

論 文

純 알루미늄 V型 및 Finned Casting의 凝固에 關한 研究

김명한*, 강춘식**, 김동옥***, 정종연****

The Study on the Solidification of V-Section and Finned Casting by Use of Pure Aluminum

M.H.Kim*, C.S.Kang**, D.O.Kim***, J.Y.Jeong****

ABSTRACT

The progression of the solidification wave front in V-section and finned casting was studied by use of the pour-out test, employed with high Purity aluminum. The results obtained were as follows;

- a) The shape of solidification wave front at the inside and outside corners did not change according to solidification time, but it changes according to the corner angles at a given molding and melting condition.
- b) The cooling fin effect could be represented as functions of solidification time and fin size, and this result could be applied to enhance the accuracy of the section modulus method in the design of T and V section.

I. 서 론

주조방안 전산화의 궁극적 목표는 주물도면, 주형 및 주조금속의 열역학적 자료, 건전도등 최소한의 필요데 이타만 computer에 입력시켜서 우리가 원하는 최적의 주조방안 도면을 얻는 것이다. 그러나 이러한 우리의 최종 목표를 달성하기에는 고가의 대형 computer 사용료, 사용 가능한 열역학 데이터의 부족, 적용상의 까다로움등 뛰어넘어야 할 장벽이 많아 짧은 시일내에 주물공장에서의 폭넓은 적용은 어려운 실정이다. 그러므로 우리는 차선책으로 대형 computer를 이용하여 완전한 주조방안을 얻기를 추구하는 것보다는 소형 컴퓨터를 이용하여 주조방안에 필요한 engineering data 및 그라프등을 얻어 주조방안자로 하여금 정확하고 신속하게 주조방안을 하는데 보조적인 역할을 하도록 시도할 수 있다. 이러한 방법의 하나로서 복잡한 주물 전체를 취급하기보다는 한 복잡한 주물이 구성되어 있는 보다 간단한 L, T, X, V, hub, rib 등 형상의 주물에 대해 디자인 방법을 제시하여 이를 근거로 보다 복

잡한 형상의 주조방안을 가능케 하는것을 생각할 수 있다. 이와같은 간단한 기본형상의 디자인을 위해서는 이미 Pellini⁽¹⁾, Briggs⁽²⁾, Loper^(3.4.5)의 연구가 있고, 특히 Loper가 제시한 디자인 곡선은 주물 기술자에게 실제의 주조방안에 있어서 많은 도움을 주어왔지만, 디자인 곡선을 얻는데 거의 기하학적인 section modulus에만 의존해 왔다는 점에서 정확도에 의심의 여지가 있었다.

본 연구에서는 V형 형상의 주형에서 순 알루미늄을 이용한 pour-out 시험을 통해 실제 주물응고 진행에 관한 모델을 얻었고 이 모델을 이용하여 다양한 치수 조건에서 V형 주물응고 곡선을 simulation하는 방법을 연구하였으며, 한편 T형 및 V형 주물응고곡선 또는 디자인 곡선에 있어 응고순서에 미치는 정도를 연구하기 위해, 순 알루미늄 금속을 사용하여 정량적인 fin 효과를 얻기 위한 실험이 이루어졌다.

2. V형 주물응고곡선의 Simulation

2-1 실험 방법

Table 1은 V형 주물응고곡선의 simulation을 위해 사용된 목형의 치수이다. 주형은 인조규사와 pet-set 점결제를 사용하여 만들었으며, 고주파유도로에서 99.9% 순도의 알루미늄을 용해하여 760 °C에서 주형에 주

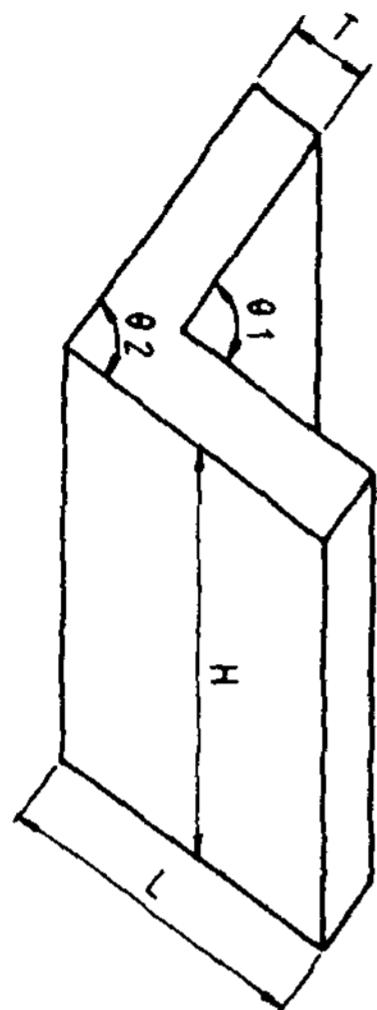
* 충북대학교 공과대학 조교수

** 서울대학교 공과대학 교수

*** 한국기계연구소 주물기술연구부 부장

**** 린나이코리아(주) 중앙연구소 수석연구원

Table 1. Dimensions of the patterns in V-sections adopted in the pour-out tests.



| Patterns | Pattern no. | T(cm) | L(cm) | H(cm) | θ1 (Degree) | θ2 (Degree) |
|-----------|-------------|-------|-------|-------|----------------|----------------|
| V-section | 1 | 5.00 | 15.50 | 20.00 | 60 | 60 |
| | 2 | 5.00 | 20.33 | 20.00 | 90 | 90 |
| | 3 | 5.00 | 21.50 | 20.00 | 120 | 120 |

입시켰으며, 각각 160초, 230초 및 340초 후에 주형을 반전시켜 미용고된 용탕을 쏟아내고 속이 빈 소위 pour-out casting을 얻었다. 이 pour-out casting은 이차원의 응고 분석을 위해 중간 높이에서 수평으로 절단하여 분석하였다.

2-2 실험결과 및 분석

Photo.1은 실험에서 얻어진 pour-out casting의 응고 단면이다. 이 응고 단면으로부터 내부 및 외부 corner에서의 이차원의 응고 진행에 관한 수식을 유도하기 위해 응고 단면은 Fig.1의 L형 주물에서 사용된 분석방법과 동일한 방법에 따라 분석하였으며, Table 2에는 corner angle과 응고시간에 따른 상대 응고두께 (t_2/t_1 , t_3/t_1) 또는 상대 응고길이 (L_2/t_1 , L_3/t_1)가 나타나 있다. 여기서 각 응고시간에 따른 t_2/t_1 , t_3/t_1 , L_2/t_1 , L_3/t_1 값은 거의 일정함을 보이고 있고, 단지 corner angle에 따라 변한다는 것을 알 수 있다. 따라서 상대 응고곡선의 형상은 응고 시간에는 무관하게 일정하고 단지 corner angle에 따라 변한다는 것을 알 수 있었다.

Fig.2와 Fig.3은 table 2의 결과를 plot 한 것으로서 Fig.2에서는 외부 corner angle 대신에 360°-corner angle을 사용했고, 내부 corner angle은 그대로 사용했다. Fig.2는 t_2/t_1 또는 t_3/t_1 vs corner angle은 대수그라프에서 직선의 관계를 보이고 있었



(a)



(b)



(c)

Photo. 1. Cross-sections of the pour-out castings in V-sections. From the bottom of pictures, the solidification times were 160, 230 and 340 seconds, respectively. (a) At 60 degree corner angle; (b) at 90 degree corner angle; (c) at 120 degree corner angle.

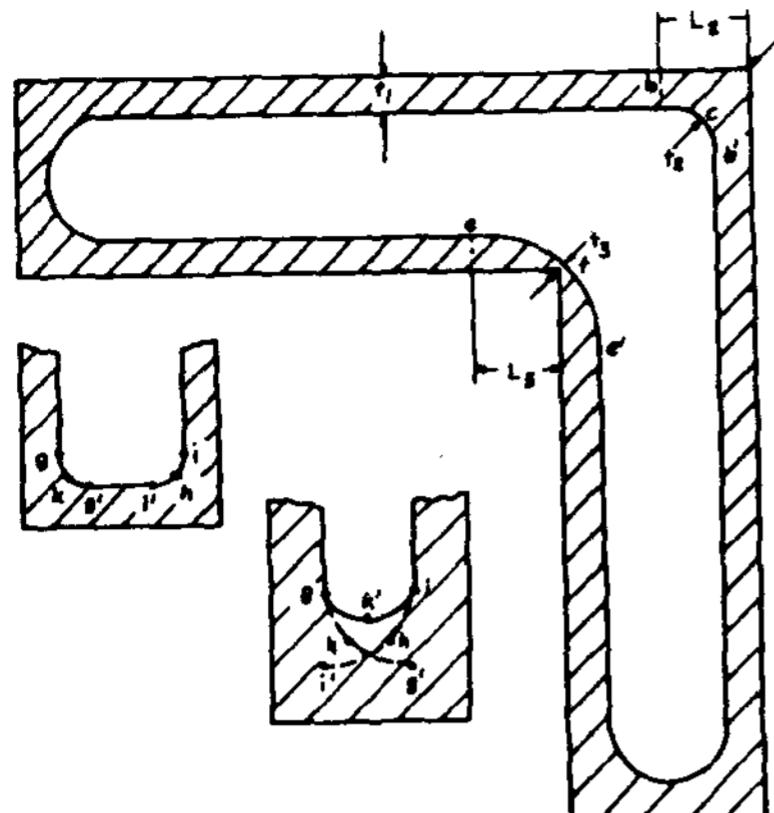


Fig. 1. Schematic representation of the solidification of an L-section casting used to describe the corner and end effects observed; t_1 =thickness of planar wall section; t_2 =thickness solidified at outside corner; t_3 =thickness solidified at inside corner; L_2 =distance over which the outside corner effect was observed; L_3 =distance over which the inside corner effect was observed. $b-c-b'$ =solidification front influenced by the outside corner. $e-f-e'$ =solidification front influenced by the inside corner. $g-k-g'$ and $i-k-i'$ =solidification fronts at the end corners(6).

