〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 13, No. 2, Dec. 1987

Skip-Lot 샘플링 檢査에서 生産期間이 平均出檢品質에 미치는 영향

(The Effect of Short Production Runs on the Average Outgoing Quality of Skip-Lot Sampling Plan)

이 종 성*

Abstract

Skip-Lot sampling plan is formulated in terms of renewal process. This approach facilitates studying the average outgoing quality in a short production run of length t, AOQ (t).

By numerical studies it is found that the long-run average outgoing quality (AOQ) greatly overestimates AOQ (t) for short runs.

1. 序 論

Skip-Lot 샘플링 檢査는 Dodge〔3〕에 의하여 처음으로 제안되었다. 이 검사방식은 單位製品에 대해서 적용되는 連續生産型 샘플링검사방식을 로트검사(lot-by-lot inspection)의 경우로 확장한 것이다. Perry〔5, 6〕는 이 검사방식의 여러가지 특성을 광범위하게 연구하여 Skip-lot 샘플링 검사방식이 실질적으로 檢査量을 줄이면서 제품의 品質保證을 향상시킬 수 있는 로트검사 샘플링계획의 한 體制(a system of lot-inspection plans)로 사용될 수 있음을 보여주었다.

* 강원대학교 공과대학 산업공학과

이 검사방식의 개요는 Fig. 1과 같다.

Skip-lot 검사방식을 평가하는 중요한 측정치는 연속생산형 검사의 경우와 마찬가지로 平均出檢品質(AOQ)의 개념이다. Perry〔5〕는 Skip-lot검사에서의 AOQ를 "검사에 통과된 불량로트의 비율(the fraction of outgoing lots that are nonconforming)"로 정의하였다. Skip-lot 검사에서 한 로트의 合格·不合格 판정은 로트를 구성하는 제품의 성질에 따라 어떤 정해진 시험검사의 결과일 수도 있고(Sksp-1, 〔3〕), 계수형 샘플링 검사의 결과일 수도 있는데(Sksp-2, 〔5〕), 여기서 不良로트(nonconforming lot)라 함은 정해진 판정 기준에 不合格되는 로트를 말하며 판정 기준에 合格되는 로트는 良好로트(conforming lot)라 한다.

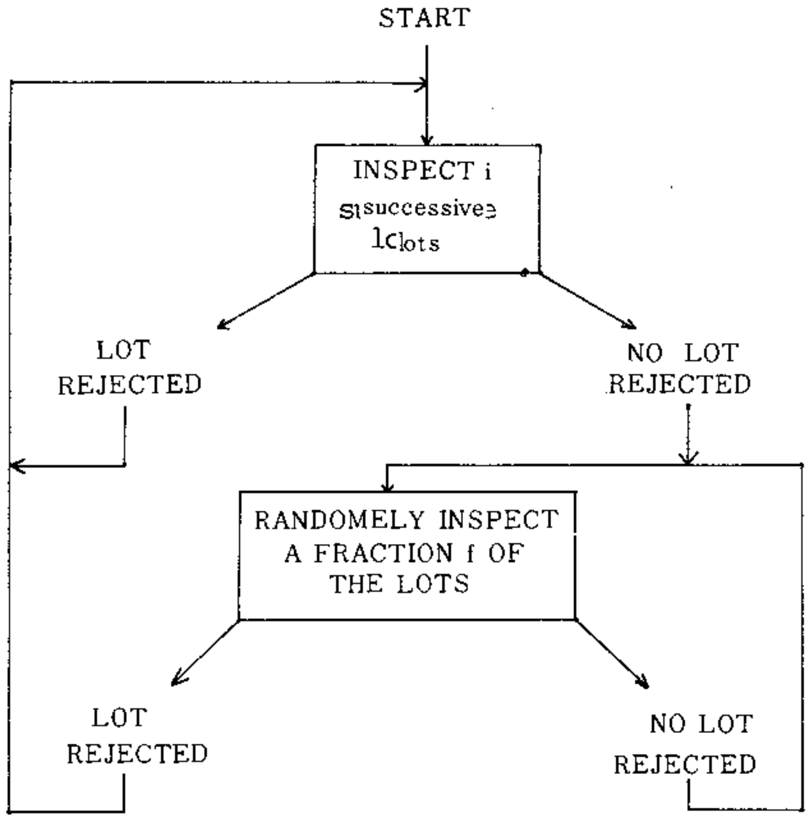

Fig. 1 Skip-lot procedure

Perry의 AOQ개념은 默示的으로 공정불량율이 안정된 상태에서 생산이 무한히 長期間 지속되는 공정에 Skip-lot 검사방식을 적용했을 때 검사에 통과된 불량로트의 비율의 長期的인 期待値를 의미한다.

