

<論 文>

유한 요소법에 의한 적층 복합 보의 충격 해석

안 국 찬* · 김 문 생** · 김 규 남**

(1988년 4월 25일 접수)

Impact Analysis of a Laminated Composite Beam by the Finite Element Method

Kook Chan Ahn, Moon Saeng Kim and Giu Nam Kim

Key Words : Static Contact Law(정적 접촉 법칙), Impact Response(충격 응답), Laminated Composites(적층 복합재), Higher-Order Beam Finite Element(고차보 유한요소)

Abstract

A theoretical attempt is made to analyze the dynamic contact force and response of laminated composite beams subjected to the transverse impact of steel balls. A beam finite element model based on the modified theory for laminated composites in conjunction with static contact laws is formulated for the theoretical investigation. Finally, it is shown that the present results are in good agreement with some existing solutions or wave propagation theory.

기 호 설 명

- A : 보의 단면적
- D_{11} : 적층 강성 (laminata stiffness)
- E : 종 탄성 계수
- E_b : 보에 대한 종 탄성 계수
- E_s : 구에 대한 종 탄성 계수
- E_t : 섬유 방향에 대한 횡 방향의 종 탄성 계수
- F : 접속력
- F_m : 최대 접속력
- $\{F\}$: 하중 벡터
- G : 횡 탄성 계수
- I : 관성 모멘트
- T : 보의 요소에 저장된 운동 에너지
- $[K]$: 강성 매트릭스
- L : 보의 요소 길이
- $[M]$: 질량 매트릭스
- Q_i : 전단력

- Q_{ij} : 재료 기준축의 평면 응력 환산 탄성 계수
- \bar{Q}_{ij} : 복합재에 대한 수정 강성 계수
- R_s : 구의 반경
- U : 보의 요소에 저장된 위치 에너지
- a_i : 상수 계수 ($i=1,6$)
- c : 전단파 속도
- $\{f\}$: 요소 하중 벡터
- k : 접촉 계수
- $[k]$: 요소 강성 매트릭스
- l : 보의 길이
- $[m]$: 요소 질량 매트릭스
- m_i : 모멘트
- m_s : 구의 질량
- n : 하중 과정의 접촉 법칙 지수
- q : 제하 과정의 접촉 법칙 지수
- t : 시간 또는 보의 두께
- v : 보의 변위
- w : 보의 폭
- w_s : 구의 변위
- z : 적층 보의 한 층의 두께

*정회원, 현대중공업(주) 연구소

**정회원, 부산대학교 공과대학 기계설계공학과

- α : 압입량
 α_m : 최대 접촉력에 대한 압입량
 α_0 : 영구 압입량
 γ : 전단 변형율
 Δ : 변위
 $\{\Delta\}$: 절점 자유도
 ϵ : 변형율
 k : 곡률
 μ_i : 하이퍼 모멘트
 ν_s : 구의 포아손 비
 ρ : 밀도
 σ : 수직 응력
 τ : 전단 응력
 ϕ_i : 기울기
 \mathcal{Q} : 보의 양단에서의 일반력에 의한 위치 에너지

1. 서 론

금속 재료에 비해 무게에 대한 강성의 비가 높고, 섬유 방향 및 적층 순서의 변화에 따른 유동적인 이방성(anisotropic) 때문에, 흑연/에폭시(graphite/epoxy)와 유리/에폭시(glass/epoxy) 등과 같은 복합 재료(composite material)의 수요는 항공기, 우주선, 미사일과 각종 스포츠 용품에 이르기까지 급진적인 증가 추세에 있다.

그러나, 상대적으로 충격 하중에 매우 약하다는 점이 최근의 주요한 관심이 되고 있다. 재료에 충격 하중을 가하면 정하중의 경우와는 달리 충격 응력파의 전파에 의한 순간 응력이 크게 형성되므로 충격 응력파의 전파를 고려한 복합 재료 구조물의 설계를 위한 이론적인 충격 강도 해석법의 확립이 시급한 실정이다. 충격 응력을 이론적으로 해석하기 위해서는 먼저 집중 충격 하중이 작용하는 재료의 충격 응답(impact response)문제가 해석 되어야 하며, 이를 위해서는 접촉 거동의 정확한 예측이 필요하다.

균질(homogeneous), 등방성(isotropic) 재료에 대한 접촉 거동을 해석하는데 있어서, Hertz⁽¹⁾에 의해 유도된 탄성구(elastic sphere)와 탄성 반공간(elastic half-space)사이의 고전적 접촉 법칙(classical contact law)이 많이 이용 되었다⁽²⁾.

Willis⁽³⁾는 횡 방향으로 등방인 반공간을 누르는 강구(steel ball)에 대해서 Hertz접촉 법칙

$$F = k\alpha^n \quad (1)$$

에서 n 의 값이 1.5가 유효하다는 것을 보았다.