Table 2. Relative thicknesses or distances
in V-sections.

| Corner Angle | Rel. Sd. Time secs. | Thick or Dist. | t2/t1 | t3/t1 | L2/t1 | L3/t1 |
|--------------|---------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | | | |
| 60° | 160 | 3.29 | - | 3.99 | 3.39 | |
| | 230 | 3.18 | 0.08 | 4.08 | 3.42 | |
| | 340 | 3.25 | 0.08 | 4.19 | 3.74 | |
| | A _v | 3.24 | 0.08 | 4.09 | 3.52 | |
| | S _d | 0.06 | 0.00 | 0.10 | 0.19 | |
| 90° | 160 | 1.92 | 0.16 | 2.93 | 3.01 | |
| | 230 | 2.10 | 0.15 | 2.78 | 3.13 | |
| | 340 | 2.10 | 0.15 | 2.83 | 3.03 | |
| | A _v | 2.04 | 0.15 | 2.85 | 3.06 | |
| | S _d | 0.10 | 0.01 | 0.08 | 0.06 | |
| 120° | 160 | 1.64 | 0.40 | 2.64 | 2.86 | |
| | 230 | 1.56 | 0.34 | 2.25 | 2.67 | |
| | 340 | 1.65 | 0.37 | 2.25 | 2.81 | |
| | A _v | 1.62 | 0.37 | 2.38 | 2.78 | |
| | S _d | 0.05 | 0.03 | 0.23 | 0.10 | |

* S_d is the standard deviation of the average.

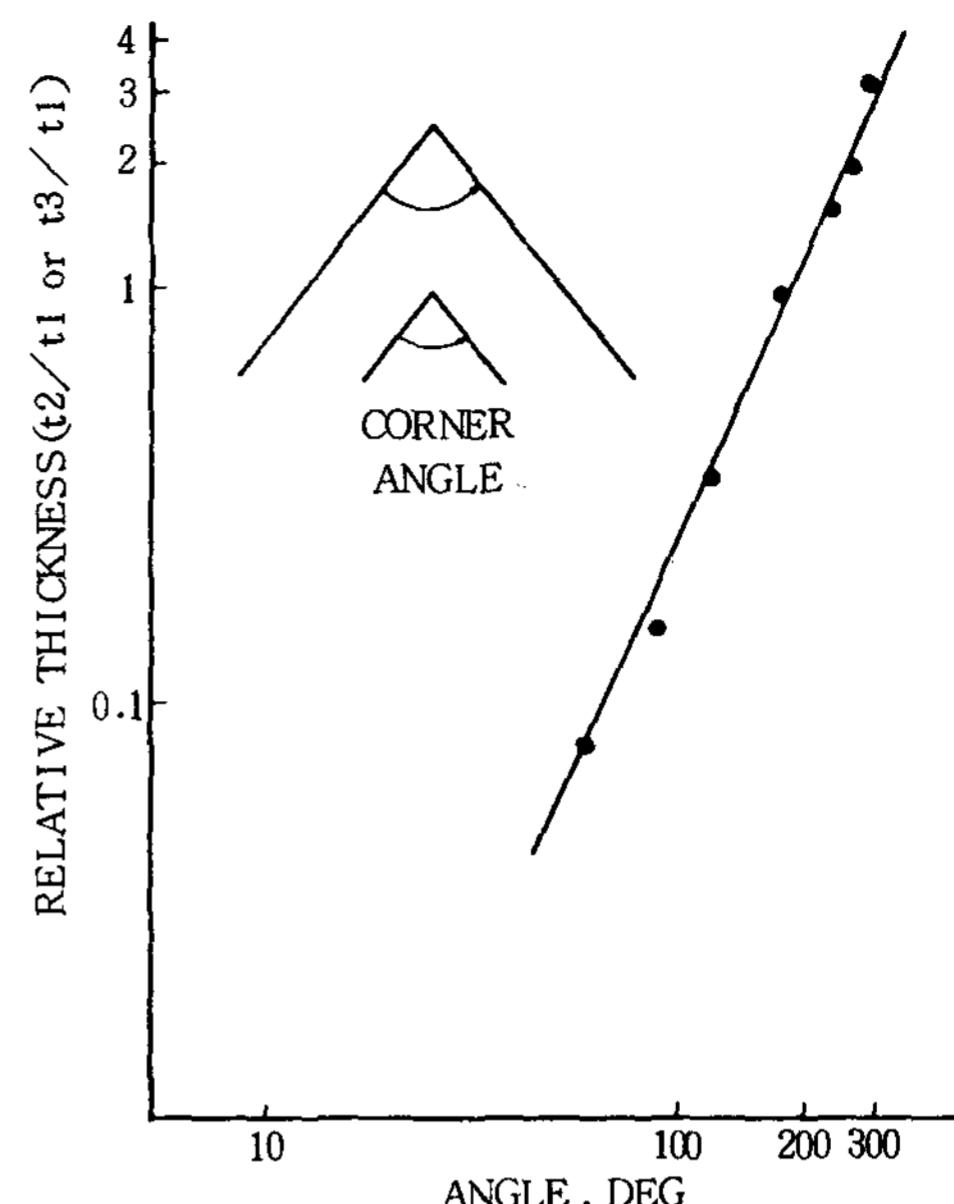


Fig. 2. Relative thicknesses vs corner angles in V-sections.

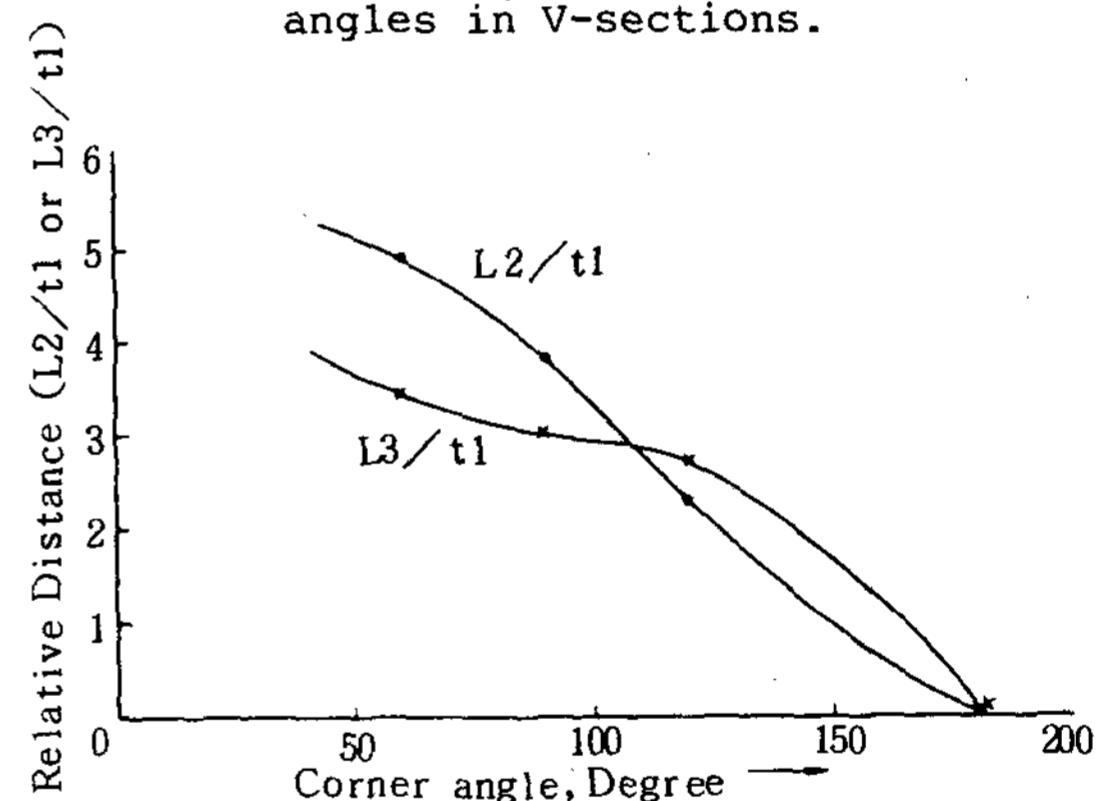


Fig. 3. Relative distances vs corner angles in V-sections.

