

중 공 의 수 학 교 육

金 哲 煥, 金 昌 東, 成 仁 西

ICMI에 가입한 중공의 새로운 대표를 축하해주기 위해서 1985년 8월 미국 버클리에서 개최된 국제 수학자회의 ICMI분과에서 Ding Er-Sheng(북경 사범대학교수)가 다음과 같은 내용을 발표했는데, 이것이 ICMI의 Bulletin NO. 21, 1986년 12월호에 나와있다. 본고는 이것을 번역한 것이다.
[편집자 주]

내 논문의 주요 골자를 언급하기에 앞서서, 우선 대체적인 중국의 교육체제에 관한 몇가지 배경을 설명하는것이 좋으리라 생각한다.

I. 교육 체 제

학교유형	재학기간(학제)	학 령
국민학교	5 또는 6 년	6 / 7~12
중 학 교	3 년	12~15
고등학교	3 년	15~18
대학(교)	4 년	18~22
대 학 원	3 년	22~25

국민학교는 832,309개가 있는데 그중의 46%는 6년제이고 대부분의 학교는 도시에 소재하고 있다.

중국은 현재 9년간 즉, 중학교까지의 의무교육으로 되어가고 있다.

II. 국민학교, 중·고등학교와 학생 및 교사의 수

	학 교 수	학 생 수	교 사 의 수
중·고등학교	104,946	50,932,900	2,967,600
국 민 학 교	832,309	133,701,800	5,376,800

III. 인문계 중·고등학교의 교육과정

과목 \ 학년	중 학 교			고 등 학 교			총 계
	1	2	3	1	2	3	
정 치	2	2	2	2	2	2	384
중 국 어	6	6	6	5	4	4	1,000
수 학	5	6	6	5	5	5	1,026
외 국 어	5	5	5	5	5	4	932
물 리		2	3	4	3	4	500
화 학			3	3	3	3	372
역 사	3	2		3			266
지 리	3	2			2		234
생 물	2	2				2	192
생리학·위생학			2				64
체 육	2	2	2	2	2	2	384
음 악	1	1	1				100
미 술	1	1	1				100
총 계	30	31	31	29	26	26	5,554
선택 과목					4	4	240

(※ 위 표는 주당 수업시수를 의미함)

아다시피, 중국에서는 문교부에서 인가된 전국적으로 통합된 교육과정, 교수요목, 교과서가 사용되고 있다. 국민학교와 중·고등학교용 수학교과서는 발달된 과학 지식을 풍부히 하고 기초지식의 교수를 강화하고, 학생들의 능력을 길러서 재능있는 사람들이 중국의 사회주의자 현대화 운동에 장래에 참여할수 있

도록 훈련시킨다는 필요성에 부응하도록 국민학교, 중·고교 학생들에게 수학에 대해 굳건한 기초를 세워준다는 원칙을 기반으로 하고 있다.

중·고교에서 수학을 가르치는 목적은 학생들이 사회주의자 건설과 현대과학, 기술의 연구에 필요한 기초수학에 대한 뛰어난 지식을 습득하고, 빠르고 옳바른 운영을 할 수 있는 능력을 갖고, 논리적으로 생각하고 또 문제를 분석, 해결하는 능력을 점차 개발하기 위해 공간개념을 사용하도록 하게 하는 것이다.

이러한 교수목적에 따르고, 중국의 4대 현대화 운동을 실현하고자 하는 필요성에 기인하고 그리고 학생들이 소화할 수 있는 내용을 고려하여서, 우리는 학교수학의 전통적인 내용을 주의깊게 선택하였으며, 특별히 유용하지 않은 내용은 삭제하였다.

예를들면, 지나치게 복잡한 사칙연산, 대수와 삼각법에서의 복잡한 항등변환, 기하에 있어서의 어려운 증명등이 그러한 내용이다.