또한, Sun⁽⁴⁾은 균질, 등방성 재료에 대한 충격 문제를 해석하기 위하여 고차 보 유한 요소(higher-order finite element)이론을 개발하여 해석 정도의 우수성을 입증하였다. 그러나, 복합 재료의 접촉 거동연구는 균질, 등방성 재료에 기초를 둔 Hertz접촉 법칙은 적층 복합재의 이질(non-homogeneous), 이방성에는 적절하지 못하고, 대부분의 적층복합재는 아주 얇아 반공간으로 표현될 수 없기 때문에 Sun⁽⁵⁾은 적층 복합재의 손상에너지 평가에 관한 연구에서 식 (1)의 관계식의 k 값을

$$k = (4/3) (R_s)^{1/2} [(1-\nu_s^2)/E_s + 1/E_c]^{-1} \quad (2)$$

인 수정된 접촉 법칙을 사용하여 타당성을 보였다.

최근에, Yang⁽⁶⁾과 Tan⁽⁷⁾은 흑연/에폭시와 유리/에폭시 복합재의 정적 압입 실험(static indentation test)을 통하여 하중 과정(load path)은 식 (1)에서 n 의 값이 1.5가 유효하며, 적은 하중에서는 압입으로 일어난 영구 변형으로 제하 과정(unloading path)은 하중 과정과는 다르며, 이 영구변형을 설명하기 위하여 Crook⁽⁸⁾이 제안한

$$F = F_m \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^q \quad (3)$$

을 사용하여, 식 (3)에서 q 의 값이 2.5가 유효하다고 밝혔다.

그러나, 집중 충격 하중을 받는 재료의 충격 응답 해석에 관한 대부분의 연구는 균질, 등방성 재료에서 이루어 졌으며⁽⁹⁾ 접촉력이 힘함수(forcing function)로 가정 되었기 때문에 이질, 이방성 재료의 충격 응답 해석에는 어려움이 있다.

따라서, 본 논문에서는 이질, 이방성 적층 복합 보(beam)의 이론적 충격 응답을 해석하기 위하여 Sun⁽⁴⁾의 고차 보 유한 요소 이론을 복합 재료 이론과 식(1)~식(3)의 접촉 법칙을 고려하여 수정하였고, 이 중 충격 접촉력에 관하여는 각각 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 두 적층 형태를 가지는 흑연/에폭시와 유리/에폭시 복합 재료에 대한 강구(steel ball)에 의한 충격해석을 하여, Yang⁽¹⁰⁾의 식에 의한 최대 접촉력과 비교 검토하였고, 다음 변형률 파형을 파동 전파(wave propagation)이론에 의해 비교 검토하므로써 이 수정된 이론의 타당성을 입증하였고, 적층 형태에 따른 충격 접촉력, 변위 및 충격 응답 특성

에 대하여 연구하였다.

2. 복합 재료 이론

적층 복합재에서 각 층(laminar)은 직교 등방성(orthotropic)으로 간주되는 한쪽 방향의 섬유 복합재이다. Fig. 1의 좌표계에서 처럼 x_1, x_2 와 x_3 축은 재료 기준축(lamina reference axes)이고 x, y 와 z 축은 보 기준축(laminate reference axes)으로 생각하여 평면 응력(plane stress)상태로 가정 한다 면 각 층에 대한 평면 응력-변형을 관계는

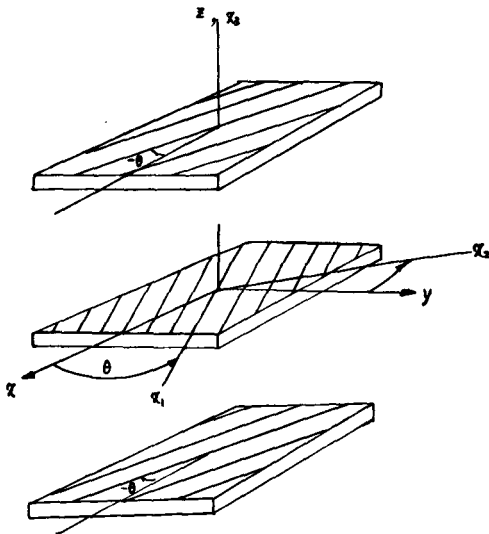
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

이며, 여기서

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{22} &= E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{12} &= \nu_{12}E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (5)$$

이다.

좌표 변환에 의하여 재료 좌표계의 식 (4)를 보 좌표계로 변환하면



(x_1, x_2, x_3) - Material(Lamina) Reference Axes

(x, y, z) - Beam(Laminate) Reference Axes

Fig. 1 Reference coordinates for lamina and laminate

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

이 되며, 여기서

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \cos^2\theta \sin^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\cos^2\theta + Q_{12}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\cos\theta\sin^3\theta \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos\theta\sin^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

이다.⁽¹²⁾

3. 수치해석

3.1 유한 요소 모델

시편의 형상비(폭에 대한 길이의 비)가 클때 판(plate) 이론 보다 보(beam)이론에 의한 해석이 훨씬 더 쉽다. Bernoulli-Euler의 보 이론에 기초를 둔 고차 보 유한 요소 이론에 의한 요소 변위 함수는

$$v = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 + a_5x^4 + a_6x^5 \quad (8)$$

이며, 각 절점에서의 자유도는 v_i, ϕ_i 와 k_i 의 3개이다.

식 (8)에서 계수 a_i 는 양 끝 절점에서 6개의 절점 변위들에 의해 표현될 수 있다.

길이 L , 단면적 A , 관성 모멘트 I 와 탄성 계수 E_0 인 탄성 보의 요소를 생각하자.

