\omega_0 g)} \left[\frac{\partial I_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial I_{rz}}{\partial z} - \frac{1}{r}(I_0 - 2I_{rr} - I_{zz}) \right] \quad (26.a)$$

$$q_z(r, z) = -\frac{1}{\tau_0(1-\omega_0 g)} \left[\frac{\partial I_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial I_{rz}}{\partial r} - \frac{1}{r} I_{zz} \right] \quad (26.b)$$

4. 수치해석

형식해는 Gaussian Quadrature로 계산하였으며 점의 개수는 $M=5$ 로 하여 적분하였고⁽¹²⁾ 21×16 의 비균일 격자계를 이용하였다. 벽면의 영향과 매질의 영향을 분리하여 계산하여 벽면의 영향을 없애기 위해 한 점 안의 값으로 표현하였다. P-1 및 P-3근사의 계산은 중심 차분법(central difference method)을 도입하였으며, 서로 다른 방향에 대한 미분 ij 항 때문에 격자점은 9점이 연결된 차분식으로 구성된다⁽¹⁴⁾. 경계조건식들은 Taylor급수를 전개할 때 1차 미분항까지를 취한 전방차분과 후방차분으로 차분식을 만들어 반복계산을 수행하였다. 식(20.d)은 계산결과에 큰 영향을 주지 못하며 이식을 포함해서 계산할 경우 계산시간이 많이 소요되므로 계산에서 제외하였다⁽¹⁵⁾. 격자수는 형상비의 영향을 계산한 경우를 제외하면 21×21 개로, 격자 간격은 균일하게 하였으며 격자수를 증가시키에 따라 계산의 정확도는 약간 향상되었으나 큰 차이는 없었고, 각 계산의 경우에서 초기값과 relaxation factor의 영향이 수렴될 때까지의 반복계산 횟수에 큰 영향을 주게 되어 P-1계산의 결과를 P-3근사의 초기값으로 설정하였으며 수렴조건은 반복계산에서 모든 격자점의 열유속의 차가 10^{-5} 이내인 범위일 때로 하였다.

5. 결과 및 검토

Fig. 4에 광학두께의 변화에 따른 원통벽에서의

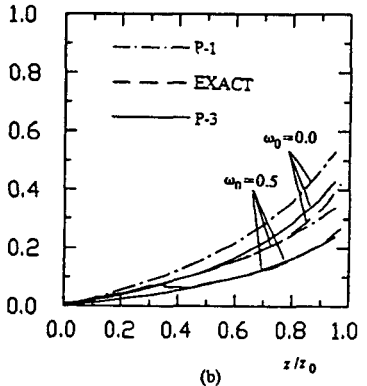
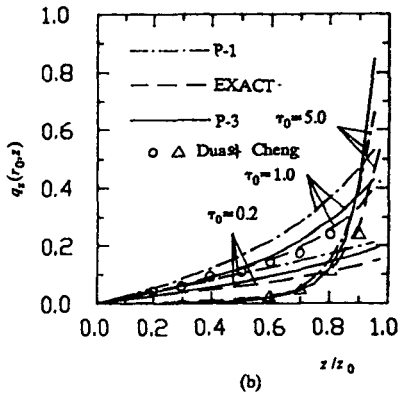
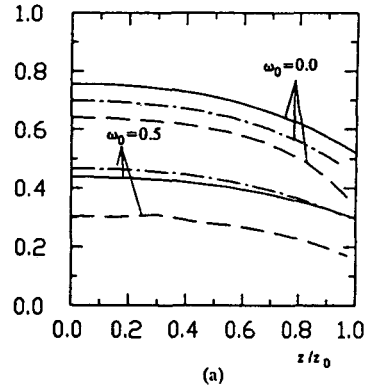
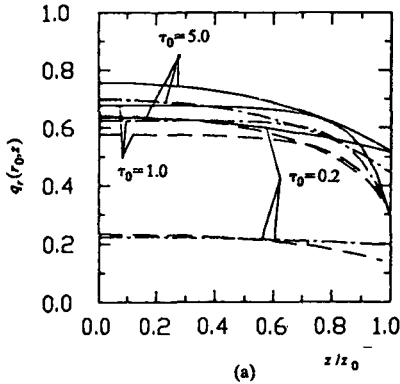


Fig. 4 Effects of optical thickness on heat flux distribution ($\omega_0=0.0$, $\epsilon_w=1.0$, $L/r_0=1.0$)

Fig. 5 Effect of scattering albedo on heat flux distribution ($\tau_0=0.0$, $\epsilon_w=1.0$, $L/r_0=1.0$)