그리고나서 국민학교 과정에는 대수와 기하에 대한 몇가지 기본지식, 중·고교에는 미적분, 통계, 확률, 논리대수에 대한 몇가지 기본지식을 삽입했다. 마침내는 집합과 대응에 대한 개념과 기호와 같은 현대수학에서의 몇가지 새로운 시상을 교재에 또한 넣었다. 그러나 우리는 교재를 설명하기 위한 기초로서 집합론을 사용하지도 안했을뿐만 아니라, 집합에 대한 언어와 기호도 널리 사용하지도 안했다. 왜냐하면 이 시점에서는 집합이 필요하지도 않고, 가르쳐서 좋은 결과를 얻기가 매우 어렵기 때문이다.

이와같은 수학교과서들은 1978년에 발행되었고, 그때부터 전국적으로 사용되어 왔다. 사용되어오는 동안 몇가지 부분적인 개정이 있었는데, 1983년부터 가장 많이 개정이 되었다. 통합된 교과서는 두 종류가 있다.

한종류는 기초용이고 다른 하나는 고급용이다.

중학교 교과서도 마찬가지이다. 고등학교 교과서는 calculus가 고급용에만 있다는 것이 다른 모든 것 같다.

중학교 수학의 중요내용은 다음과 같다.

I. 대 수

1. 유리수와 실수 및 연산
2. 다항식, 다항식의 가감승제, 인수분해
3. 일원일차방정식과 일원이차방정식, 이원일차방정식과 이원이차방정식의 체계, 간단한 고차방정식
4. 일원일차부등식과 일원이차부등식
5. 분수와 분수식, 근호
6. 함수와 그래프: 정비례와 반비례, 일차·이차함수
7. 지수와 상용로그
8. 기초통계: 평균, 평균편차, 표준편차, 두수분포

II. 기 하

1. 직선, 교선, 평행선
2. 삼각형
3. 사각형
4. 면적, 피타고라스의 정리
5. 닮음
6. 원
7. 도형기하: 중요한 개념들

고등학교 수학의 주요내용은 다음과 같다.

I. 대 수

1. 집합, 대응, 함수, 역함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수, 역삼각함수, 간단한 삼각방정식
2. 수열, 극한, 수학적 귀납법
3. 행렬식과 일차방정식·부등식의 체계
4. 복소수: 복소수의 개념과 연산
5. 순열, 조합, 이항정리
6. 확률: 수학적 확률사건, 배반사건, 독립사건, 합성실험 (composite experiments)

II. 입체기하

1. 평면의 기본성질: 직선과 평면의

위치관계

2. 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 원뿔대,
구의 표면적과 체적

Ⅲ. 평면해석 기하

1. 직선
2. 이차곡선, 원, 타원, 포물선, 쌍곡선,
축의 변환과 회전
3. 극좌표와 매개변수 방정식

Ⅳ. 미·적분학에 관한 기본지식

1. 도함수와 미분 및 응용
2. 부정적분 및 응용

고등학교 과정의 기본적인 내용은 영역Ⅳ를 포함하지 않는다.

전국적으로 통합된 수학교과서는 인문계학 교의 필요성에 잘 부합되고 있다. 이들 교과서를 학습함으로써 수학과 기본적인 기능에 대한 체계적인 기초지식을 얻을수 있다.

그러나 교과서가 아무리 훌륭하다 할지라도 한 종류의 교과서만으로는 전국에 있는 모든 학교의 요구를 충족시키기가 어렵다.

반면에 우리사회주의자 현대화운동은 수학교육의 요구를 증가시켰고 따라서 수학교육은 많이 진전이 되었다.

이러한 이유때문에 수학교육은 변화되어야만 한다. 현재 중국은 수학교육을 개혁하는 시기에 놓여있다. 우리는 수학과 교육과정을 개정하고 교과내용을 정비하고 교수법을 향상시키고 있다.

최근에는 교재와 교수법의 모든 영역에서 더욱더 많은 실험을 하고 있다.

Ⅰ. 첫째로, 본인은 이러한 개혁에 대한 일반적인 지침에 대해서 간단히 언급하고자 한다.