요소의 운동 방정식을 구하기 위하여 Hamilton의 원리를 쓰면

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (U - T + Q) dt = 0 \quad (9)$$

이며, U 와 T 는 요소에 저장된 위치 에너지와 운동 에너지이고, Q 는 요소의 양단에 작용하는 일반력에 의한 위치에너지로써, 식 (8)과 식 (9)로부터

$$[m]\{\dot{Z}\} + [k]\{Z\} = \{f\} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다. 식 (10)을 다시 쓰면

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ m_1 \\ \mu_1 \\ Q_2 \\ m_2 \\ \mu_2 \end{Bmatrix} = \frac{E_b I}{70L^3} \begin{bmatrix} 1200 & 600L & 30L^2 & -1200 & 600L & -30L^2 \\ & 384L^2 & 22L^3 & -600L & 216L^2 & -8L^3 \\ & & 6L^4 & -30L^2 & 8L^3 & L^4 \\ \text{symm} & & & 1200 & -600L & 30L^2 \\ & & & & 384L^2 & -22L^3 \\ & & & & & 6L^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ k_1 \\ v^2 \\ \phi_2 \\ \kappa_2 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

$$+ \frac{\rho AL}{55440} \begin{bmatrix} 21720 & 3732L & 281L^2 & 6000 & -1812L & 181L^2 \\ & 832L^2 & 69L^3 & 1812L & -532L^2 & 52L^3 \\ & & 6L^4 & 181L^2 & -52L^3 & 5L^4 \\ \text{symm} & & & 21720 & -3732L & 281L^2 \\ & & & & 832L^2 & -69L^3 \\ & & & & & 6L^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{k}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{\phi}_2 \\ \ddot{\kappa}_2 \end{Bmatrix}$$

으로 주어진다. 그러나 식 (11)은 균질, 등방성 보에 대한 요소의 운동 방정식이므로, 본 논문에서는 이 이론을 적층 복합재에 적용하기 위해서 적층재는 중립면에 대하여 대칭이고, 굽힘-신장 커플링 효과는 무시한다고 가정하면, 횡방향 하중은 단지 굽힘 변형만 일으키므로 굽힘 계수 $E_b I$ 를 상당 굽힘 강성 계수 $D_{11}w$ 로 수정하여 충격 해석을 행한다. 여기서

$$D_{11} = \int_{-l/2}^{l/2} Q_{11} z^2 dz$$

로서 식 (6)과 식 (7)의 복합 재료 이론으로부터 계산 할 수 있다.⁽¹²⁾

그리고, D'Alembert의 동적 평형 조건과 절점에서의 연속 조건으로부터 전체 요소에 대한 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [K]\{Z\} = \{F\} \tag{12}$$

3.2 충격 하중과 시간 변수 적분

재료에 횡방향으로 충격을 가하는 탄성구를 고려하기 위해서 균질등방성인 경우는 식 (1)을 적용하고, 복합재료의 경우는 식 (2)의 접촉 법칙을 적용한다. 또한 소성 변형이 고려되는 경우에는 제하과정을 위해 식 (3)의 접촉 법칙을 이용하여 해석을 행한다. 만약 탄성구를 고려하면 충격점에서 압입량 α 는

$$\alpha = w_s - v(x_0) \tag{13}$$

로 주어진다. 즉 강구와 보는 비선형으로 운동하기 때문에 식 (12)와 식 (14)는 동시에 해석되어야 한다. 따라서 본 해석에서는 가속도(\ddot{Z})의 변화는 시간 간격 Δt 에 대해 선형적이라고 가정하는 Wilson과 Clough⁽¹¹⁾의 유한 차분법에 의한 시간

적분을 하여 Gauss소거법에 의하여 시간 증분에 따라 단계별로 총 응답 과정을 구하였으며, 이들의 자세한 과정은 Fig. 2의 흐름도에 나타내었다.

4. 수치 계산

본 이론의 유용성 및 복합 재료의 적층 형태에 따른 충격 접촉력, 변위 및 충격 응답 특성을 해석하기 위하여 탄성 과정을 고려한 다음의 수치 계산을 행한다.

4.1 균질, 등방성 재료의 충격 해석

먼저 균질 등방성 재료에 대한 해석 정도를 비교하기 위하여 Goldsmith⁽⁹⁾에 의해 연구된 12.7t × 12.7w × 763l(mm)크기의 강으로 된 양단 단순 지지보의 중앙에 직경 12.7mm강구로 충격을 가하는 경우를 생각한다. 강구의 초기속도는 45.72m/sec이다.

보의 중앙을 중심으로 대칭이므로 한편을 50개의 요소로 나누고, 시간 증분 Δt 를 0.02μsec.로 하여 강구가 보에 접촉하는 순간($t=0$ sec.)부터 접촉이 끝날때 까지($t=20\mu\text{sec.}$) 시간의 변화에 따른 접촉력과 강구와 보의 변위의 변화에 대하여 해석을 수행하였다. 그 결과 Fig. 3에서 처럼 Goldsmith의 해석 결과의 접촉력 변화 과정과 아주 잘 일치 하였다.