복사열유속 분포를 나타내었다. Fig. 4(a)는 축방향에 따른 반경방향 열유속의 분포를 나타내는데, 광학두께가 두꺼울수록 상벽근처에서의 변화가 급격하며 광학두께가 얇으면 거의 선형적으로 변하고, 또한 광학두께가 두꺼울수록 상대오차가 작게 나타남을 알 수 있다. P-1근사와 P-3근사를 비교해 보면 P-3근사의 경우가 오차가 크게 나타나는데 이는 일반적으로 P-3가 P-1보다 더 정확하다고 알려져 있는 것과 다른 결과로, 그 이유는 P-3근사의 경우 벽면에서의 투사복사의 변화가 급격하므로 투사복사의 미분으로 표현되는 열유속이 크게 되기 때문이다. 그러나 경향은 대체로 일치하므로 P-3근사에 의한 벽면에서의 열유속에 대한 정성적인 예측은 가능하다고 본다. Fig. 4(b)는 축방향의 열유속을 나타내는데 광학두께가 두꺼울수록 벽면근처를 제외하고는 P-3근사해가 엄밀해와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러므로 광학두께가 큰 시스템, 즉 매질의 복사물성치가 일정할 때에 특성길이가 큰 산업용

로, 보일러 등에서의 복사열전달을 고려한 성능예측에 있어 비교적 정확하게 P-3근사에 의해 예측할 수 있다.

Fig. 5에 등방성 산란일 때의 산란알베도의 변화에 따른 복사열유속을 나타내고 있다. Fig. 5(a)는 축방향에 따른 반경방향 열유속 분포로 산란알베도가 클수록 복사열유속이 감소하며 벽면에 접근할수록 그 변화가 심해진다. 전체적으로 P-1과 P-3근사해가 엄밀해보다 큰 값을 보이며 산란알베도가 큰 경우 P-3근사해가 엄밀해에 접근함을 알 수 있다. Fig. 5(b)는 축방향 분포로 산란알베도가 클수록 균일해짐을 알 수 있다. 이는 상각계수가 일정한 경우에 산란알베도가 증가함에 따라 매질에 의한 흡수가 작아지게 됨을 의미한다. 이상에서 살펴본 바와 같이 산란알베도의 값에 따라 열유속이 크게 차이가 나므로 실제 시스템에서 복사열전달을 해석할 때에는 매질의 산란특성을 잘 고려해야 한다.

Fig. 6에 선형 비등방성 산란계수를 0, +1, -1

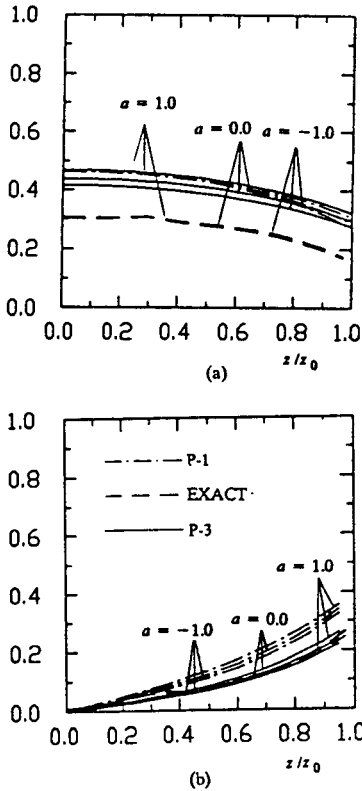


Fig. 6 Effect of linear anisotropic scattering on heat flux distribution ($\tau_0=0.0$, $\omega=0.5$, $\epsilon_\omega=1.0$, $L/r_0=1.0$)

로 변화시켜 매질이 등방산란, 전방산란, 후방산란 할 때의 차이를 보여준다. 전, 후방산란에 관계없이 엄밀해는 거의 같은 값을 나타내며, P-1과 P-3 근사해도 같은 형태로 엄밀해보다 높은 값을 보인다.

Fig. 7에는 delta-Eddington 산란모델을 적용하였을 때의 열유속 변화를 나타내는데 이 경우도 산란 계수의 영향과 같이 case 1과, case 2, case 3은 약간의 차이는 있으나 case 2와 case 3은 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이는 매질의 온도변화가 극심하거나 벽면의 온도가 서로 상이한 경우는 산란모델이 중요하나, 본 연구에서와 같이 각기 균일 온도장일 경우는 산란모델의 영향을 받지 않는 등방성 산란으로 볼 수 있다.