그러나 생산이 자주 중단되었다가 다시 시작되는 경우에는 매번 생산이 다시 시작될 때마다 Skip-lot 검사가 새로이 시작되어야 하는데 이러한 경우 長期的인 期待値로서의 AOQ 개념을 그대로 적용하는 것은 타당하지 않다.

더구나 長期的인 期待値로서의 AOQ 개념을 사용하기 위해 검사가 적용되는 생산기간이 얼마나 길어야 하는가에 대해서도 알려져 있지 않다.

有限한 생산기간에 Skip-lot검사를 적용하는 경우 平均出檢品質은 "생산기간(t)동안 검사에 통과된 不良로트의 비율"로 정의되어야 하며 이것은 생산기간 t의 함수이므로 AOQ(t)로 표시한다.

Blackwell〔1〕과 Yang〔9〕등은 연속생산형 검사의 경우 생산기간이 평균 출검품질에 대해 미치는 영향을 연구한 바 있다. Blackwell은 Markov Chain model을 이용하여 연속생산형 검사의 AFI (average fraction inspected)를 계산하여 생산기간이 평균출검품질에 미치는영향을 近似的으로 연구하였다.

Yang은 재생과정 모형을 이용하여 연속생산형 검사에서 생산기간이 짧은 경우 장기적인 기대치로서의 AOQ는 실제값 보다 과대하게 추정된다는 것을 확인하였다.

本 연구에서는 Skip-lot 검사의 AOQ(t)를 연구하여 檢査가 적용되는 생산기간이 평균출검품질에 미치는 영향을 조사하였다.

Perry [5]는 Skip-lot 검사를 모형화하는데 마-코프 체인 모형을 이용하였으나 본 연구에서는 Skip-lot 검사를 재생과정으로 모형化하여 AOQ(t) 공식을 유도하였다. 재생이론 으로부터 Perry의 長期的인 기대치로서의 AOQ는 $AOQ(\infty)=\lim AOQ(t)$로서 간단히 구해지며 AOQ(t)의 공식은 계산이 용이한 近似式으로 유도된다. 이 近似式에 의한 數値 적용例를 통해서 생산기간이 평균출검품질에 미치는 영향을 조사하였다.

2. Skip-lot 檢査의 Renewal Process 模型

확률변수 X을 n번째 로트가 不良로트이면 1의 값을 취하고 良好로트이면 0의 값을취한다고 정의하고 모든 n = 1, 2, …에 대해서 $P(X_n=1)=P=1-P(X_n=0)=1-Q$로서 $\{X_n; n=1, 2, \cdots\}$은 독립이며 동일한 확률분포에 따르는(iid) 것으로 가정한다. 여기서 P는 한 로트가 불량로트일 확률이다. X_n에 대한 이같은 가정은 Skip-lot 檢査의 적용조건에 부합된다 [8]. 앞으로 편의상 n는 n번째 로트가 생산되는 時刻으로 해석한다.

Skip-lot 檢査는 全로트 檢査(every lot inspection)에서 시작하여 연속 i개의 로트가 良好로트이면 일부 로트檢査(skipping inspection)로 넘어가고 일부 로트檢査 도중 不良로트가 발생하면 全로트 檢査로 돌아가는 過程이 되풀이 되므로 全로트 檢査가 시작되어 바로 이어지는 일부 로트檢査가 끝날때 까지를 하나의 週期로 보아 이러한 週期가 되풀이 되는 確率過程으로 볼 수 있다. 여기서 U를 한 週期의 全로트 檢査期間동안 생산되는 로트의 數라 하면

$$U=\min\{n\geq i;\ X_{n-i+1}=X_{n-i+2}=\cdots=X_n=0\} \quad \cdots\cdots (1)$$

로서 길이 i인 런(run)을 처음으로 얻을때 까지의 시행횟수를 나타내는 확률변수로 볼 수 있다 $\{X_n;\ n=1, 2, \cdots\}$이 iid이므로 $\{U_j;\ j=1, 2, \cdots\}$는 iid이다. 마찬가지로 j-번째 週期에서 일부 로트 檢査期間동안 생산되는 로트의 數를 V_j라 하면 $\{V_j;\ j=1, 2, \cdots\}$도 iid이고 $\{U_j\}$와 $\{V_j\}$는 서로 독립이다. 여기서 U와 V는 陽의 정수값을 취한다. 한 週期의 길이를 W라 하면 W=U+V이므로 $\{W_j=U_j+V_j;\ j=1, 2, \cdots\}$도 iid로서 陽의 정수값을 취한다.