중요한 일반적인 지침은 “교육은 현대화, 세계, 미래를 지향해야 한다.” 광범위한 실행과 깊이있는 연구를 통하여 다음과 같은 원리들이 설정되었다:

- (1) 교수의 목적은 단지 지식만을 가르치는 것으로부터 능력을 개발하고 특히

학생들의 우수한 자질과 태도를 육성하는것으로 바뀌어져야 한다.

- (2) 교수내용은 전통적인 교과서 지식을 교수하는것으로부터 기본적인 원리와 법칙, 학습된 지식의 구조를 명확히 하고, 새로운 기본개념과 방법을 이해시키고 또 컴퓨터교육을 보편화 하는것으로 바뀌어져야 한다.
- (3) 교수형태는 교사의 강의 위주의 형태에서 교사의 지도아래 학생들의 진취적이고 주도적인 활동을 개발하는 형태로 바뀌어져야 한다.
- (4) 교수방법은 주입식교육에서 발견학습으로, 또 기계적인 암기에서 이해하는 방향으로 바뀌어져야 한다.
- (5) 교수유형은 학급단위의 교수에서 “제2의 학급활동” 즉, 집단활동으로 바뀌어져야 한다. 그러면 학생들이 “제1의 학급”에서는 굳건한 기초를 다지고 “제2의 학급”에서는 흥미와 특수성을 개발할수도 있을것이다.
- (6) 교수도구는 맨손수업에서 현대의 교수도구를 폭넓게 사용하는 방향으로 바뀌어져야 한다.

Ⅱ. 둘째로, 본인은 교수내용의 개혁에 대한 몇가지 실험을 간단하게 소개하고자 한다.

최근에는 중국에서 실시된 교과내용의 개혁에 대한 더욱더 많은 실험이 있었다. 그것들 중에서 폭넓고 매우 좋은 결과를 나타낸 8가지 실험이 있었는데, 본인은 여기에서 이 실험들에 대한 개관과 분석, 특히 “학교 수학에 대한 실험교과서”로 실험한 결과를 제시하고자 한다.

본인은 이 계획이 시작된 1978년 이래로부터 참여해 왔기 때문에, 어느정도 자세하게 이 실험에 대하여 언급할 수 있다.

“실험교과서”의 지침과 구조

수학교육의 현대화에 대한 요구를 충족시키기 위해서 우리는 다음과 같은 사항들에 관한

여 노력을 경주한다.

- 교수의 내용을 기본적으로 간단하고 실제적인 것으로 만들기
- 수학의 본질적인 요소로 돌아가고 추상적인 형태의 교수로부터 탈피하기
- 논리적인 사고를 훈련시키고 간단한 용어에 대한 기본적인 개념을 설명하기

“교과내용을 기본적으로 간단하고 실제적으로 만드는 것”은 교과요소를 선택하는 원리이다. 이것은 이론과 실제사이의 관계를 반영한다. 알다시피, 교재가 일반적이고 간단하고 기초적일수록 교재는 더 많은 응용을 갖게 된다.

그러므로 무엇보다도 우리는 기초수학에 우선권을 두어야 한다는 것을 분명히 해야 한다. 우리 의견으로는 대수의 주요내용은 다음의 네 가지의 분야로 구성되어야 할 것이라고 생각한다.

- (1) 수체계 : 수의 연산법칙은 가장 기초적이고, 많이 사용된다.
- (2) 대수방정식의 풀이 : 저차의 대수방정식을 풀기 위해서는, 우리는 수체계의 공통적인 성질, 소거법과 완전제곱식만을 필요로 한다. 그러나 고차방정식을 풀기 위해서는 실수체계를 완성해야만 한다. 그러나 우리가 방정식의 풀이를 함수의 관점에서 본다면 중간값 정리와 Sturm의 정리가 필요하다.
- (3) 종합적인 나눗셈뿐만 아니라 가·감·승·제와 같은 다항식의 연산
나머지 정리와 나눗셈 연산법
- (4) 미정계수법

학교에서의 기하의 내용은 평행선의 정리, 닮음꼴 삼각형에 관한 정리, 피타고라스의 정리, 벡터와 해석기하에 대한 요점과 같은 기본적인 개념과 주요한 성질이 되어야 한다. 수학적인 해석은 일종의 변수를 다루는 수학이다.