Fig. 8에서는 상, 하벽은 흑체복사를 하고, 외벽의 방사율을 0.1, 0.5, 1.0으로 하였을 때의 P-3 근사에 의한 복사열유속을 나타내고 있다. 이때 엄밀

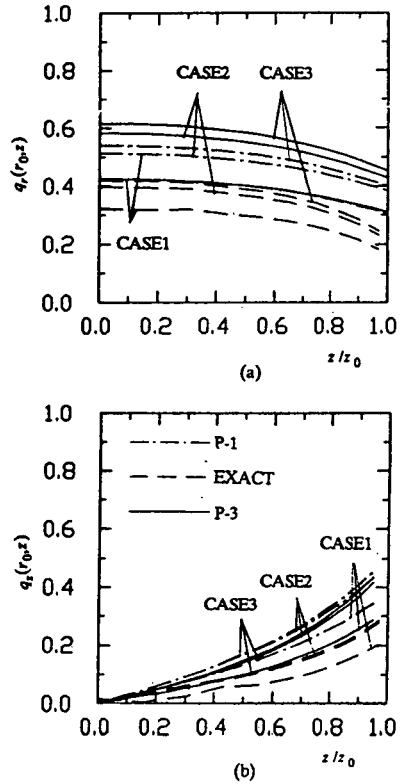


Fig. 7 Effect of delta-Eddington scattering on heat flux distribution ($\tau=0.0$, $\omega=0.5$, $\epsilon_\omega=0.8$, $L/r_0=1.0$)

[case 1: $f=0.111$, $g=0.125$,
case 2: $f=0.639$, $g=0.773$,
case 3: $f=0.781$, $g=0.868$]

해를 구하려면 대단히 많은 계산시간을 요구하므로 P-3 근사에 의한 경향만을 나타내었다. 중심면에서의 열유속 분포를 보면 벽방사율이 증가할수록 벽면에서의 반사가 작아지므로 내부에서는 복사강도가 작아지며 벽면으로 갈수록 변화가 급격해진다. 외벽에서는 벽방사율이 작아질수록 매질로의 반사가 커지므로 벽면에서 방출되는 복사량이 증대하고 상벽에 접할수록 상벽과의 상호작용으로 복사량의 기울기가 보다 완만해진다.

Fig. 9에서는 형상계수의 변화에 따른 복사열유속의 변화를 보이고 있다. 형상계수가 증가할수록 벽면근처를 제외하고는 거의 균일해진다. 즉 $L/r_0=3.0$ 이상에서는 벽근처를 제외하고는 거의 1차원적 특성을 갖는다고 할 수 있어, 시스템의 해석을 1차원으로도 가능함을 보인다.

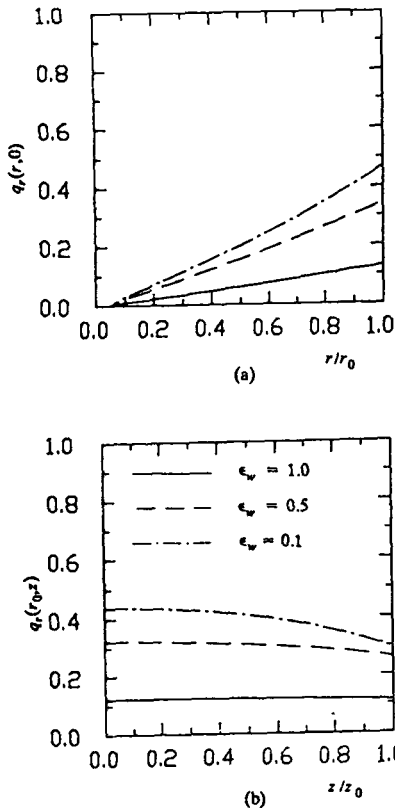


Fig. 8 Effect of outer-wall emissivity on heat flux distribution ($\tau_0=0.0$, $\omega=0.5$, $L/r_0=1.0$)

6. 결 론

본 연구에서는 흡수, 방사 및 산란하는 유한 원통형 매질에 대해서 형식해를 구성하고, 수치적으로 엄밀해를 구하였으며, 또한 P-1과 P-3근사에 의한 해를 구하여 P-1과 P-3근사해법의 타당성을 검토하였다.

(1) 구조화근사법을 사용함으로써 짧은 CPU 시간으로 비교적 정확한 예측을 할 수 있으며 미분형 근사이므로 다른 열전달 모드와 쉽게 연계하여 사용할 수 있다.

(2) 유연이 있는 실제 시스템에서는 시스템내의 온도분포와 회매질 흡수계수(gray gas absorption coefficient)를 측정하여 P-1과 P-3근사를 이용하면 벽면에서의 열유속 분포를 간단히 예측할 수 있다.