따라서 j번째 週期가 끝날 때까지 생산되는 로트의 總數를 S_j라 하면 $S_j=\sum_{i=1}^{j} W_i$로서 $\{S_j;\ j=1, 2, \cdots\}$는 재생과정이다[2]. 여기서 $S_0=0$로 하며 S_j는 Renewal Time W_j는 Renewal Interval이다. N_t를 $[0, t]$동안 발생하는 週期(renewal cycle)의 數라고 하면

$$N_t=\sum_{j=0}^{\infty} I[0, t]\ (S_j),\ \text{단},\ I[0, t]\ (S_j)=\begin{cases} 1, & \text{if } S_j\in[0, t] \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \quad \cdots\cdots (2)$$

이다. 따라서 $\{N_t=j\} <=> \{S_j\leq t<S_{j+1}\}$이며 j번째 週期는 $n=S_{j-1}+1$에서 시작되어 $n=S_j$에서 끝난다.

2.1 AOQ(t)

有限한 生産期間 t동안 Skip-lot 檢査가 적용되었을 때 이 期間 동안의 平均出檢品質은

AOQ(t) = (t동안 檢査에 통과된 평균 不良로트의 數)/(t동안 생산된 로트의 總數)

로 정의된다. 여기서 檢査에 통과되는 不良로트는 일부 로트 檢査期間에서만 발생하며 檢査에서 발견된 不良로트는 모두 선별하여 良好로트로 대체하는 것으로 한다.

j번째 週期의 일부 로트 檢査期間동안 통과되는 不良로트의 數를 Z_j라 하고 이 期間동안 檢査받는 로트의 數를 Y_j라고 하면, $Z_j=\sum_l X_l$로서 l는 j번째 週期동안 검사받지 않고 통과되는 (V_j-Y_j)개의 로트에 대해서 合하게 된다.

期間 t동안 完結된 週期가 N_t개 있었다면 t동안 檢査받지 않고 통과되는 不良로트의 總數는 $\sum_{j=1}^{N_t} Z_j+R_t$이다.

여기서 R_t는 $[S_{N_t}+1,\ t]$동안에 檢査받지 않고 통과되는 不良로트의 數이다.

따라서

$$AOQ(t)=(1/t)\ E[\sum_{J=1}^{N_t} Z_J+R_t],\quad t=1,2,\cdots \tag{3}$$

이고, 여기에 Renewal Theory [4]를 적용하면

$$AOQ=\lim_{t\to\infty} AOQ(t)=\frac{EZ}{EW} \tag{4}$$

로 되어 長期的인 期待値로서의 平均出檢品質을 얻을 수 있다.

한편 (3)式의 계산은 매우 불편하므로 계산이 容易한 近似式을 구할 필요가 있다. (3) 式에서 생산期間 t는 有限한 값이므로 분명히 R_t는 有限한 값을 갖게 되며 實際의 경우 ER_t는 $E\sum_{J=1}^{N_t} Z_J$에 비해 아주 작은 값이어서 무시될 수 있다. 따라서 (3)式은 實際의 경우

$$AOQ(t)=(1/t)\ E\sum_{J=1}^{N_t} Z_J \tag{5}$$

로 近似될 수 있다.

또한 N_t+1이 Stopping time이므로 (5)式에서 Wald's Equation [7]을 적용하면 $E[\sum_{J=1}^{N_t+1} Z]=(EZ)\ (EN_t+1)$이 되므로 실제 계산적인 측면에서 $E[\sum_{J=1}^{N_t} Z_J]=(EZ)\ (EN_t)$로 근사하여 사용할 수 있다.

따라서 (5)式은

$$AOQ(t)=(1/t)\ (EZ)\ (EN_t) \tag{6}$$

이 된다.

