

승산을 요하지 않는 적응 디지털 필터

Multiplication Free Adaptive Digital Filter

* 박 태 호 (Park, T. H.)
 ** 차 일 환 (Cha, I. W.)
 *** 윤 대 희 (Youn, D. H.)

요 약

승산을 요하지 않는 적응 디지털 필터링 알고리즘이 논의되었다. 제안된 알고리즘은 델타 변조 디지털 필터를 사용하였으며 승산없이 적응 디지털 필터를 실현하기 위하여 필터계수는 SIGN 알고리즘으로 새로이 재조정된다. 결과적으로, 제안된 알고리즘은 단순히 UP/DOWN 계수동작으로 실현될 수 있음을 보였다. 제안된 적응 디지털 필터링 알고리즘과 다른 알고리즘을 시스템 Identification 문제에 적용하여 수렴특성을 조사하였다.

ABSTRACT

Multiplication free adaptive digital filtering algorithms are discussed. The proposed algorithm uses delta modulation digital filter and the relevant filter weights are updated using the SIGN algorithms to realize an adaptive digital filter without multiplication operations. It is shown that the resulting algorithm can be implemented using simple up/down counting operations. The convergence characteristics of the proposed adaptive digital filtering algorithm and others are investigated for a system identification problem.

I. 서 론

적응 디지털 필터(Adaptive Digital Filter)는 입력 신호의 통계적 특성이 시간에 따라 변하는 경우(non-stationary environment)에 효과적으로 사용할 수 있다. 적응 필터링 알고리즘중에서 LMS (Least Mean Square) 알고리즘⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾은 계산상 효율적이고 성능이 좋을 뿐만아니라 단순성(Simplicity) 때문에 적응 필터링 알고리즘으로 널리 쓰이고 있다. 최근에 LMS 알고리즘보다 계산을 더 간략하게 할 수 있는 SIGN 알고리즘⁽⁴⁾⁽⁵⁾이 개발되어 반향 제거기(echo canceller)에 적용되었다.

한편, 디지털 필터를 실현하기 위하여 입력 신호를 A/D(Analog to Digital) 변환하는 방법으로는 PCM(Pulse Code Modulation)으로 실현하는 방법과 DM(Delta Modulation)으로 실현하는 방법이 있다.⁽⁶⁾ DM 디지털 필터는 PCM 디지털 필터보다 성능은 저하되지만 필터 입력 신호가 +1 과 -1 값 만을 취하므로 송산없이 디지털 필터를 실현할 수 있으며 델타 변조기는 간단한 A/D변환기라는 장점을 갖고

있다.

최근에 DM을 이용하여 부호화된 신호를 적응 디지털 필터의 기준 입력으로 하고 필터 계수에 LMS 알고리즘을 적용하는 방법이 제안 되었다⁽⁷⁾ 그러나 이 적응 디지털 필터는 델타 변조 디지털 필터를 이용하였으므로 송산을 요하지는 않지만 필터 계수를 계산하는 과정에서 LMS 알고리즘을 이용하였으므로 아직도 송산을 요하고 있다.

본 논문에서 제시한 DMADF(Delta Modulation Adaptive Digital Filter)는 입력 신호를 우선 DM으로 부호화 하고 필터 계수에 SIGN 알고리즘을 적용 시켰다. 그러면, 필터 계수는 단순히 up/down 계수동작에 의해 새로이 조정된다.

II. 델타 변조 적응 디지털 필터

그림 1은 TDL(Tapped Delay Line) 구조의 델타 변조 적응 디지털 필터이다. $d(k)$ 는 원시 입력(primary input), $x(k)$ 는 기준 입력(reference input)이다. $g(k)$ 는 추정 신호이고 $e(k)$ 는 추정 오차 신호이다.