다. 또한 L_2/t_1 또는 L_2/t_1 corner angle에 대해 plot하여 Fig.3과 같은 곡선을 얻었고, Fig.2와 Fig.3으로부터 다음과 같은 수식을 유도했다.

$$t_2/t_1 \text{ 또는 } t_3/t_1 = 6.16 \times 10^{-6} \text{ ANG}^{2.29} \text{ (단 ANG는 degree로 나타내었음)} \quad (1)$$

$$L_2/t_1 = DISTI = -1.09 RA^3 + 6.52 RA^2 - 13.78 RA + 12.62 \quad (\text{단, RA는 Radian으로 표시된 corner angle}) \quad (2)$$

$$L_3/t_1 = DIST = -0.80RA^3 + 4.09RA^2 - 7.44RA + 7.44 \dots \dots \dots \quad (3)$$

2-3 V형 주물용 고곡선의 Simulation

V형 주물응고곡선의 simulation을 위해서는 Apple II personal computer가 사용되었으며, Fig. 4와 같이 주어진 HGR₂ 고해상도의 graphic screen에 양 arm의 두께 T₁과 T₂ 그리고 corner angle ANG를 가진 V형 주물과 응고곡선을 simulation하기 위한 data point의 위치가 표시되어 있다.

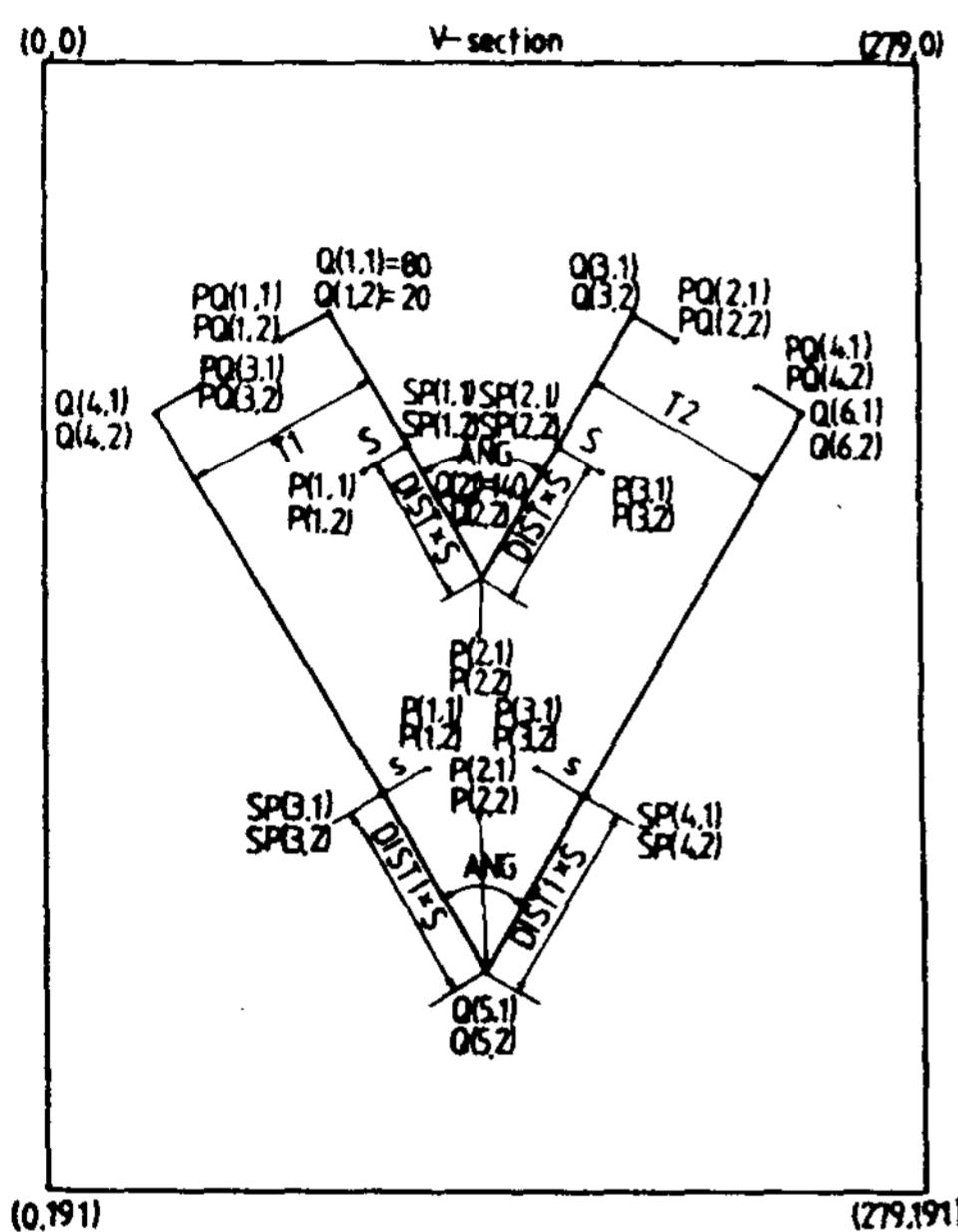


Fig 4. Location of data points for drawing V-section and solidification wave front.

V형 주물형상을 그리기 위해서는 $Q(1, 1) = 80$, $Q(1, 2) = 20$ 그리고 $Q(2, 1) = 40$ 으로 고정시키면 나머지 $Q(2, 1)$, $Q(3, 1)$, $Q(3, 2)$, $Q(4, 1)$, $Q(4, 2)$, $Q(5, 1)$, $Q(5, 2)$ $Q(6, 1)$, $Q(6, 2)$ 는 corner angle ANG와 양팔의 두께 T_1 , T_2 만이 주어지면 간단한 기하학적인 관계를 이용하여 쉽게 아래와 같이 유도 될 수 있다.

$$Q(2,2) = Q(1,2) - (Q(2,1) - Q(1,1)) * \text{COT}(\text{ANG}/2)$$

$$Q(3,1) = 2 * (Q(2,1)) - Q(1,1)$$

$$Q(3,2) = Q(1,2)$$

$$Q(4,1) = Q(1,1) - T_1 * \cos(\text{ANG}/2)$$

$$Q(4,2) = Q(1,2) + T_1 * \sin(\text{ANG}/2)$$

$$Q(5,1) = 0.5 * (Q(4,1) + Q(6,1)) + 0.5 *$$

$$\begin{aligned}
 & (TAN(ANG/2)) * (Q(6,2) - \\
 & Q(4,2)) \\
 Q(5,2) = & 1 - TAN(1.57 - ANG/2) * (Q(5,1) \\
 & - Q(6,1)) + Q(6,2) \\
 Q(6,1) = & Q(3,1) + T_2 * COS(ANG/2) \\
 Q(6,2) = & Q(3,2) + T_2 * SIN(ANG/2) \dots\dots\dots(4)
 \end{aligned}$$