함수, 극한, 연속성 등의 개념등 뿐 아니라 변화율은 수학적인 해석에서 중요한 역할을 한다. 가장 중요한 기법은 어렵셈이다. 뿐만아

니라, 확률·통계론은 또한 교과내용에서 관심 있게 다루어져야 한다.

“수학의 본질적인 요소로 돌아가고 추상적인 형태의 교수로부터 탈피하는 것” : 모든 이론의 본질은 추상정보보다 이해하기가 더욱 쉽고, 사용하기가 더욱 쉽다.

예를들면, 기초대수에서 가장 기본적이고 중요한 수의 연산법칙들은 매우 단순하고 일반적이기 때문에 어디에서나 쉽게 이해될 수 있고, 보편적으로 모든 곳에서 사용된다. 공식화에 의해서 자연스럽게, 이들 연산법칙은 다항식의 이론과 연산으로 유도되어야만 한다. 그러나 전통적으로 대수교과서들은 다항식에 관한 형식적인 이론으로부터 일반적으로 시작된다. 이것은 학생들로 하여금 이해하기가 어렵게 만들고, 그래서 학생들의 호기심을 유발시키지 못한다. 우선 “실험 교과서”에서는 우리는 학생들에게 수의 연산법칙을 유연하게 적용해서 실제적인 문제를 푸는 것이 중요한 원리라고 학생에게 얘기한다.

그 후에, 학생들이 다항식에 관한 정리가 꼭 있을 것이라고 믿는 것이 자연스럽게 되었다. 그 시점에서, 다항식에 관한 단원이 교재에 등장한다.

이러한 경우에 학생들은 다항식에 대한 본질을 쉽게 이해할 수 있고, 다항식의 개념이 어디에서 부터 도출되는지 알 수 있을 것이다.

위의 사항은 “수학의 본질적인 요소로 돌아가고, 추상적인 형태의 교수로부터 탈피하는 것”이라는 원리를 어떻게 따르는 지를 보여주는 예증에서 하나일 뿐이다.

“실험교과서”안에는 이러한 예가 많다.

“논리적인 사고를 훈련시키고 간단한 용어에 대한 기본적인 개념을 설명하는 것”은 내용을 자연스럽게 다루고, 발달과정과 인지법칙을 따를 것을 요구한다.

그리고 동시에 우리는 수학의 원리와 기능을 숙련시키기 위하여 학생들의 능력을 판단할뿐만 아니라 개발하는데도 주의를 기울여야 한

다.

이러한 목적을 위해서, 핵심적으로 우리는 학교수학에서의 아래의 네가지 변화점을 조심스럽게 다루어야 한다.

- (1) 첫째는 산술로부터 대수로의 변화이다. 우리의 실험은 이러한 변화를 일으키기가 비교적 쉽다는 것을 보여준다. 만일 우리가 수체계의 공통적인 성질의 역할에 대해서 주의를 집중시킨다면.
- (2) 둘째는 직관기하로부터 유우클리트기하로의 변화 즉, 실험기하에서 연역기하로의 변화이다. 실험기하의 학습을 통해서 기하의 기본적인 개념과 성질이 달성되어야만 하고 “공간에 대한 공통적인 성질”의 체계를 형성해야만 한다. 그후에 교과과정에 “집합”과 “논리”에 대한 용어를 도입함으로써, 실험기하가 유우클리트적 연역기하로 변형될 것이다.
- (3) 셋째는 유우클리트 기초기하로부터 해석기하 즉, 기하의 대수화로의 변화이다. 기하를 대수화하기 위하여 우리는 먼저 가장 기본적인 기하적인 양 즉 방향과 거리로 구성되는 이동을 대수화해야 한다. 이것은 벡터의 개념과 성질을 유도할 것이다. 이런경우에 평행사변형의 법칙은 벡터의 덧셈에 관한 교환법칙으로, 닮음꼴 삼각형의 정리는 벡터의 곱셈에 관한 배분법칙으로, 광의의 의미로는, 벡터의 내적에 관한 배분법칙으로 바꾸어질 것이다. 한마디로 하면, “공간에 대한 기본성질”은 벡터연산에 관한 일련의 유용한 성질로 바뀌어질 것이다. 다른말로 하면, 벡터의 연산에 대한 법칙은 대수화된 기하의 공리이다. 그러므로 세번째의 변화점을 다루는 것의 핵심은 위 사항들의 변화를 분석하기 하도록 노력하는 것이다.