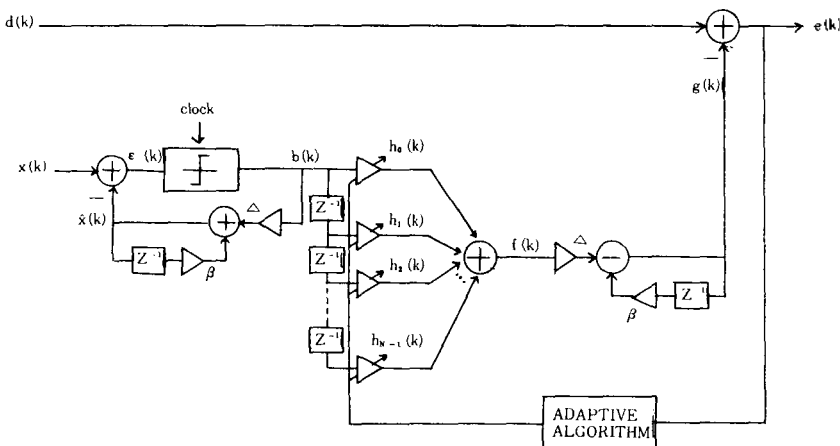


그림 1 델타 변조 적응 디지털 필터

델타 변조 적응 디지털 필터의 입출력 관계식은 다음과 같다.

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \quad (1)$$

$$\hat{x}(k) = \beta \hat{x}(k-1) + \Delta b(k) \quad (2)$$

$$b(k) = \text{sign}[e(k)] \quad (3)$$

$$f(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i(k) b(k-i) \quad (4)$$

$$g(k) = \beta g(k-1) + \Delta f(k) \quad (5)$$

$$e(k) = d(k) - g(k) \quad (6)$$

여기서,

$$\text{sign}[e(k)] = \begin{cases} 1, & e(k) \geq 0 \\ -1, & e(k) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

β 는 leaky 상수이고 Δ 는 DM 스텝 크기이다. 여기서 문제는 출력 $g(k)$ 가 원시 입력 신호 $d(k)$ 를 가장 잘 근사화시키도록 델타 변조 디지털 필터의 필터 계수가 재조정되는 것이다. 필터 계수에 gradient 형태의 알고리즘을 적용시키면

$$h_i(k+1) = h_i(k) + \mu \nabla_i(k), \quad i=0, 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

여기서 μ 는 수렴상수이며 $\nabla_i(k)$ 는 시간 k 에서의 추정 기울기를 나타낸다. 추정 기울기 $\nabla_i(k)$ 에 LMS 알고리즘과 SIGN 알고리즘을 적용시키면 다음과 같다.

$$\text{LMS} : \nabla_i(k) = e(k) b(k-i) = \pm e(k) \quad (9)$$

$$\text{SIGN} : \nabla_i(k) = \text{sign}[e(k)] b(k-i) = \pm 1 \quad (10)$$

식(10)을 식(8)에 대입하면

$$h_i(k+1) = h_i(k) \pm \mu \quad (11)$$

만일 $\mu = 2^{-L}$ (L 은 정수)로 취하면 식(11)은 $\text{sign}[e(k)]$ 및 $b(k-i)$ 의 이전상태에 따라서 필터계수가 μ 만큼

증가 및 감소를 하므로 필터계수가 재조정되는 과정에서 승산없이 up/down 계수 동작만으로 실현될 수 있다.

III. 시뮬레이션 결과

시스템 Identification 문제는 미지의 시스템 H 를 근사적으로 추정하는 것이다. 그림(2)에서 $x(k)$ 는 미지의 시스템 H 를 거쳐서 $d(k)$ 신호가 된다. 이때 델타 변조 적응 디지털 필터를 미지의 시스템의 입출력에 적용하고, H 를 FIR (Finite Impulse Response) 디지털 필터로 모델링하고 필터계수에 적응 알고리즘을 적용하면 계속적으로 평균 자승 오차 $E[e^2(k)]$ 를 최소화시켜서 미지의 시스템 H 는 적응 필터계수 \hat{H} 로 근사화 된다.

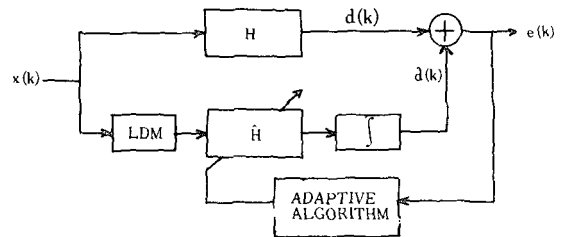


그림 2 시스템 Identification 블록도

시뮬레이션에서 사용한 신호 $x(k)$ 는 분산이 1이고 평균이 0인 백색 가우시안 신호(White Gaussian Signal)를 표본화 주파수 $f_s = 32,000$ [Hz], 차단주파수 $f_c = 4,000$ [Hz]를 갖는 4차 Butterworth 저역 통과 필터에 통과시킨 후 차단 주파수 920 [Hz]인 일차 IIR (Infinite Impulse Response) 저역 통과 필터에 통과시킨 신호이다. 미지의 시스템 H 는 필터 웨이트 수가 60개이고 차단 주파수 $f_c = 2,500$ [Hz]인 FIR 저역 통과 필터 시스템이다.