(3) 대체적으로 P-3근사해가 P-1근사해보다 더 정확한 결과를 나타내며, P-3계산시 I_{13} 를 포함시키

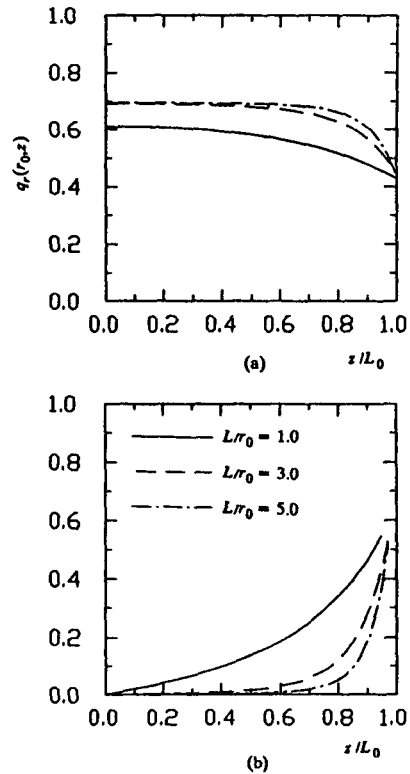


Fig. 9 Effect of L/r_0 on heat flux distribution ($\tau_0=0.0$, $\omega=0.5$, $L/r_0=1.0$, $f=0.781$, $g=0.868$)

면 전체적으로 P-3에 의한 정확한 예측이 가능하리라 본다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 목적기초연구비의 지원을 받아 수행중인 '가스터어빈 연소실의 열전달해석 및 성능향상을 위한 기초연구'의 일부로 이루어진 것이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Crosbie, A.L. & Linsenbardt, T.L., 1978, "Two-Dimensional Isotropic Scattering in A Semi-Infinite Medium", JQSRT, Vol. 19, pp. 257~284.
 (2) 이준식, 1987, "복사열전달의 근사해법 및 응용", 대한기계학회지, 제27권, 제 3호, pp. 226~236.
 (3) Dua, S.S. & Cheng, P., 1975, "Multidimensional

Cylindrical Media with Non-Isothermal Boundary Walls", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 8, pp. 245~259.

- (4) Crosbie, A.L., & Dougherty, R.L., 1980, "Two-Dimension Radiative Transfer in a Cylindrical Geometry with Anisotropic Scattering", JQSRT Vol. 25, pp. 551~569.
- (5) Azad, F.H., & Modest, M.F., 1981, "Evaluation of the Radiative Heat Flux in Absorbing, Emitting and Linear-Anisotropically Scattering Cylindrical Media", Trans. ASME, Vol. 103, pp. 350~356.
- (6) Selcuk, N. & Siddall, R.G., 1976, "Two-Flux Spherical Harmonic Modelling of Two-Dimensional Radiative Transfer in Furnaces", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19, pp. 313~321.
- (7) Chandrasekhar, S., 1960, "Radiative Transfer", Dover, New York.
- (8) Case, K.M. & Zweifel, P.F., 1967, "Linear Transfer Theory", Addison-Wesley, Reading.
- (9) Ozisik, M.N., 1973, "Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection", John Wiley and Sons.
- (10) Joseph, J.H. & Wiscombe, W.J., 1976, "The Delta-Eddington Approximation for Radiative Flux Transfer", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 33, pp. 2452~2459.
- (11) Menguc, M.P. & Viskanta, R., 1985, "Radiative Transfer in Three-Dimensional Rectangular Enclosures Containing Inhomogeneous, Anisotropically Scattering Media", JQSRT, Vol. 33, pp. 533~549.
- (12) 서인수, 1987, "흡수, 방사 및 반사하는 유한 원통형 매질에서의 복사열전달 해석", 공학석사학위논문, 서울대학교 공과대학.
- (13) 이준식, 1988, 한국과학기술원 목격기초연구 "가스터어빈용 연소실의 열전달해석 및 성능향상을 위한 기초연구"의 제 1 차 중간보고서, 서울대학교 공과대학.
- (14) Ames, W.F., 1977, "Numerical Method for Partial Differential Equations", Thomas Nelson & Sons.
- (15) Menguc, M.P. & Viskanta, R., 1986, "Radiative Transfer in Axisymmetric, Finite Cylindrical Enclosures", Trans. ASME, Vol. 108, pp. 271~276.