- (4) 네번째는 상수에 관한 수학으로부터 변수에 관한 수학으로의 변화이다.

이러한 변화로 개념에서 뿐만아니라 방법에 있어서도 큰 발전이 있다. 이것을 하는데 있어서의 어려움을 극복하기 위해서는, 가능한한 빨리 이러한 준비를 하는것이 필요하다. 예를들면, 삼각법의 기본개념은 중학교 2학년에서, 여러가지 함수들은 중학교 3학년에서, 연속의 개념, 실수, 점선과 근사법은 고등학교 1,2학년에서 배운다. 그리고 나서 고등학교 3학년에서 극한, 연속성, 근사법에 의한 미·적분이 강조된다.

위에서와 같이 “실험교과서”의 계획은 수학의 발달에 따르고, 앞에서 언급한 네가지 변화점에 초점을 맞추어서 학생들이 수학적인 사고의 실마리를 파악하도록 분명하게 도와줄 것이다.

위의 생각들을 사용해서, “실험교과서”는 교과서로서 세가지 연속적인 과정을 제공한다: 대수(확률·통계를 포함하여), 중·고등학교에서 나선형으로 배열된 기하와 해석

“실험교과서”를 사용한 실험으로부터 우리는 다음과 같은 사항을 간파하였다.

- (1) 학교 수학과정에서는, 지식의 구조를 인지의 구조에 통합시켜야 한다. 이와같은 통합을 어떻게 합리적으로 실현할 수 있겠는가? 우리는 네가지 변화점에 초점을 맞추음으로서 통합을 하고자 한다. 그것은 “실험교과서”가 성공했다는 우리의 실험으로부터 입증되었다.
- (2) 학교 수학과정에서는, 학생들에게 지식을 가르치는 것을 학생들의 능력을 훈련시키는 것과 통합해야 한다. 어떻게 할수 있는가? 우리는 실험으로부터, 먼저 학생들이 수학적인 지식에 대한 이론적인 체계를 완전히 파

악할 수 있게 하고, 그다음으로 기본적인 수학적 개념과 방법을 교수하는 것을 강조해야 한다는 것을 안다.

- (3) 학교 수학과정에서는, 완전성을 발달과 통합시켜야 한다.

이것은 학교 수학자체의 내용이 복잡하지만 폐쇄적이어서는 안된다는 것을 말하는 것이다.

이것은 교과서가 발전하는 체제를 갖추어야 한다는 것을 말하는 것이다.

위의 실험 외에도, 중학교용 실험 교과서들이 있다: 중앙교육연구소와 몇몇 사범대학이 공저한 “대수와 기초합수” 및 “기하”: Beijing 사범대학교와 세계의 부속중·고등학교가 공저한 5-4-3학제의 중학교를 위한 실험교과서: 상하이에 있는 Fusin 중·고등학교에서 시행된 “중학교용 수학 실험교과서”에 의한 실험: Xuhui의 교수연수 대학교 상하이 소재의 HongKou학구 공저의 “고등학교용 수학 실험 교과서,” 그리고 수학 교과서에 대한 기타 몇가지 실험이 있다. 지면관계상 이것들은 상세하게 설명은 하지 않겠다.

Ⅲ. 셋째로, 본인은 교수법의 개혁에 관한 실험에 대해 간단히 언급하고자 한다.

근래까지도, 중국에서 널리 채택된 주요 교수법은 전통적인 강의이다. 그러나 교수법의 개혁에 관한 점점더 많은 실험들이 나타났다. 이들 실험들의 목적은 학생들의 능력 특히 창의력을 기르는 것이다.