(6)式에서 EN_t는 Renewal Function이다.

Feller [4]는 W가 陽의 정수값을 취하는 확률변수로서 EW와 $\sigma_w{}^2$이 有限하다면 t가 충분히 클 때,

$$EN_t=\frac{t}{EW}+\frac{\sigma_w{}^2+EW-(EW)^2}{2\ (EW)^2} \tag{7}$$

로 됨을 증명하였다. (7)式을 (6)式에 代入하면,

$$AOQ(t)=\frac{EZ}{EW}+\frac{EZ}{2t}\left\{\frac{\sigma_w{}^2+EW}{(EW)^2}-1\right\}$$

$$=AOQ+\frac{EZ}{2t}\left\{\frac{\sigma_w{}^2+EW}{(EW)^2}-1\right\} \tag{8}$$

을 얻는다. (8)式에서 알 수 있듯이 AOQ(t)는 생산期間 t와 함께 EZ, EW 그리고 $\sigma_w{}^2$의 영향을 받고 있다.

2-2. EZ, EW 그리고 $\sigma_w{}^2$

(8)式의 AOQ(t)를 계산하기 위해서는 주어진 i와 f를 갖는 Skip-lot 檢査에 대해서 EZ, EW 그리고 $\sigma_w{}^2$을 구하여야 한다.

일부 로트 檢査에서는 연속된 1/f개의 로트중 한개의 로트가 랜덤 샘플링되어 檢査를 받게 되며 이 檢査로트가 不良로트이면 일부 로트檢査는 중단된다.

한 週期의 일부 로트 檢査期間동안 檢査받는 로트의 數 Y는 幾何分布에 따르며 그 期待値는 1/p이다. 또한 1/p개의 로트를 檢査하는 동안 검사받지않고 통과되는 로트의 數의 期待値는 (1/p) (1/f-1)이다. 따라서 한 週期에 검사받지 않고 통과되는 不良로트의 數 Z의 기대치는

$$EZ=P(1/p)\ (1/f-1)=1/f-1 \tag{9}$$

한편 全로트 檢査期間동안 생산되는 로트의 數, U는 (1)式에서 알 수 있는 바와 같이 길이 i인 런을 처음으로 얻을 때 까지의 시행횟수를 나타내는 확률변수로 볼 수 있으므로 그 母函數는,

$$G_U(s)=E(s_U)=\frac{Q^i s^i(1-Qs)}{1-s+PQ_i s^{i+1}},\ |s|\leq 1 \tag{10}$$

(여기서 Q는 한 로트가 良好로트일 확률이다.) 이다 [4]. 따라서,

$$EU=G_u'(1)=\frac{1-Q^i}{PQ^i} \tag{11}$$

$$\sigma_u{}^2=G_u''(1)+G_u'(1)-(G_u'(1))^2$$

$$=\frac{1-PQ^i(2i+1)-Q^{2i+1}}{P^2Q^{2i}} \tag{12}$$

또한, Y는 幾何分布를 하는 확률변수이므로 그 母函數는,

$$G_Y(s)=\frac{Ps}{1-Qs},\quad |s|\leq 1 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (13)$$

이고, 일부 로트 檢査期間동안 검사받는 로트의 數가 Y개로 주어져 있을때 (l-1)번째 檢査와 l번째 檢査사이에 검사받지 않고 통과되는 로트의 數를 M_l이라고 하면 일부 로트檢査期間동안 생산되는 로트의 總數, V는

$$V=\sum_{l=1}^{Y}(M_l+1) \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (14)$$

여기서 (M_l+1) 역시 幾何分布를 하는 확률변수이므로 그 母函數는

$$G_{M_l+1}(s)=\frac{fs}{1-s(1-f)},\quad |s|\leq 1,\ l=1,\cdots Y \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (15)$$

따라서 (13)式, (14)式 그리고 (15)式으로부터 V의 母函數는

$$G_V(s)=\frac{Pfs}{1-s(1-pf)},\quad |s|\leq 1 \cdots \quad (16)$$

한 週期의 길이, W=U+V이고 U와 V는 서로 독립이므로 W의 母函數는

$$G_W(s)=G_U(s)\cdot G_V(s)$$

$$=\frac{Q^i ps^{i+1}(1-Qs)f}{(1-s+Q^i ps^{i+1})\ (1-s(1-pf))},\quad |s|\leq 1 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (17)$$

따라서

$$EW=\frac{1+(1/f-1)Q^i}{PQ^i} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (18)$$

$$\sigma_W^2=\sigma_U^2+\frac{1-fp}{(fp)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (19)$$

을 얻는다.