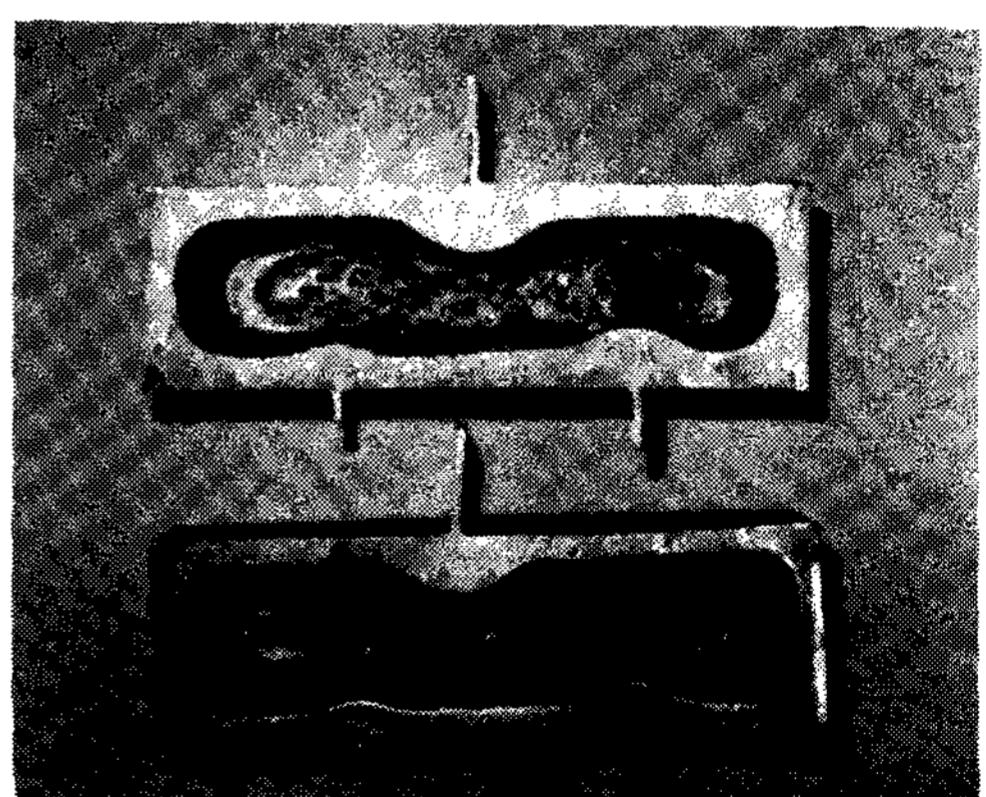
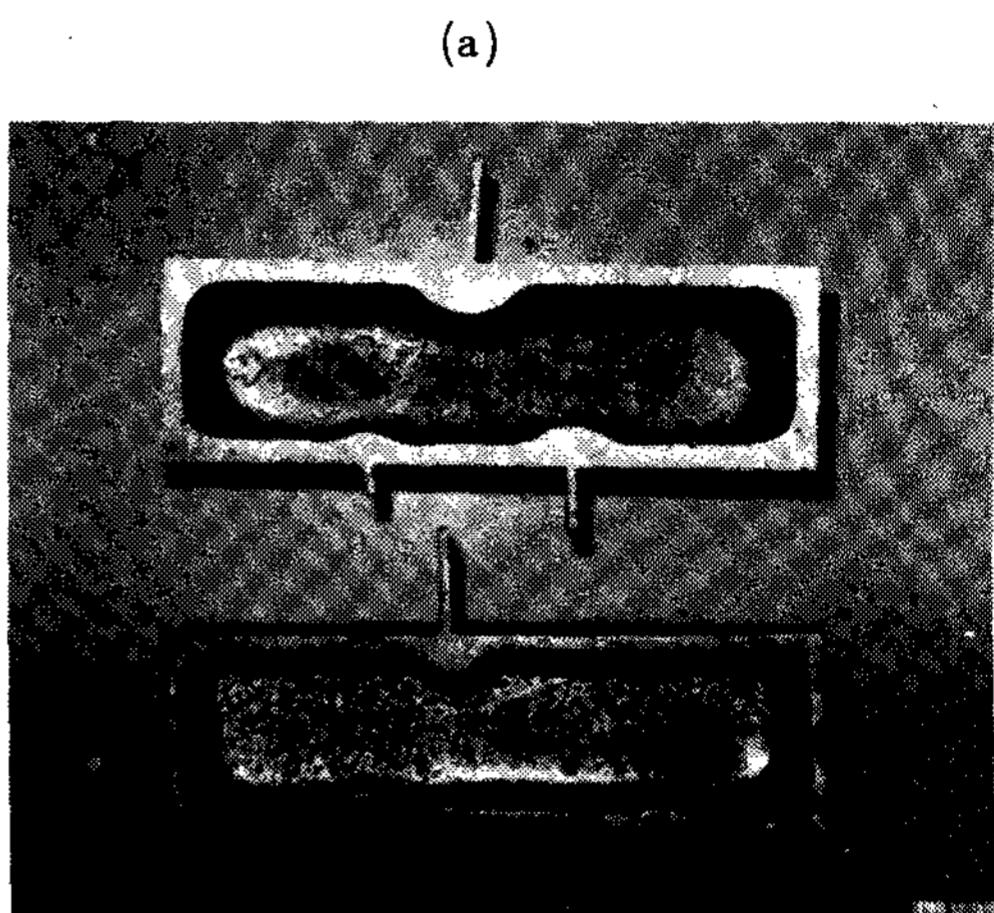


Photo. 2-a Cross-sections of the pour-out castings showing the two-dimensional solidification wave fronts with the attached fins. The fin lengths were 1.15, 2.3 and 3.8 Cm, respectively, at each cross-section, and the fin thicknesses were 0.35 Cm. (a) From the top of the picture, the solidification times were 90 and 160 seconds, respectively; (b) from the top picture, the solidification times were 230 and 340 seconds, respectively.

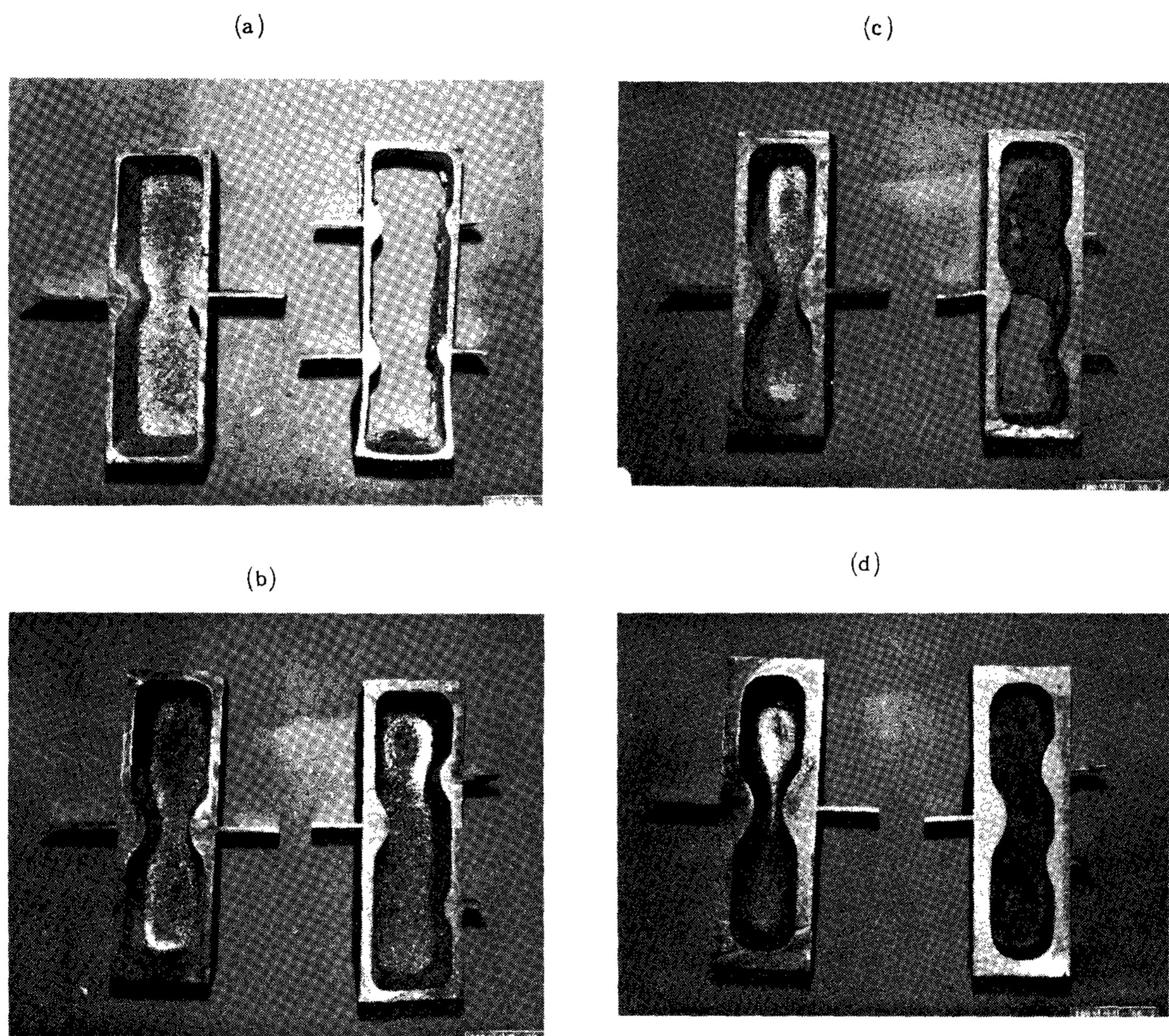


Photo. 2-b Cross-sections of the pour-out castings showing the two-dimensional solidification wave fronts with the attached fins. The thicknesses of fins were all 0.35Cm and the lengths of fins and solidification times were as follows. (a) Lengths of the fins were 1.7, 2.7, 3.7, 4.7, 5.7 and 6.7 Cm, and the solidification time was 90 seconds; (b) Lengths of the fins were 1.7, 2.7, 3.7, 4.7 and 5.7 Cm and the solidification time was 160 seconds; (c) Lengths of the fins were 1.7, 2.7, 3.7, 4.7 and 5.7 Cm and the solidification time was 230 seconds; (d) Lengths of the fins were .17, 2.7, 3.7, 4.7 and 5.7 Cm and the solidification time was 340 seconds.

상기 좌표의 점들을 연결시키면 원하는 이차원의 V형 주물단면이 그려지게 된다. 한편 평편한 주물벽에서의 응고 두께 $S (= t_1)$ 에 대한 상대 응고곡선을 simulation하기 위해서는 식(1), 식(2) 및 식(3)을 식(4)에 의해 이미 그려진 주형의 좌표에 따라 다음과 같이 변경시켰다.

내부 corner에서는

$$PQ(1,1) = Q(1,1) - S * \cos(\text{ANG}/2)$$

$$PQ(1,2) = Q(1,2) + S * \sin(\text{ANG}/2)$$

$$SP(1,1) = Q(2,1) - \text{DIST} * \cos(1.57 - \text{ANG}/2)$$

이 *fin* 효과에 대한 정의가 이루어졌다.