다음 사항들은 중국에서 시도되었던 몇가지 다양한 교수법들이다.

1. 교사의 지도하의 자율학습에 관한 실험

이 실험은 Academia Simica의 심리학연구소가 지방 교육부와 협력하여 시행한 큰 실험이다. 이 실험의 목적은 학생들의 자율학습 능력을 신장하기 위한 훌륭한 방법을 발견하는 것이다. 실험자들은 통합된 교과서내의 것과 같은 수학내용을 그대로 사용했다. 교수법에

서는 많은 새로운 절차들을 사용하였다.

현재 실험자들은 세권의 자율학습에 관한 책들을 저술했다: 교과서, 연습용교재, 평가교재, 학생들은 교사의 지도아래 그것들을 학습한다.

이들 교과서가 쓰여진 초기에는, 실험자들은 “프로그램 학습”의 원리를 따랐다: 미국의 심리학자 B·F·Skinner가 고안한 “소 단계들”과 “적절한 때의 feedback”, 그후에 그들 자신의 실험으로부터 그들은 “소 단계들”을 “적절한 단계들”로 변화시키는 것이 좋다는 것을 알았고 교사의 주도적인 역할에 관심을 기울여야 한다는 것을 알았다. 그리고나서 그들은 자율학습 교재를 저술하기 위한 그들의 원리로서 다음과 같은 사항들을 설정하였다.

- (1) 학생들의 소양에 적합하도록 교재를 설명하고, 학생들의 학습능력을 개발하고, 동기유발을 시키기 위해서 적합한 단계들(짧은것에서 차츰 긴것으로)을 취한다.
- (2) 학생들이 올바르게 문제를 분석할 수 있고 자유롭게 응용을 할 수 있도록 예로써(단순한 반복은 피한다) 다양한 문제를 제공한다.
- (3) 학생들이 핵심을 깊이있고 즉시 이해하는것을 돕도록 선다형 문제를 제공한다.
- (4) 연습문제를 배열할때는 “훌륭한 준비의 원리”를 채택한다.
이것은, 학생들이 하고있는 연습문제는 그것보다 선행한 학습에 의해서 시사되어야 한다는 것을 말한다. 이러한 배열을 하는것은 학생들의 연속적인 사고력을 배양하기 위한 필요성 때문이다.
- (5) 학생들이 연습문제를 풀때, 그들이“알맞은 feedback”을 실행하도록 그들 스스로 답을 조사하고 잘못된것을 정정하도록 요구한다.
- (6) 학생들에게 상세하게 답을 제시하도록 요구하고, 그 다음에 학생들의 합리적

이고 효율적인 사고를 기르기 위해서, 답을 간단하게 나타내도록 점차로 요구한다.

- (7) 표현의 정규화에 관심을 기울인다. 학생들에게 각 단계에 대한 이유를 제시하도록 요구한다. 이렇게 하는것은 학생들이 모든일을 정확하게 하도록 만들것이다.
- (8) 자율학습의 “조작의 원리”에 따라서, 학생들에게 그들이 배운 지식을 체계화 하고 그들이 사용한 방법을 분류하도록 요구한다.
이것은 아는것을 조작하여 미지의 것을 발견하는 과정을 통해 탐구에 관한 학생들의 잠재력을 개발하기 위해서이다.
- (9) 심리학적인 과정의 유연한 역 전환을 향상시키기 위하여, 일반적으로 “관련성을 관찰하고 역으로 되돌아 가기”라고 하는 다양한 종류의 문제들을 이용한다.

실험자들은 다음과 같은 방법들을 채택했다.