3. 數値 適用例

앞에서 얻은 EZ, EW 그리고 σ_W^2을 (8)式에 代入하여 AOQ(t)를 구할 수 있다. 여기에서는 여러가지 f와 i값을 갖는 Skip-lot檢査를 例로 하여 생산기간t의 변화에 따른 AOQ(t)의 변화를 고찰하여 본다. Fig. 2와 Fig. 3은 각각 f=1

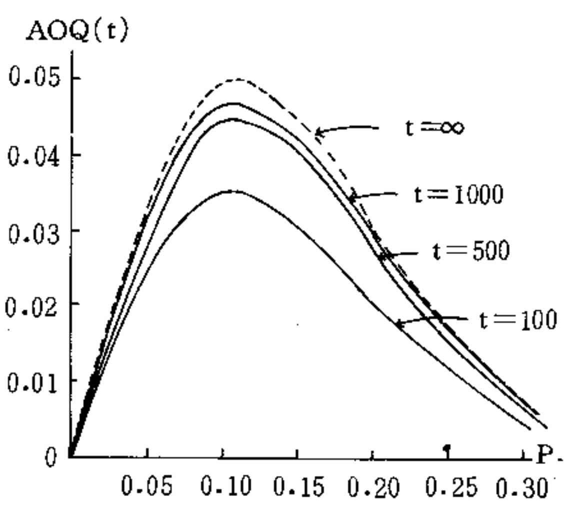

Fig. 2 AOQ(t) Curves for f=1/5, i=14

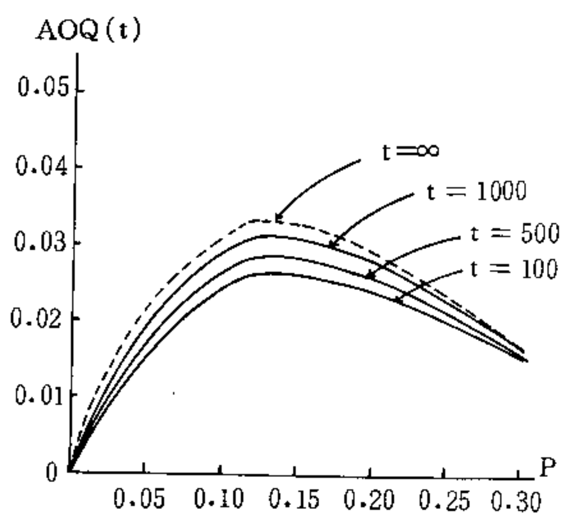

Fig. 3 AOQ(t) Curves for f=1/2, i=8

/5, i=14 그리고 f=1/2, i=8 인 검사방식의 AOQ(t)의 곡선을 여러가지 t값에 대해 보여주고 있다. 이들 그래프는 각 P에서 AOQ(t) 는 t가 증가함에 따라 극한치 AOQ(∞)=(EZ)/(EW)에 접근해 감을 보보여주며, 또한 각 t값에서 AOQ(t)의 최대값, 즉 AOQL(t)가 존재함을 보여주고 있다. 이 AOQL(t)는 (8)式의AOQ(t)를 P에 대해 미분하여 얻을 수 있는 값으로 이것은 생산기간, t에서 Skip-lot검사의 효율성을 평가하는 지표로서 사용될 수 있다.

또한 이들 그래프는 생산기간, t가 짧을경우 AOQ(t)는 AOQ(∞)보다 상당히 작은 값을 가지며 이 현상은 AOQL에 대응되는 P값 근처에서 특히 심하게 나타남을 보여주고 있다. 이것은 생산기간이 짧은 경우 일반적으로 사용되고 있는 AOQ는 실제로 상당히 過大한 추정치 임을 의미한다.