4.2 적층 복합 재료의 충격 해석

이질, 이방성 재료의 적층 복합 재료의 충격 해석을 위하여 3t × 30w × 300l(mm)크기와 각각

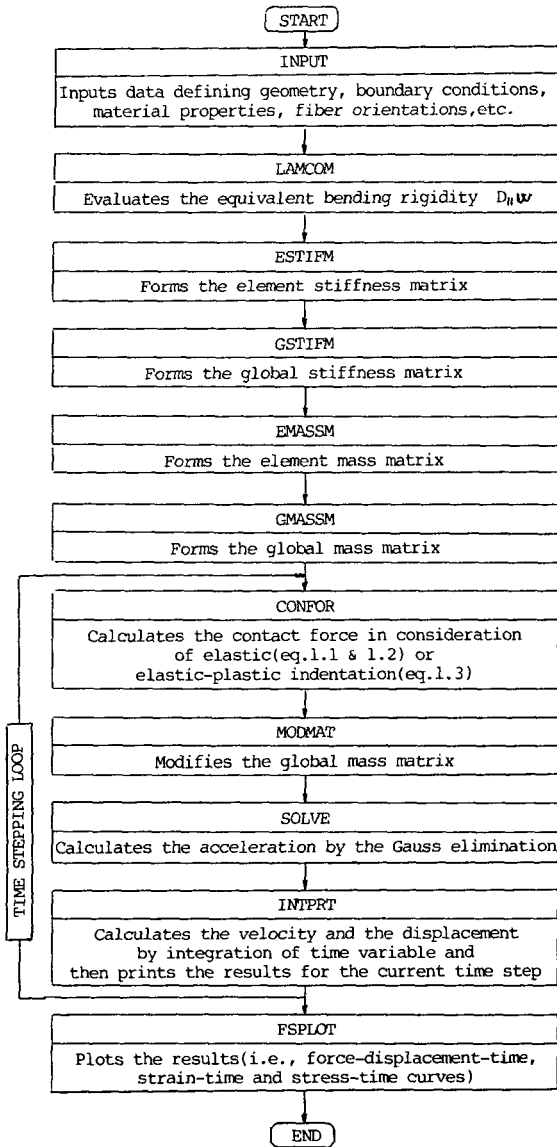


Fig. 2 Flow diagram for impact analysis of laminated composite beams

$[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 두 가지 적층 형태를 가지는 유리/에폭시와 흑연/에폭시와 양단 고정정보의 중앙에 직경 12.7mm의 강구를 3m/sec.의 속도로 충격을 가하는 경우에 대하여 생각한다. 보의 절반을 30개의 요소로 나누고, 시간 증분은 0.1 μ sec.로 하였으며 계산에 사용된 재료 상수는

유리/에폭시

$$E_1=40\text{GPa}, E_2=8.5\text{GPa}$$

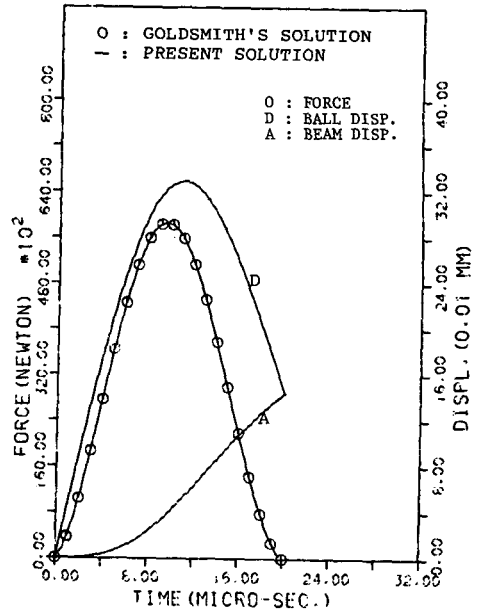


Fig. 3 Contact force and displacements of the Goldsmith problem

$$G_{12}=4.25\text{GPa}, \nu_{12}=0.26, \rho=2000\text{kg/m}^3$$

흑연/에폭시

$$E_1=120\text{GPa}, E_2=7.9\text{GPa}$$

$$G_{12}=5.5\text{GPa}, \nu_{12}=0.30, \rho=1580\text{kg/m}^3$$

강구

$$E_s=207\text{GPa}, \nu_s=0.3, \rho=7860\text{kg/m}^3$$

이다.

5. 해석 결과 및 고찰

강구가 보에 접촉하기 시작 ($t=0$ sec.) 하면서 부터, 더욱 긴 자세한 동적 응답을 얻기 위하여 400 μ sec.까지 계산을 수행하여 결과들을 컴퓨터 그래픽화 하였다. 그 결과 Fig. 4, 7, 10, 11, 13들은 두 가지 복합재료에 대하여 각각 적층 순서를 달리하여 시간의 변화에 따른 보의 접촉력 변화와 시간에 따른 강구와 보의 변위를 나타낸 것으로 Yang의 이론⁽¹⁰⁾에 의한 최대 접촉력과 아주 잘 일치할 뿐만 아니라, 접촉이 시작하면서부터 접촉이 거의 끝나는 75~80 μ sec.까지 이 접촉력에 의한 힘함수를 $Fm \sin(\pi t/T)$ 라고 가정하면 거의 일치하고 있는 것을 알수 있다.