- (1) 4 단계 교수법과 그에 상응하는 학급 활동
 - i) 제 1 단계 : 학생들에게 연습문제를 읽고 풀도록 하는것에 관한 지도는 1주일이나 열흘가량 걸린다. 이 단계에서의 학급활동은 학생들로 하여금 깊고 폭넓게 읽게하고, 연습문제로 주어진 문제들을 스스로 풀게하고 또 그들이 구한 답을 점검해 보도록 이끄는 것이다. 끝으로 교사는 학생들이 학습한 내용에 대한 요점을 요구할 것이다.
 - ii) 제 2 단계, 학생들이 자율학습에 익숙해지도록 훈련시키는데는 1개월정도 걸린다. 학급활동은 학생들이 어떠한 간섭도 없이, 적어도 30분 (또는 35분)동안은 자율학습과 자기스스로의 점검을 하도록 하는 것이다.

이단계에서는 “자율학습에 관한 프로그램”과 “요약과 평가에 관한 개요”가 학생들에게 먼저 제공 되어야 한다.

- iii) 제 3 단계 : 교사가 이단계에서 해야 할 일은 학생들에게 수업시간에 다루어져야할 부분을 말하고 학생들이 주의해야 할 사항을 지적하는것뿐이다. 학생들이 교재를 읽고, 연습문제를 풀고 답을 점검하고 노트에 적고 내용을 요약하는데 35분을 사용한 후에 교사는 학생들을 점검하고 요점을 설명하는데 10분을 사용할 것이다.
- iv) 제 4 단계 : 교사와 학생들이 각자의 할일에 익숙해진 한 학기동안의 자율학습후에 교사는 교수와 학습에 관한 그의 연구작업을 시작할 것이다.

(2) 자율학습 실험을 측정하는 네가지 측면

네가지 목표는 학업성취, 학습능력, 능력(그리고 습관)의 전이 그리고 전체적인 발달이다. 학업성취의 비교는 평가(중간평가와 최종평가)의 보고에 주로 기초를 두고 있다. 학습능력은 다음과 같은 방법으로 측정된다. 학생들은 그들이 전에는 알지 못했던 수학의 한 부분을 스스로 읽고 그리고 나서 문제를 풀도록 요구받는다. 교사는 학생들이 구한 정답과 오답 뿐만아니라 문제들도 평가할 것이다. 같은 방법으로 교사는 학생들에게 예를들면 물리같은 타과목 안에 있는 교재의 한부분을 제시함으로써 능력의 전이에 관한 측정을 할 수 있다.

전체적인 발달은 학교 교육과정의 기록표에 의해서 평가되어야 한다.

- (3) 자율학습 실험에 대한 평가
위에서 언급된 네가지 측면에 의해서

400개 이상의 실험 학급으로부터 실험한 후에 90%가 비교학급들보다 더 우수했거나 같았다. 특히 낮은 입학성적을 가진 학급들은 학업성취면에서 뛰어났고, 높은 입학성적을 가진 학급은 학습능력면에서 뛰어났다.

(4) 성공으로 이끄는 요인

- i) 학생들이 주요한 위치를 차지하게 하고, 학생들에게 주도권을 준다.
이것은 학생들이 그들 스스로 학습 진도를 알고, 그들이 관심있는 것을 찾도록 눈·귀·손·입 그리고 정신 같은 그들의 감각을 광범위하게 사용하는 것을 요구한다.
- ii) 교과서가 활기있는 역할을 하게 한다.
교과서는 위에서 언급된 원칙에 따라 쓰여졌고, 그리고 학생들이 뛰어난 능력을 갖도록 확실하게 이끌것이다.
- iii) 교사들에게 올바르게 이끄는 역할을 하도록 요구한다.
교사는 학생들이 스스로 이해할 수 있는 교재내용을 다시 반복하지 말고 또 학생들 대신에 생각해서는 안된다.
교사가 할 일은 학생들의 태도에 따라서 그들을 가르치는 것이다.

2. 유도된 발견 교수법에 관한 실험

이 방법의 성격은 다음과 같다. 교수의 구조의 성격과 학생의 사고력, 지식, 능력의 수준에 따라서, 교사는 교재를 몇가지 발견과정으로 나누고 나서 학생들의 인지법칙과 과학적인 지식의 고유한 특성을 따름으로써, 학생들이 문제를 연구하고, 읽고, 관찰하고, 실험하고, 생각하고, 토의하고, 강의에 참석하는 등에 의해서 법칙들을 요약하고, 지식을 얻고, 능력과 전반적인 개발에 대한 목적을 성취하도록 이끈다.