부 록

P-1근사의 복사강도는 다음과 같다.

$$I(r, \theta, z, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [I_0 + 3(l_1 I_1 + l_2 I_2 + l_3 I_3)] \quad (A1)$$

P-3근사의 복사강도는 다음과 같다.

$$I(r, \theta, z, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [M_0 + M_1 l_1 M_2 l_2 + M_3 l_3 + M_4 l_1^2 + M_5 l_2^2 + M_6 l_3^2 + M_7 l_1 l_2 + M_8 l_1 l_3 + M_9 l_2 l_3 + M_{10} l_1^3 + M_{11} l_2^3 + M_{12} l_3^3 + M_{13} l_1 l_2 l_3 + M_{14} l_1^2 l_3 + M_{15} l_2^2 l_3 + M_{16} l_1 l_3^2] \quad (A2)$$

여기서 계수 M 들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_0 &= \left[\frac{9}{4} I_0 - \frac{15}{4} I_{33} \right], \quad M_1 = \left[\frac{-15}{2} I_1 + \frac{105}{2} I_{122} \right] \\ M_2 &= \left[\frac{-15}{2} I_2 + \frac{105}{2} I_{112} \right], \quad M_3 = \left[\frac{75}{4} I_3 - \frac{105}{4} I_{333} \right] \\ M_4 &= \left[\frac{15}{4} (I_{11} - I_{22}) \right], \quad M_5 = -M_4 \\ M_6 &= \left[\frac{45}{4} I_{33} - \frac{15}{4} I_0 \right], \quad M_7 = 15 I_{12} \\ M_8 &= 15 I_{13}, \quad M_9 = 15 I_{23} \\ M_{10} &= \left[\frac{35}{2} (I_{111} - 3 I_{122}) \right], \quad M_{11} = \left[\frac{35}{2} (I_{222} - 3 I_{112}) \right] \\ M_{12} &= \left[\frac{175}{4} I_{333} - \frac{105}{4} I_3 \right], \quad M_{13} = 105 I_{123} \\ M_{14} &= \left[\frac{105}{4} (I_{113} - I_{223}) \right], \quad M_{15} = -M_{14} \\ M_{16} &= \left[\frac{105}{2} (I_{133} - I_{122}) \right], \quad M_{17} = \left[\frac{105}{2} (I_{233} - I_{112}) \right] \end{aligned} \quad (A3)$$

함수 A , α , 계수 B 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_1(r, z) &= \left[-B_0 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - B_3 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(4 \frac{B_2}{r^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 7 \tau_0^2 \right) \right] I_{rr} + \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} - B_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - B_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right. \\ &\quad \left. - \left(2 \frac{B_2}{r^2} + 7 \tau_0^2 \right) \right] I_{zz} \\ &\quad - \left[2 B_4 \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + B_5 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_{rz} \end{aligned} \quad (A4.a)$$

$$\begin{aligned} A_2(r, z) &= \left[\frac{3}{5} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{5} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + B_8 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right. \\ &\quad \left. - \left(2 \frac{B_2}{r^2} + \frac{7}{3} \tau_0^2 \right) \right] I_0 \\ &\quad - \left[B_4 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + B_9 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - 2 \frac{B_2}{r^2} \right] I_{zz} \\ &\quad - \left[B_5 \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + B_4 \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_{rz} \end{aligned} \quad (A4.b)$$

$$\begin{aligned} A_3(r, z) &= \left[\frac{1}{5} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{3}{5} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + B_{10} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{7}{3} \tau_0^2 \right] I_0 \\ &\quad - B_4 \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] I_{rr} \\ &\quad - B_5 \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_{rz} \end{aligned} \quad (A4.c)$$

$$A_4(r, z) = \left[\frac{2}{5} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + B_6 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_0$$

$$\begin{aligned}
 & -B_6 \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_{rr} \\
 & -B_8 \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right] I_{zz}
 \end{aligned} \tag{A4.d}$$

$$\alpha = \frac{\omega_0 g}{(1 - \omega_0)} \tag{A5}$$

$$B_0 = \left(\frac{7\alpha}{5} \right), \quad B_1 = \left(\frac{3}{5} + B_0 \right)$$

$$\begin{aligned}
 & B_2 = (3 + B_0), \quad B_3 = (6 + 5B_0), \quad B_4 = (1 + B_0) \\
 & B_5 = (6 + 4B_0), \quad B_6 = (2 + B_0), \quad B_7 = (12 + 7B_0) \\
 & B_8 = \left(\frac{26}{5} + 3B_0 \right), \quad B_9 = (5 + 3B_0), \quad B_{10} = \left(\frac{6}{4} + B_0 \right)
 \end{aligned} \tag{A6}$$