Table 1은 여러가지 f와 i값에 대해서 AOQL이 AOQL(t)에 比해 얼마나 過大하게 推定되는가를 보여 준다. 이 表에서 보면 생산기간이 平均

Table 1. AOQL and AOQL(t) for Various Skip-lot Sampling Plans

f	i	P_M	AOQL	t = 100		t = 1000	
				AOQL(t)	AOQL/AOQL(t)	AOQL(t)	AOQL/AOQL(t)
2/3	4	0.230	0.0344	0.0328	1.049	0.0342	1.006
	8	0.125	0.0184	0.0167	1.102	0.0181	1.017
	10	0.105	0.0149	0.0132	1.129	0.0147	1.014
	14	0.075	0.0108	0.0091	1.187	0.0106	1.019
1/2	4	0.250	0.0601	0.0570	1.054	0.0598	1.005
	8	0.140	0.0323	0.0290	1.114	0.0319	1.013
	10	0.115	0.0262	0.0229	1.144	0.0258	1.016
	14	0.085	0.0191	0.0157	1.217	0.0187	1.021
1/3	4	0.280	0.0979	0.0920	1.064	0.0973	1.006
	8	0.160	0.0531	0.0468	1.135	0.0524	1.013
	10	0.130	0.0432	0.0369	1.171	0.0425	1.016
	14	0.095	0.0315	0.0251	1.255	0.0308	1.023
1/4	8	0.170	0.0685	0.0596	1.149	0.0676	1.013
	10	0.140	0.0559	0.0469	1.192	0.0549	1.018
	14	0.105	0.0428	0.0316	1.291	0.0398	1.025
1/5	8	0.185	0.0810	0.0694	1.167	0.0788	1.028
	10	0.145	0.0660	0.0545	1.211	0.0648	1.018
	14	0.110	0.0483	0.0365	1.323	0.0471	1.025

出檢品質에 미치는 영향은 檢査比率, f보다는 i값에 더 많이 좌우되며 i값이 커질수록 AOQL과 AOQL(t)의 차이가 커짐을 알 수 있다. 이것은 Skip-lot檢査의 설계에서 i값이 큰 檢査方式이 선택될수록 생산기간을 신중히 고려해야함을 의미한다.

4. 結 論

Skip-lot샘플링 檢査에 재생과정모형을 적용하므로서 생산기간의 영향을 고려하는平均出檢品質, AOQ(t)를 구할 수 있다.

일반적으로 사용되고 있는 長期的인 期待値로서의 平均出檢品質, AOQ는 AOQ(t)의 극한치, AOQ(∞) = (EZ) / (EW)로 구해진다. 數値適用例에서 알 수 있듯이 생산기간이 길지 않을 경우 AOQ는 평균출검품질을 실제보다 過大한 값으로 推定하며 이 현상은 AOQL에서 가장 심하게 나타난다. 이것은 短期生產의 경우에 AOQL에 의해 설계된 Skip-lot檢査는 필요이상으로 엄격한 檢査가 된다는 것을 의미하며 이 현상은 i값이 클수록 더욱 심해진다. 따라서 短期生產의 경우에 적용되는 Skip-lot檢査는 AOQ(t) 및 AOQL(t)에 의해 평가되고 설계되어야 檢査의 엄격도를 적절히 유지할 수 있을 것이다.

References

1. Blackwell, M.T.R. (1977), "The Effect of Short Production Runs on CSP-1," Technometrics, Vol. 19, No. 3, 259–263.
2. Cinlar, E. (1975), Introduction to Stochastic Processes, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.
3. Dodge, H.F. (1955), "Skip-Lot Sampling Plan," Industrial Quality Control, Vol. 11, No. 5, 3–5.
4. Feller W. (1968), An Introduction to Probability Theory and Its Applications (Vol. 1, 3rd ed.), John Wiley, New York.
5. Perry, R.L. (1973 a), "Skip-Lot Sampling Plans," Journal of Quality Technology, Vol. 5, No. 3, 123–130.
6. __________(1973 b), "Two-Level Skip-Lot Sampling Plans-Operating Characteristic Properties," Journal of Quality Technology, Vol. 5, No. 4, 160–166.
7. Ross, S.M. (1970), Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San Francisco.
8. Schilling, E.G. (1982), Acceptance Sampling in Quality Control, Marcel Dekker, New York.
9. Yang, G.L. (1983), "A Renewal Process Approach to Continuous Sampling Plans," Technometrics, Vol. 25, No. 1, 59–67.
10. __________(1985), "Application of Renewal Theory to Continuous Sampling Plans," Nav. Res. Logit. Q., Vol. 32, 45–51.