Fig.6은 L×T의 fin을 가진 주형벽에서 평편한 주형벽으로 부터의 응고두께가 S일때 fin 효과에 의해 돌출된 응고면을 개략적으로 그린 것으로 응고계면 abfde는 만약 L×T의 fin 효과가 없었더라면 응고계면은 두 내부 corner의 영향으로 abcde가 되었을 것이다. 여기서 $abcb'c'$ 와 $cdfd'e'$ 은 L형 주물의 내부 corner에서의 응고계면을 나타낸 것으로서 중복된 부분 $cb'c'$ 나 $cd'e'$ 는 실제로는 나타나지 않는 가상적인 응고곡선이다. 그러므로 L×T의 fin에 의해 증가된 응고 두께(면적)는 bcd f로 둘러쌓인 부분이며, 이 면적을 planimeter로 측정하여 Fig.7에 fin의 길이와 S/T에 대해 나타냈다. 여기서 S/T는 S가

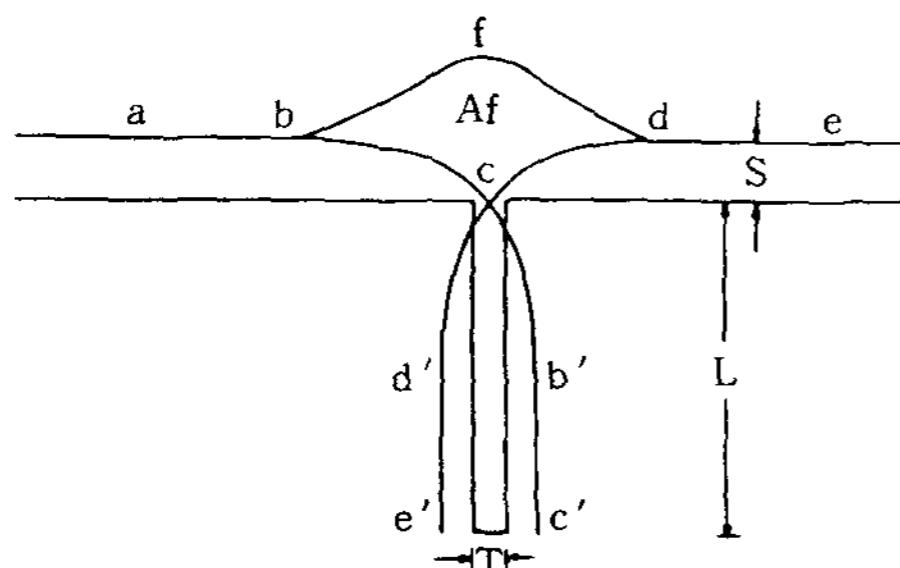


Fig. 6. A graphic analysis to determine the increase in solidification area by given fin size ($L \times T$) when S is the solidification thickness at the planar surface.

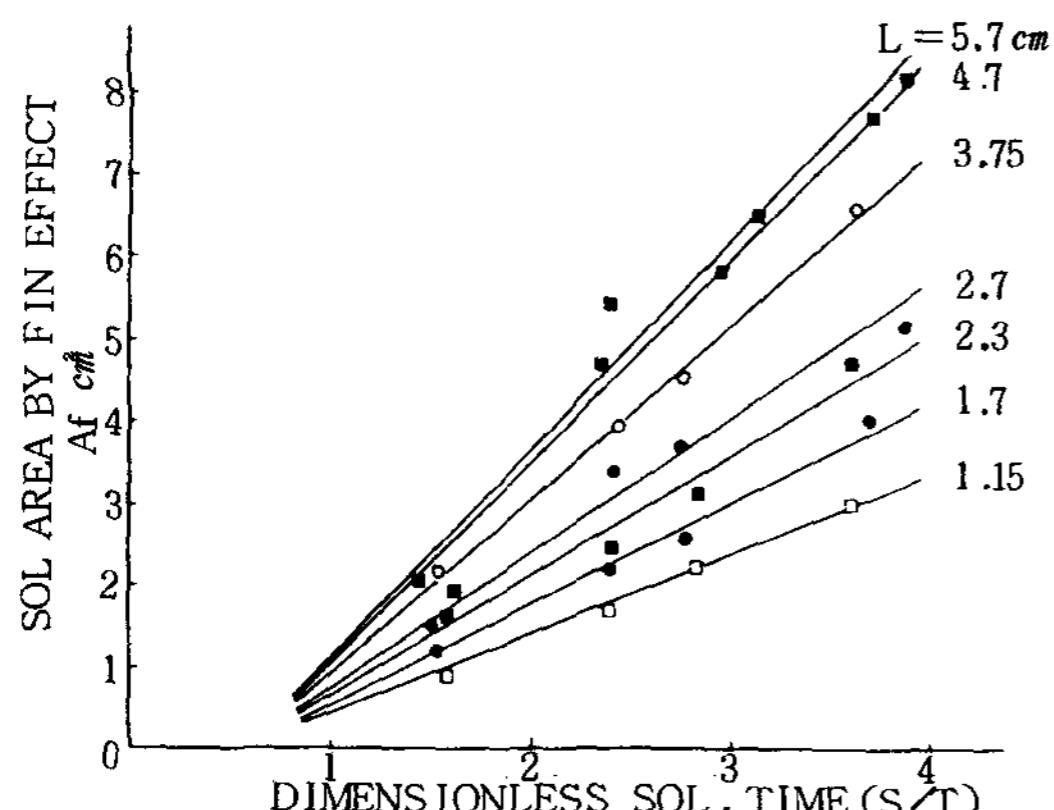


Fig. 7. The increased amount of solidification areas as functions of the dimensionless solidification time (S/T) and fin length (L).

어느 일정한 응고시간에서 평편한 주형벽으로 부터의 응고두께이고 이것은 응고시간에 비례하여 증가되고, T 는 fin 의 두께이므로 결국 dimensionless 응고시간에 해당된다.

그림에 나타난 결과는 다음과 같은 수식으로 유도되었다. 즉,

$$\text{여기서 } T = 0.336 \text{ cm}$$

식(6)은 fin의 두께가 실험에서 취해진 0.336 cm인 경우에만 유효하므로 일반적인 fin 두께에서의 fin 효과를 구하기 위한 일반식은 다음과 같다.

식(7)에서 S 가 $0.62 T$ 보다 작을 때는 $S - 0.62T < 0$ 이 되어 fin 효과가 존재하지 않게 되는데, 실제로는 S 가 $0.62 T$ 보다 작을 때로 fin 효과는 존재하나, 단지 무시해도 좋을 만큼 작은 값이라고 사료된다. 그리하여 S 가 $0.62 T$ 보다 클 때 비로서 fin 효과에 의해 증가된 응고면적은 fin의 두께가 일정할 때 fin의 길이와 응고시간(여기서는 S)에 비례하여 증가하게 되는데 fin 효과가 시작되는 $S = 0.62 T$ 에서, $2S$ 를 두꺼운 arm의 두께라 하고 T 를 얇은 leg의 두께라 하면 $T/2S = T/1.24 T = 0.81$ 이 되어 한 주물의 얇은 부위의 두께와 두꺼운 부위의 두께의 비가 0.81이 하일 때는 fin 효과가 현저하게 나타난다는 것을 알 수 있다.

이상과 같은 결과로 보아 한 주물의 얇은 부위는 두꺼운 부위에 대해 *fin*으로서 작용은 하며 그 크기는 주조금속 및 주형재료가 일정하고 용해조건이 일정할 때 *fin*의 기하학적인 형상과 응고시간에 비례하며 이 응고시간은 절대적인 응고시간이 아니고 주물의 얇은 부위가 응고하는 시간의 비 또는 주물의 얇은 부위의 두께에 대해 두꺼운 부위의 두께에 해당 됨을 알 수 있다.

3 - 3 Fin 효과의 응용

일찌기 Loper 와 Kotschi^(3,4,5)는 X, T 등 간단한 형상의 주물 디자인을 위해 주물을 Fig. 8-a 와 같이 구분하여 각 부위의 응고 순서에 관한 그라프 (Fig. 8-b) 와 같이 제시하였다. 본 연구에서 얻어진 순 알루미늄 T 및 V형 주물의 응고를 simulation 한 결과 역시 이와 같은 응고 순서에 대한 그라프로 표시하는 것이 유용하다고 사료되며, 이 경우에 fin 효과를 고

려하여 그 정확도를 높일 수 있다. 예를 들면 Fig. 9는 leg의 두께가 양 arm의 두께보다 얇은 경우로 fin 효과가 고려되지 않았을 때, junction 부위에 수축 공(빗금진 부분)이 발생되었음을 알 수 있다. 그러나 식(7)에서 fin 효과에 의해 증가된 응고면적을 계산하여 (이 경우 $S = \text{arm 두께}/2$) 응고면이 평평한 주형면과 수평이 되는 (또는 수축공이 제거되는) fin의 길이를 구하면 이 길이가 junction과 arm과의 응고 순서를 바꿔 하는 경계가 되는 것이다. 만일 leg의 길이가 이보다 길면 junction이 arm보다 빨리 응고하게 된다. (Fig.8-a에서 응고 순서가 3-2-1이 된다)