그리고 Fig. 5는 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 유리/에폭시 복합재에 대하여 충격점으로부터 거리 30

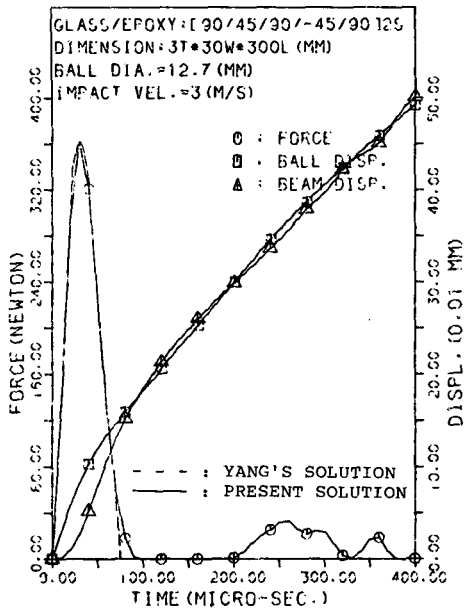


Fig. 4 Contact force and displacements for a $[90^{\circ}/45^{\circ}/90^{\circ}/-45^{\circ}/90^{\circ}]_{2s}$ glass/epoxy beam subjected to impact

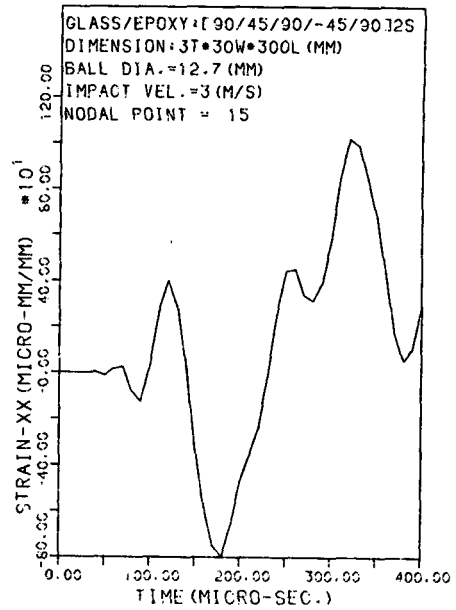


Fig. 6 Strain response history for a clamped-clamped $[90^{\circ}/45^{\circ}/90^{\circ}/-45^{\circ}/90^{\circ}]_{2s}$ glass/epoxy beam at 80mm from the impact point

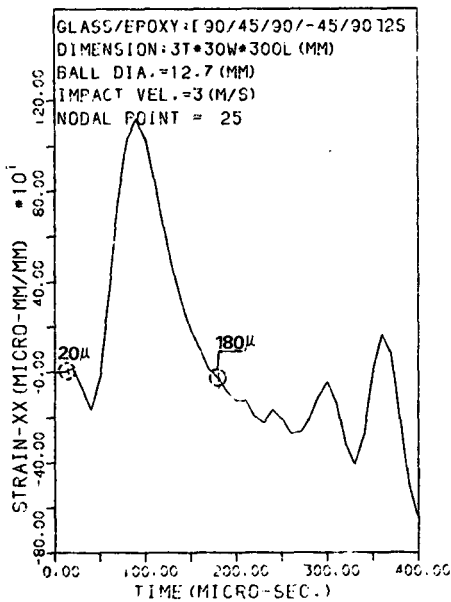


Fig. 5 Strain response history for a clamped-clamped $[90^{\circ}/45^{\circ}/90^{\circ}/-45^{\circ}/90^{\circ}]_{2s}$ glass/epoxy beam at 30mm from the impact point

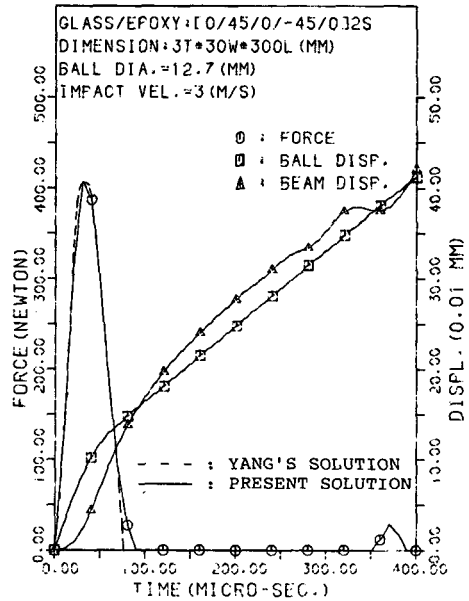


Fig. 7 Contact force and displacements for a $[0^{\circ}/45^{\circ}/0^{\circ}/0^{\circ}/-45^{\circ}/0^{\circ}]_{2s}$ glass/epoxy beam subjected to impact

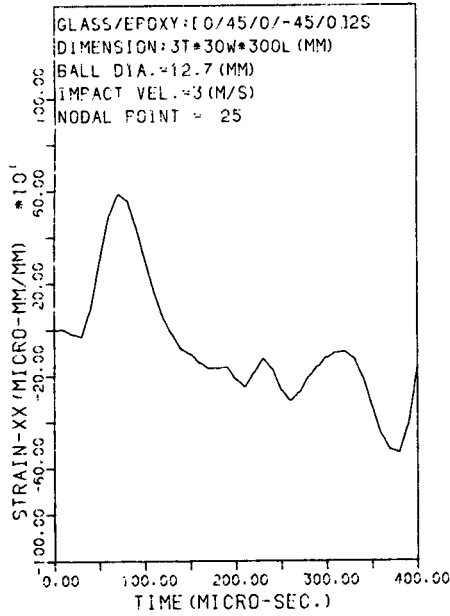


Fig. 8 Strain response history for a clamped -clamped [0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s} glass/epoxy beam at 30mm from the impact point