이 방법은 세가지 핵심적인 성분을 포함한다.

- i) “발견과정”을 나누고, 교수의 필요성을 정의하기
- ii) 교재를 잘 구성하고, 학생들을 발견 활동으로 잘 이끌기
- iii) 발견학습에 대한 바람직한 상황을 설정하기

3. “토론”교수법에 관한 실험

상하이에 있는 Yu Cai 중·고등학교는 “찾집 교수법”이라 불리우는 토론 교수법을 시도했다. 수학시간에는 그들은 “읽고, 토론하고, 연습문제를 풀고, 강의에 참석하는” 것과 같은 방법을 채택했다.

수업시간에 교사는 학생들이 교재를 읽고, 연습문제를 풀도록 이끈 후에 학생들을 문제에 관한 토론으로 도입시키고, 토론에서 제기된 어려운 문제들에 대해 답하고, 끝으로 토론에 대해서 간단한 논평을 한다.

교사에 의한 철저하고 깊이있는 설명대신에, 이 방법은 학생들에 의한 철저하고 깊이있는 토론을 강조한다.

4. “조사와 피이드백”교수법에 관한 실험

이 방법은 수학적인 지식을 얻고, 적용하는 학생들의 능력을 함양하는데 목적이 있다. 교사는 학생들이 단계적으로 조사함으로써 학습할 수 있는 것과같은 방법으로 교재를 구성한다. 동시에, 교사는 학습된 지식과 능력을 강화시키기 위해 학습결과로부터의 피이드백에 관심을 기울여야 한다. 구체적인 단계는 아래와 같다.

- i) 교사는 학생들을 고무시키고 안내하며 학생들을 위한 문제들을 만들것이다.
- ii) 학생들은 결과를 조사하고 얻는다.
- iii) 학생들은 결과를 요약한다.
- iv) 다양한 보기로된 연습문제를 푼다.
- v) 신속하게 조사된 결과물 피이드백하고 피이드백을 정연하게 한다.

5. 단일구조 교수법에 관한 실험

이것은 내용의 상호관련성에 따라서 교사는 교재를 여러가지 구조화된 단원으로 나누고 그리고 나서 그것들을 단원별로 가르치는 방법이다. 이 방법은 학생들이 체계적인 지식을 얻도록 하는데 좋다. 이 방법은 다음과 같은 단계를 갖는다.

- i) 제 1 단계는 주어진 단원의 기본적인 지식을 학습하는 것이다. 이 단계에서 첫째는 학생들을 기본적인 지식을 분석하고 비교하고 정리하도록 이끄는 것이다. 둘째는 법칙을 발견하고 지식의 구조를 설정하는 것이다. 셋째는 주로 기본적인 지식을 보기와 연습문제에 적용하는 것이다.
- ii) 제 2 단계는 기본적인 수학적 기능을 훈련하는 것이다.
- iii) 제 3 단계는 학습된 지식을 재음미하

고 강화하는 것이다.

일반적으로, 우리는 교수법이 교수의 목표를 제공한다고 말한다.

그러므로 교사들은 최상의 효과를 얻기 위해 가장 적절한 교수법을 선택해야 한다.

결론적으로, 본인은 현재 평가법을 개선하고 교수도구를 현대화 하려는 경향이 있다는 것을 지적하고자 한다. 예를들면, 대학 입학 시험의 체제는 변경되어야 할 것이다. 작년에 상하이와 광둥에서는 독립적으로 입학시험을 시행했다. 금년에는 베이징에서도 역시 그렇게 할 예정이다. 몇몇 지방이나 도시에서는 “표준화된 시험”을 시도할 것이다. 소수의 학교에서는 컴퓨터교육과 컴퓨터 보조교육을 시도하려고 시작했다.

그러나 이것은 이제 시작에 불과하다. 이러한 영역에 있어서, 중국은 뒤에 쳐져있기 때문에 선진국으로부터 배워야만 한다.