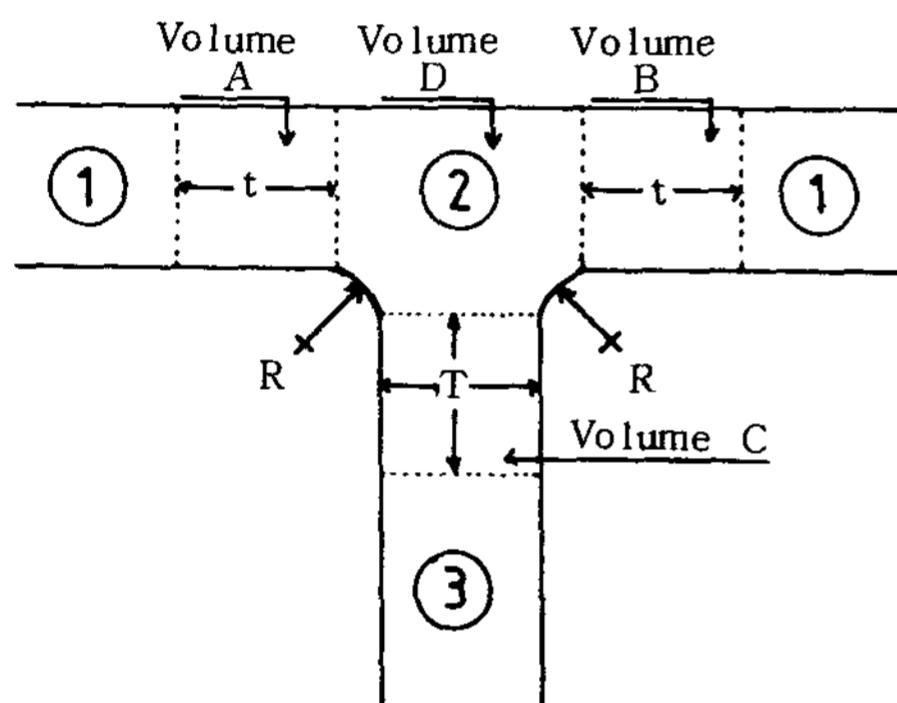


Fig. 8-a. Model of a T-junctions which defines the parameters used on Fig. 4(5).

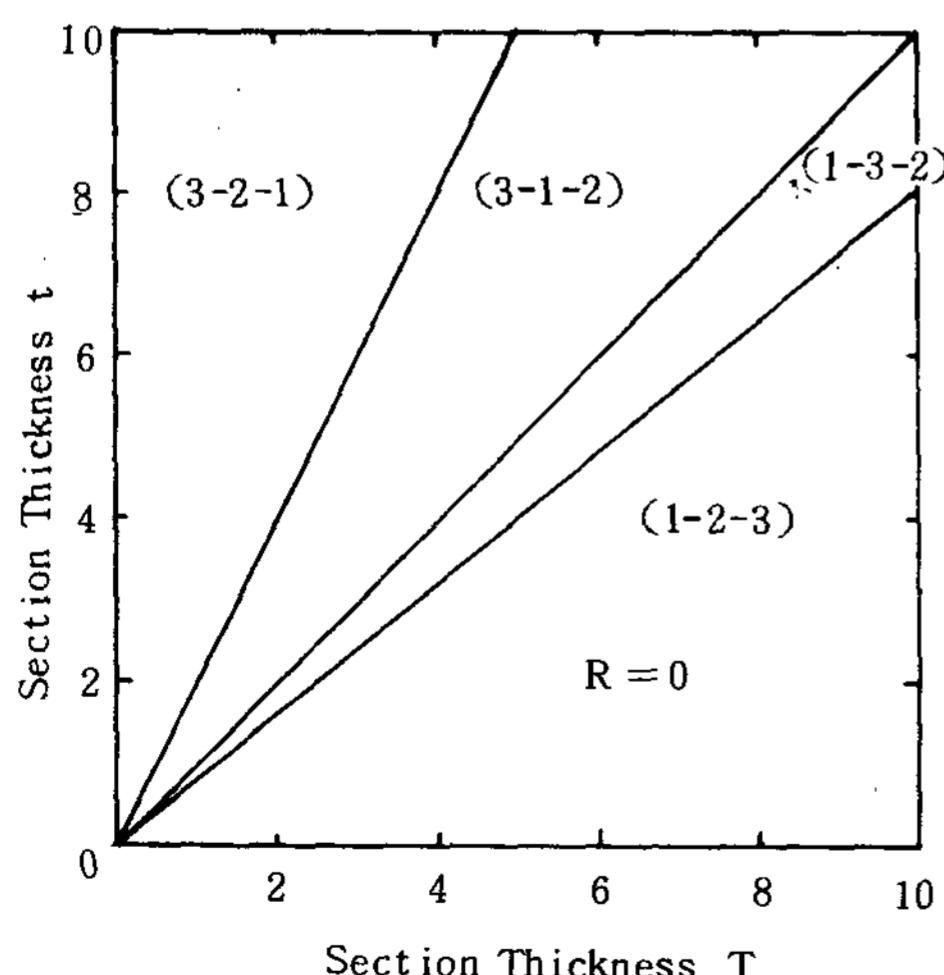


Fig. 8-b. Design curve for T-junctions with $R=0.0(5)$.

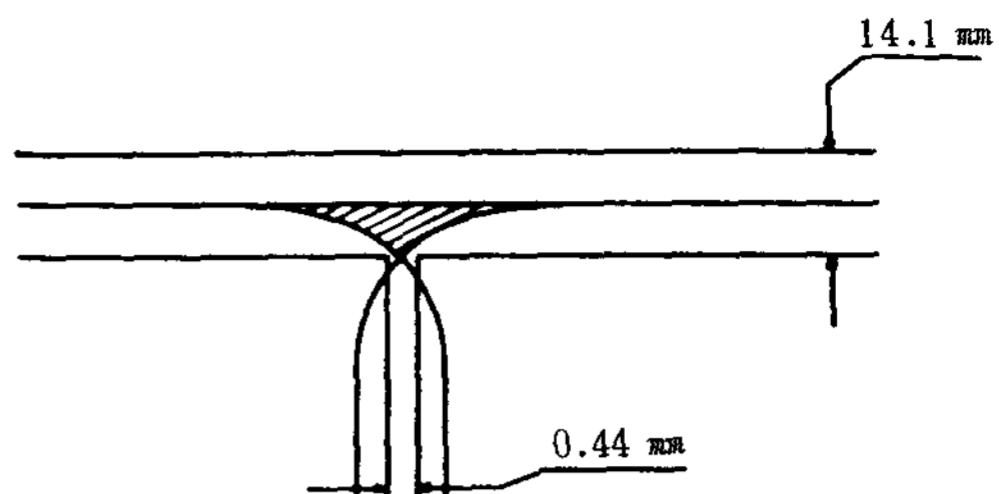


Fig. 9. A simulated solidification curve in a T-section with less leg thickness than arm thickness when the fin effect by leg is not considered.

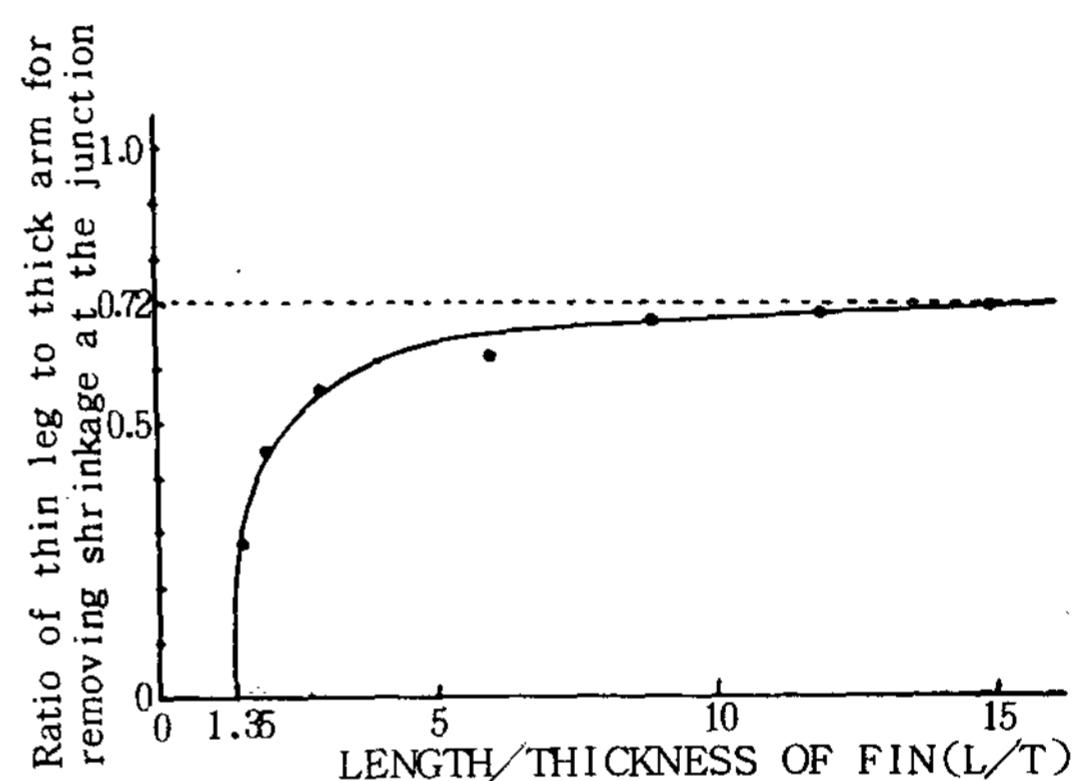


Fig. 10. Ratio of thin leg to thick arms vs length/thickness of fin for removing shrinkage at the T-junction.