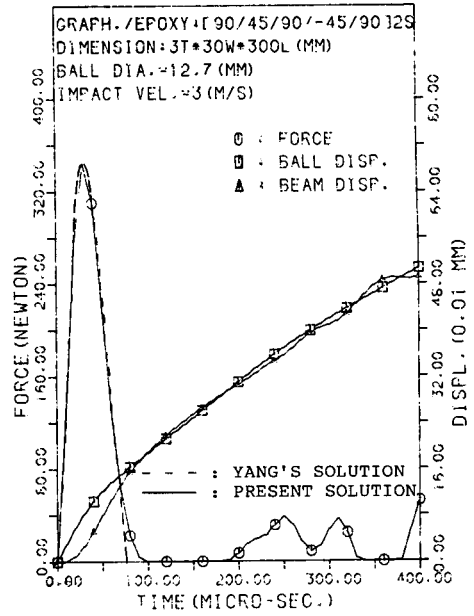


Fig. 10 Contact force and displacements for a [90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s} graphite/epoxy beam subjected to impact.

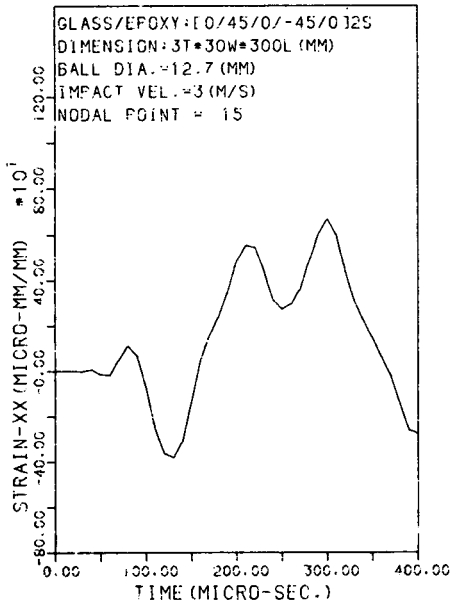


Fig. 9 Strain response history for a clamped -clamped [0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s} glass/epoxy beam at 80mm from the impact point

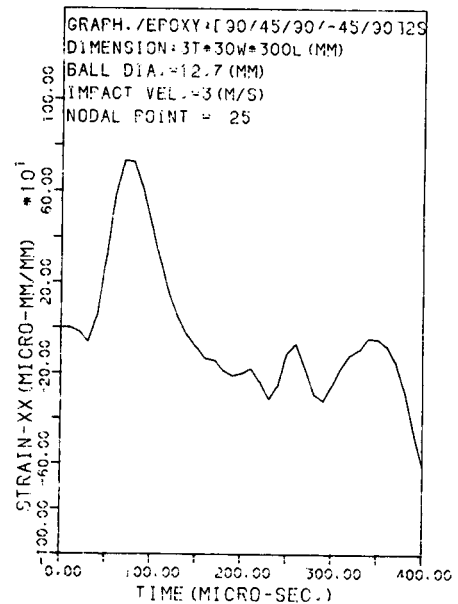


Fig. 11 Strain response history for a clamped -clamped [90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s} graphite/epoxy beam at 30mm from the impact point

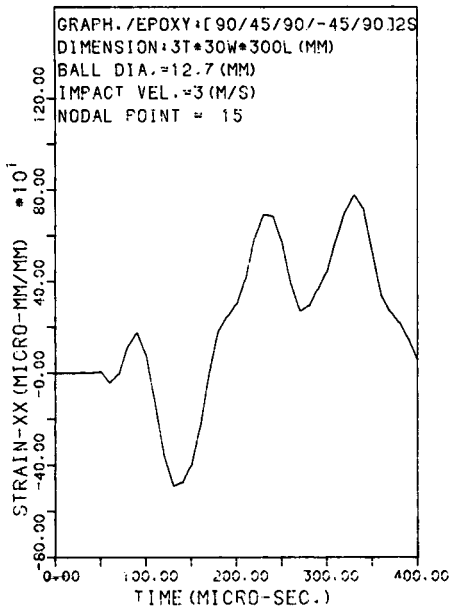


Fig. 12 Strain response history for a clamped-clamped $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy beam at 80mm from the impact point

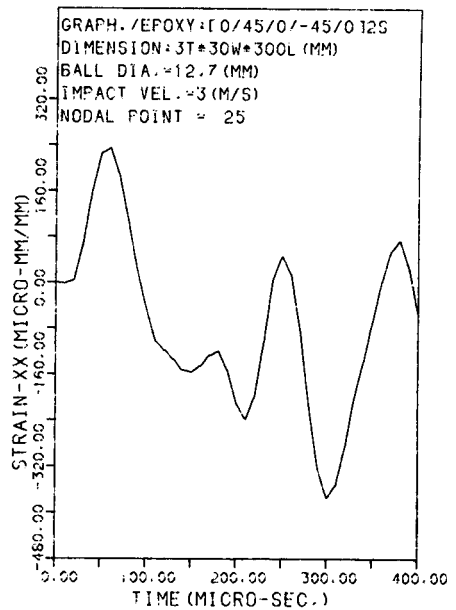


Fig. 14 Strain response history for a clamped-clamped $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy beam at 30mm from the impact point