그림 3의 Learning 곡선은 서로 무관계 (independent)한 20개의 데이터를 $x(k)$ 를 발생시킨 동일함자

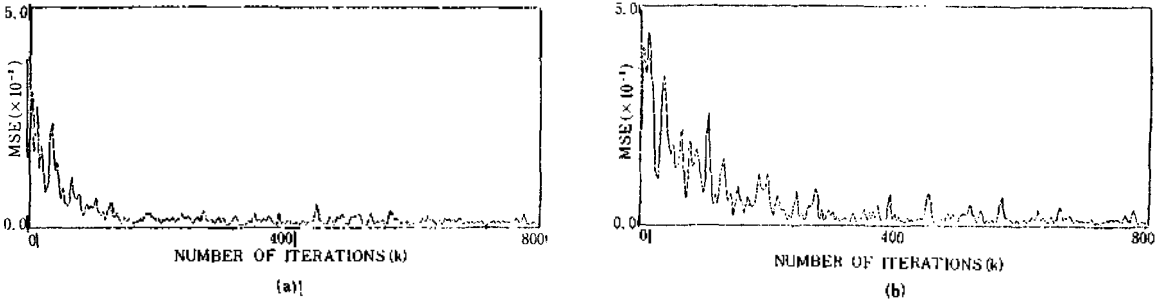


그림 3 Learning 곡선

(a) DMADF-LMS and (b) DMADF-SIGN

시스템에 각각 통과시켜 추정오차 신호 $e(k)$ 를 통계적으로 평균하여 얻었다. 여기서 DMADF-LMS 및 DMADF-SIGN은 델타 변조 적응 디지털 필터 계수를 각각 LMS 알고리즘과 SIGN 알고리즘을 이용하여 추정할 경우를 나타낸다. 수렴상수 μ 는 LMS 알고리즘을 이용하여 추정한 경우에는 0.03, SIGN 알고리즘을 이용하여 추정한 경우에는 0.002를 사용하여 정상상태에서 평균 자승 오차 전력(mean squared error power)이 서로 같도록 실험적으로 수렴 상수를 선택 했다.

IV. 결 론

본 논문에서 제안된 알고리즘은 적응디지털 필터를 단순히 up/down 계수 동작으로 실현할 수 있음을 제시했다. SIGN 알고리즘을 이용한 경우가 LMS 알고리즘을 이용한 경우보다 늦게 수렴하지만 LMS 알고리즘의 수렴속도보다 크게 뒤지지 않는다. DM 코딩 과정에서 발생하는 오차를 줄이기 위해 ADM (Adaptive Delta Modulation) 방법을 적용할 수도 있다.

REFERENCES

- [1] B. Widrow, et al., "Adaptive noise cancelling," Proc. IEEE, Vol. 63, No. 12, pp. 1692-1716, Dec. 1975.
- [2] B. Widrow, et al., "Stationary and non-stationary learning characteristics of the LMS adaptive filter," Proc. IEEE, Vol. 64, No. 8, pp. 1151-1162, Aug. 1976.
- [3] D.H. Youn, "A class of adaptive methods for estimating coherence and time delay function," Ph.D. Thesis, Kansas state Univ., 1982.
- [4] T.A.C.M. Classen and W.F.G. Mecklenbrauker, "Comparison of the convergence of two algorithms for adaptive FIR digital filters," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc., Vol. ASSP-29, No. 3, pp. 670-675, June, 1981.
- [5] V.J. Mathews and S.H. Cho, "Improved convergence analysis of stochastic gradient adaptive filters using SIGN algorithm." Submitted for publication, 1987.
- [6] J.C. Lee and C.K. Un, "On FIR delta modulation digital filters," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-29, pp. 1194-1201, Dec. 1981.
- [7] J.W. Lee, C.K. Un and J.C. Lee, "Adaptive digital filtering of differentially coded signals," ICASSP Proc., Vol. 3, pp. 1257-1260, March 1985.