Fig. 10는 fin 효과에 의해 junction에 수축공을 제거시키는 dimension less fin의 길이 L/T 을 leg 두께와 관련지어 그라프를 얻은 것이며, semi-infinite fin의 길이에서 junction과 arm의 응고 순서가 바뀌는 leg 두께 / arm 두께의 값은 0.72로 Fig. 8-b에서의 0.50 보다 크다. 이렇게 비교적 큰 차이가 발생된 이유는 Fig. 8-b의 Loper에 의한 T형 주물의 응고 순서는 fin 효과가 전혀 고려되지 않고, 단지 주물의 기하학적인 section modulus에만 의존하여 응고 순서가 결정되었기 때문이라고 사료된다. 또한 fin 효과는 주조금속의 열전도도와 밀접한 관계를 갖고 있다고 사료되는데 본 연구에서 적용된 fin 효과는 열전도가 우수한 순 알루미늄 금속이기 때문에 이와 같은 차이가 있다고 사료된다. 만일 fin 효과가 적은, 즉 열전도가 낮은 금속에서는 차이가 훨씬 적어질 것이라고 사료된다.

Fig. 11과 같이 arm 두께가 leg 두께보다 얇은, 즉

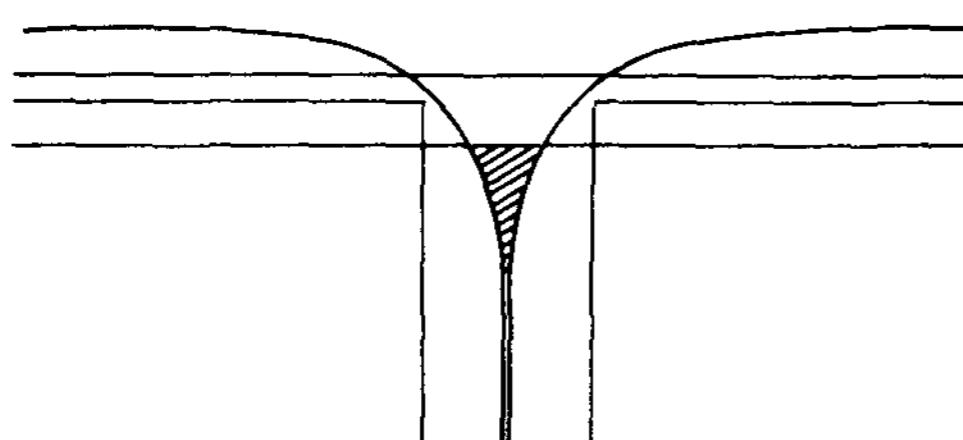


Fig. 11. Simulated solidification curve by the Apple computer when the solidification thickness at the planar surface of the leg is leg thickness/2.

arm이 fin으로서의 역할을 할 때, T형 주물의 응고 순서는 다음과 같이 하여 알 수가 있다.

즉, 평평한 주형벽에서의 응고 두께가 leg 두께 / 2 일 때는 그림에서와 같이 fin 효과가 고려되지 않는 상태에서는 junction에 수축공이 존재한다. 그러나 fin 효과가 고려되면 수축공의 크기는 (실제로는 미응고부분이다) 작아지거나 제거될 수 있게 된다.

이러한 T형 주물에서의 fin 효과 역시 식(7)을 사용하여 얻어지며 특히 얕은 arm의 두께가 leg보다 얕은 경우 두 개의 fin 효과가 있어 junction에 수축공을 제거시킬 수 있는 최소 fin의 길이는 그만큼 짧아지게 된다.

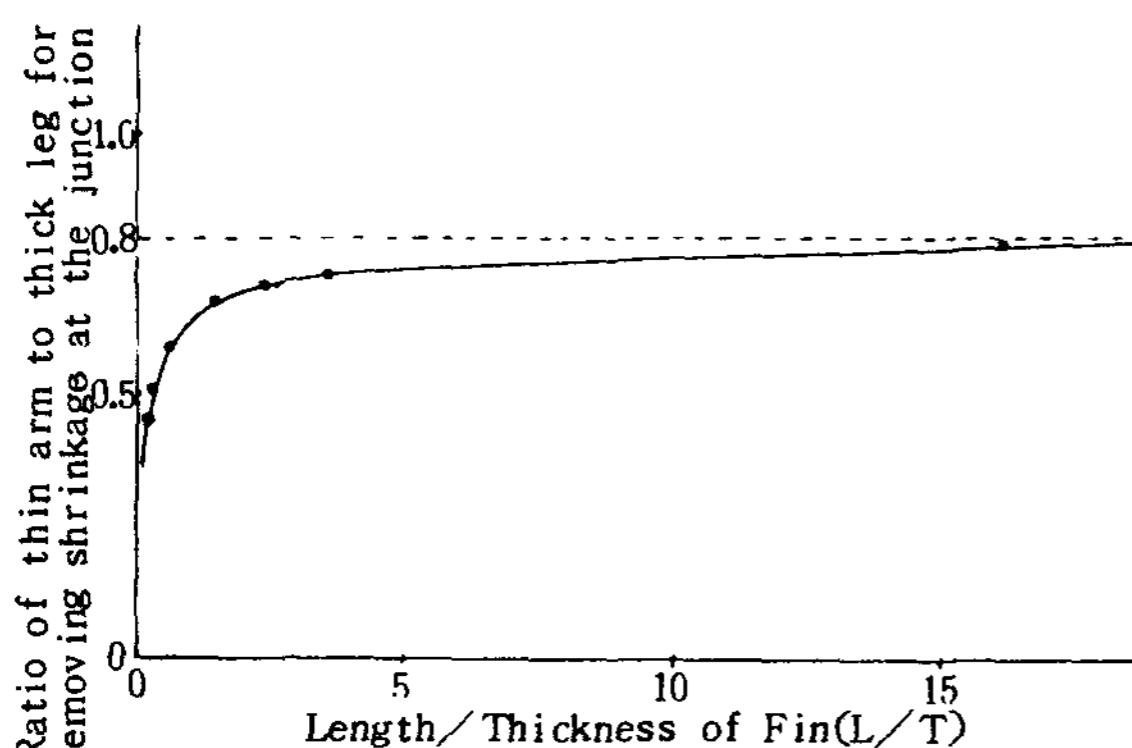


Fig. 12. Ratio of thin arm to thick leg vs length/thickness of fin for removing shrinkage at the T-junction.

Fig. 12는 junction의 수축공을 제거시킬 수 있는 최소 dimensionless fin의 길이를 arm두께 / leg 두께의 값과 관련지어 그린 그라프이며, semi-infinite fin의 길이에서 arm두께 / leg 두께의 값은 0.8로

Fin. 8-b의 Loper의 결과와 거의 일치하고 있다.

V형 주물에서의 fin 효과를 고려했을 때 주물의 arm과 junction의 응고 순서는 V형 주물의 corner angle을 $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ 로 나누어 살펴보았다. Fig. 13는 corner angle이 60° 일 때 얕은 arm의 fin 효과에 의해 junction의 수축공이 제거되는 최소 dimensionless fin의 길이 (L/T)를 얕은 arm두께 / 두꺼운 arm 두께의 값에 대해 그린 것으로 semi-infinite arm의 길이에서 junction의 수축공이 제거되는 얕은 arm두께 / 두꺼운 arm두께의 값은 약 0.76으로 이 값이 0.76보다 작을 때는 수축공이 제거되어 주물의 응고 순서는 얕은 arm-junction - 두꺼운 arm이 되고 0.76과 1 사이에 있을 때는 주물의 응고 순서는 얕은 arm - 두꺼운 arm-junction이 되어 junction에 수축공이 발생하게 된다.

Fig. 14는 corner angle이 90° 일 경우, junction의 수축공 불량을 제거시키기 위한 최소 dimensionless fin의 길이 L/T 와 얕은 arm두께 / 두꺼운 arm의 두께의 값을 관련지어 그린 그라프로서 semi-infinite arm 길이에서 junction의 수축공이 제거되는 얕은 arm두께 / 두꺼운 arm두께의 값은 약 0.81로 이 값이 이보다 크고 작음에 따라 corner angle이 60° 의 경우와 같이 junction과 두꺼운 arm의 응고 순서가 바뀌게 된다. Fig. 15는 corner angle이 120° 일 경우 얕은 arm 대 두꺼운 arm의 비가 1:1, 1:1.08, 1:1.2, 및 1:1.29로 변했을 때 junction에 수축공 불량의 크기가 감소되는 것을 보여주는 것으로 얕은 arm 대 두꺼운 arm의 두께 비가 1:1.29 이상일 때는 fin 효과를 고려하지 않더라도 junction에 수축공 불량이 제거되어 응고 순서가 얕은 arm-junction - 두꺼운 arm이 된다.

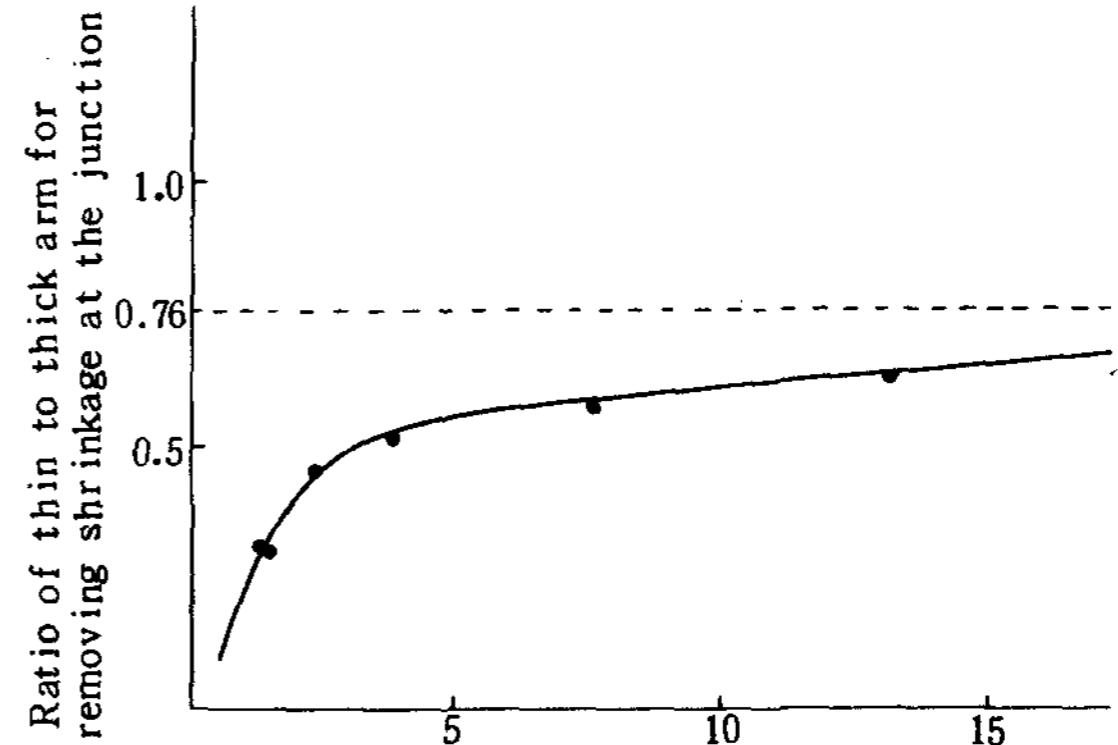


Fig. 13. Ratio of thin to thick arm vs length to thickness of fin for removing shrinkage at the V-junction with 60° corner angle.

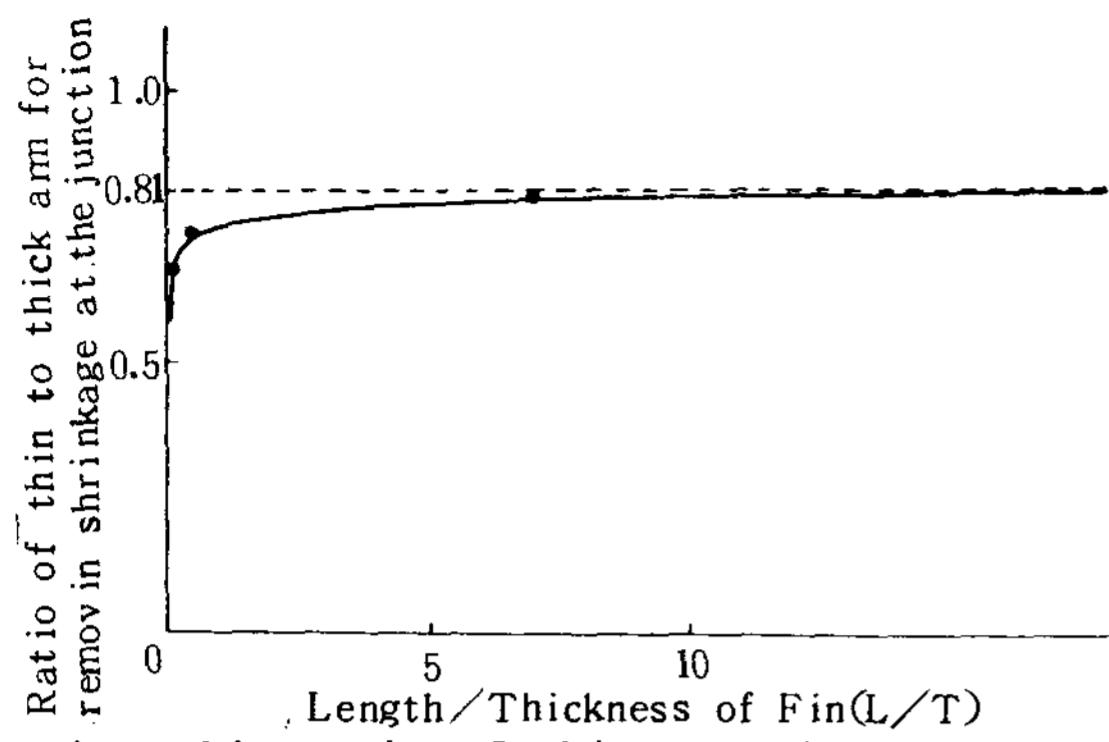


Fig. 14. Ratio of thin to thick arm vs length to thickness of fin for removing shrinkage at the V-junction with 90° corner angle.

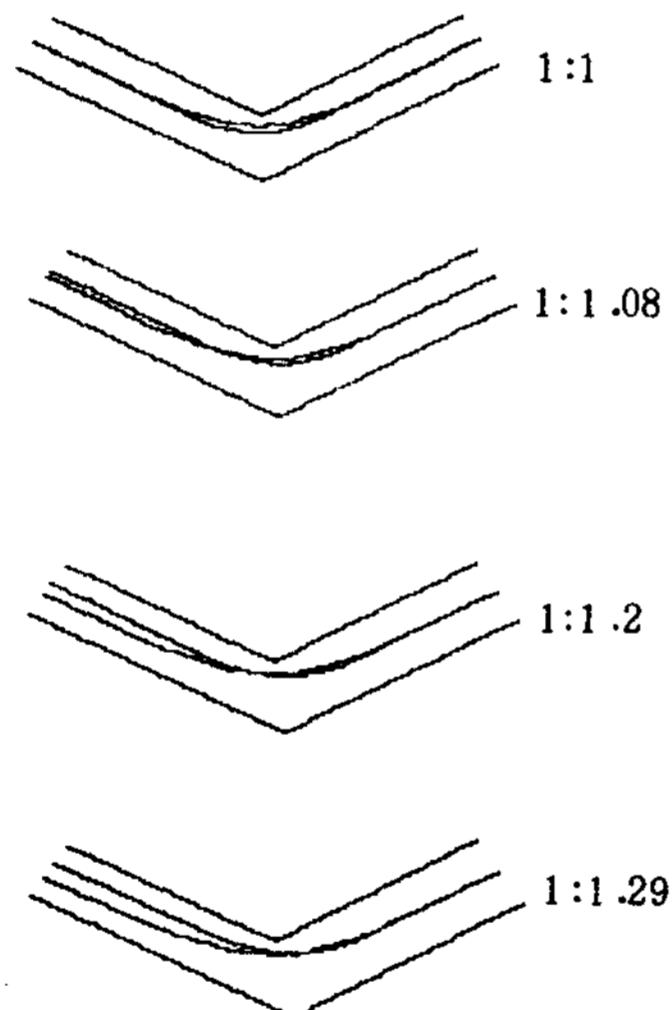


Fig. 15. Simulated solidification curves showing the elimination of shrinkage cavity at the junction as the thin arm to thick arm thickness ratio increases.

4. 결론

1. V형 주물 응고 곡선 simulation에서 corner 부위에서의 응고곡선 형상은 corner angle의 크기에 의해서만 변하고 응고시간에는 관계없이 일정하다.

2. 순 알루미늄 주물에서의 fin 효과는 Af를 fin에 의해 증가된 응고면적이라고 할 때 $A_f = 4.10(L/T) - 0.63(S - 0.62T)$ 로 나타나고 이 식에서 fin 효과가 현저하게 나타나기 시작하는 한 주물의 얇은 부위 (fin)의 두께 / 두꺼운 부위의 두께의 비는 약 0.81이 된다.

3. 주물 응고곡선에 있어 fin 효과는 주물의 응고 순서 결정 (또는 응고곡선 simulation)에 있어 section modulus 방법의 정확도를 높일 수 있는 가장 중요한 요인 중의 하나이고, 앞으로 fin 효과를 좌우하는 제 요인별 연구와 그 응용에 관한 연구가 필요하다.

참고문헌

1. F.A. Brandt, H.F. Bishop, W.S. Pellini : AFS Trans., Vol. 61 (1953), p. 451
2. C.W. Briggs, R.A. Gezelius, A.R. Doraldson : AFS Trans., Vol. 61 (1983), p. 605
3. R.M. Kotschi, C.R. Loper, Jr. : AFS Trans., Vol. 82 (1974), p. 535
4. R.M. Kotschi, C.R. Loper, Jr. : AFS Trans., Vol. 84 (1976), p. 631
5. R.M. Kotschi, C.R. Loper, Jr., R.E. Frankenberg, L. Janowski : AFS Trans., Vol. 85 (1979), p. 571
6. 한윤희, 김명한, 김동욱 : 주조 Vol.5 (1985) No 5, p. 125
7. J.A. Adams : Computer Aided Design, Vol. 6, No 1, Jan (1974), p. 2
8. 한윤희, 김명한, 김동욱 : 주조, Vol. 5 (1985), No 4, p. 289