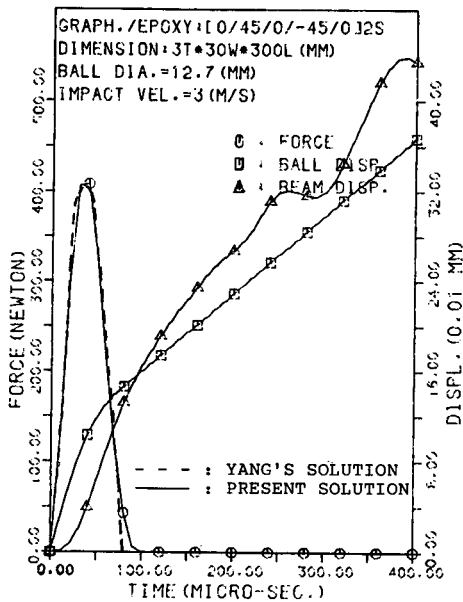


Fig. 13 Contact force and displacements for a $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy beam subjected to impact

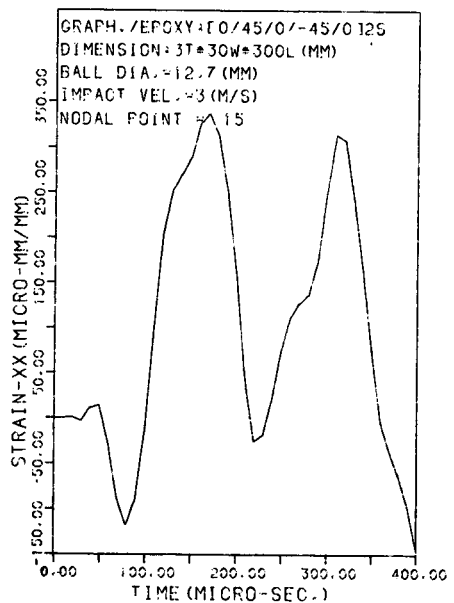


Fig. 15 Strain response history for a clamped-clamped $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy beam at 80mm from the impact point

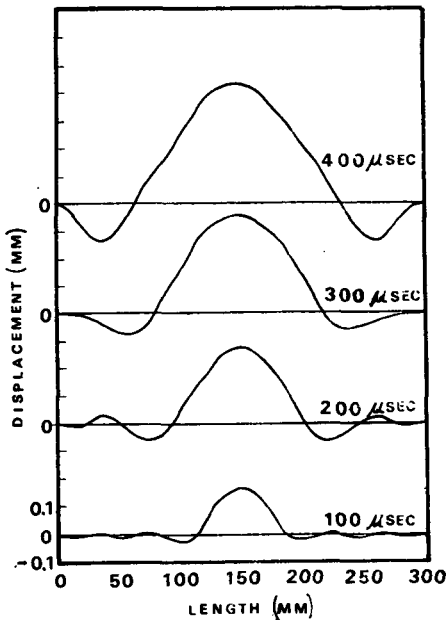


Fig. 16 Displacement profiles of $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ glass/epoxy laminates at various times

mm 떨어져 있는 절점 번호 25인 점의 변형을 응답곡선을 나타낸 것으로 하중이 가해지기 시작하는 시간을 $t=0$ sec.로 하면 변형을 변동의 개시 시간은 $20\mu\text{sec}$. 부근이며 충격 점으로부터 거리 30 mm를 이 시간으로 나누면 1500m/sec .가 되어, 파동 이론에 의한 전단파의 전파 속도 ($c=\sqrt{G/\rho}=1458\text{m/sec}$.)와 거의 같은 값이 얻어지며, 그 후 충돌점으로부터 발생한 응력파가 보의 끝에서 반사되어 이위치로 되돌아 올때까지의 거리 270mm ($150+120$)를 이 전단파의 속도 1500m/sec .로 나누면 $180\mu\text{sec}$.가 되어 이 시간 근방에서 진행파와 반사파의 중첩에 의해 보의 진동이라고 생각되는 변형을 변동이 일어나기 시작한다. 이는 해석 결과와 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

또한 Fig. 6은 Fig. 5와 동일한 재료에 대하여 충격점에서 80mm 떨어져 있는 절점 번호 15인 점의 변형을 응답 곡선으로 변형을 변동 개시 시간은 $55\mu\text{sec}$. 부근이므로 1455m/sec .가 되어 파동 이론의 전단파 속도와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

그리고 Fig. 8과 Fig. 9는 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 유리/에폭시에 대한 변형을 응답 해석으로 파동 이론에 의한 전파 속도와 잘 일치하고, Fig. 11과 Fig. 12 그리고 Fig. 14와 Fig. 15는 각각 $[90^\circ/45^\circ/$

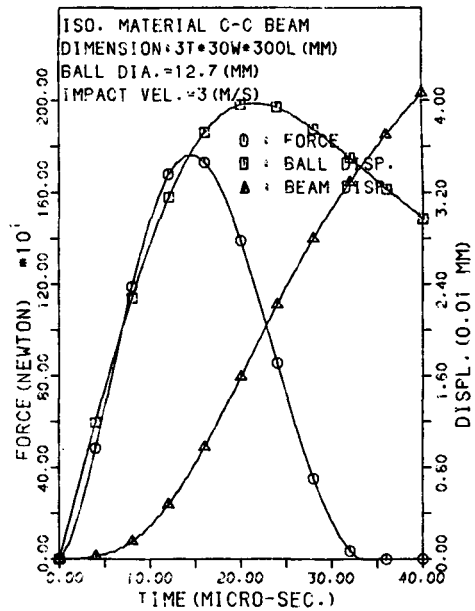


Fig. 17 Contact force and displacements for a homogeneous, isotropic beam subjected to impact

$90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 흑연/에폭시와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 흑연/에폭시에 대한 응답 해석으로 파동 이론 ($c=1866\text{m/sec}$.)에 의한 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 15의 동적 응답 곡선들을 서로 비교해 보면 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 형태의 보는 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 적층 형태의 보보다 길이 방향의 파의 진행과 반사 속도가 매우 빠르다는 것을 알 수 있으며, 이는 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 형태가 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 에 비해 폭 방향보다 길이 방향으로의 굽힘 강성이 훨씬 크기 때문이다.

또한 이러한 이유로 Fig. 4와 Fig. 7 그리고 Fig. 10과 Fig. 13을 서로 비교해 보면 동일한 재료에 대하여 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 형태가 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 적층 형태보다 최대 접촉력은 크나 보의 변위는 상대적으로 적음을 알 수 있으며, Fig. 16은 시간 변화에 따른 보의 변위 과정을 나타낸다. 그리고, $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 형태의 보는 상대적으로 폭 방향으로 파가 진행되는 데 훨씬 더 많은 시간이 소요되므로 보로 모델링하는 것 보다 두 방향 전파의 영향을 고려할 수 있는 평판에 의한 모델링이 더 정확한 해석 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

Fig. 17은 복합 재료의 해석 과정과 같은 크기와 조건의 상태에서 강으로 된 균질 등방성 보에 대한 충격 해석에서의 시간에 따른 접촉력과 변위 과정으로 복합 재료의 해석 결과에 비해 접촉 시간은 거의 1/3 정도 밖에 되지 않고, 접촉력은 4~5배 정도가 되며, 보의 변위는 거의 1/10정도로 작음을 해석 결과로부터 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 유한 요소법을 이용한 적층 복합재의 충격 해석을 위하여 충격 접촉력과 파동 전파 이론에 의하여 수정한 이론의 타당성을 조사하고, 이 이론에 의하여 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 적층 형태를 가진, 유리/에폭시와 흑연/에폭시 양단 고정 보의 중앙에 강구로 충격을 가하는 경우에 대한 충격 해석을 행한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 고차 보 유한 요소 이론에 복합 재료 이론과 정적 접촉 법칙들을 고려하여 수정한 본 이론은 적층 복합보의 충격 거동 해석에 아주 유용하다. 따라서 정적 접촉 법칙들이 동적 충격 해석에 적절하다는 것을 알았다.

(2) 적층 형태 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 보가 적층 형태 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 의 보보다 최대 접촉력은 크나, 변위는 상대적으로 적음을 알 수 있었다.

(3) $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 복합보와 같이 큰 형상비에 비해서 강한 평판 굽힘 효과를 보이는 적층 형태에 대해서는 파동 전파 영향을 고려할 수 있는 평판으로 모델링 하는것이 더욱더 정확한 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- (1) Hertz, H., 1881, "Über die Berührung fester Elastischer Körper", Journal Reine Angle Math, Crelle, Vol. 92, p. 155.
- (2) ASTM, 1973. Foreign Object Impact Damage to Composite, STP 568.
- (3) Willis, J.R., 1966, "Hertzian Contact of Anisotropic Bodies", Journal of Mechanics and physics of Solids, Vol. 14, pp. 163~176.
- (4) Sun, C.T. and Huang, S.N., 1975, "Transverse Impact Problems by Higher Order Beam Finite Element", Computers and Structures, Vol. 5, pp. 297~303.
- (5) Sun, C.T., 1977, "An Analytical Method for Evaluation of Impact Damage Energy of Laminated Composites", ASTM STP 617, pp. 427~440.
- (6) Yang, S.H. and Sun, C.T., 1982, "Indentation Law for Composite Laminates", ASTM STP 787, pp.425~449.
- (7) Tan, T.M. and Sun, C.T., 1985, "Use of Statical Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates", ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 52, pp.6~12.
- (8) Crook, A.W., 1952, "A study of Some Impacts Between Metal Bodies by a Piezoelectric Method", Proceedings of the Royal Society, London, Series A, Vol. 212, p. 377.
- (9) Goldsmith, W., 1960, Impact, Edward Arnold, London.
- (10) Yang, S.H., 1981, "Static and Dynamic Contact Behaviors of Composite Laminates", Ph. D.Dissertation, Purdue University.
- (11) Wilson, E.L. and Clough, R.W., 1962, "Dynamic Response by Step by Step Matrix Analysis", Symp. on Use of computers in Civil Engineering, Lisbon.
- (12) Jones, R.M., 1975, Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill.