

地形變化의 量的測定에 의한 數值地形모델의 適用

The Application of Digital Terrain Model with respect to the Quantitative Measurement of the Terrain Roughness

柳 福 模* 權 現**
Yeu Bock-Mo Kwon Hyon

要 旨

地形的 變化를 量的으로 표시하는 매개변수-傾斜度, 曲率, 突出頻度 및 표면적과 이에 대응하는 平面積의 比-로부터 地形을 分類하고, 이 지형에 따른 적합곡면식을 찾는다.

평탄지형, 완곡지형, 불규칙지형을 地形變化量의 변수들에 의해 분류하였고, 평탄지형에는 線形平面式, 완곡지형은 3차 및 5차 曲面式, 그리고 불규칙지형은 5차 곡면식이 적합됨을 알 수 있었다.

ABSTRACT

The terrain is classified by the parameters-gradient, curvature, bump frequency and the ratio of the surface area to the corresponding planar area-that indicate the quantitative measurement of the terrain roughness, and the terrain is fitted to the polynomial function.

According to the terrain roughness, the flat terrain, the gently undulating terrain, the rough terrain are classified. The flat terrain, the gently undulating terrain and the rough terrain are fitted to the plane function, the 3th or 5th polynomial function and the 5th polynomial function, respectively.

1. 序 論

數值地形모델은 土木分野에서 다양하게 부딪히는 地形問題를 해결하기 위하여 도입된 이래 自動的인 路線의 位置選定과 設計시스템을 수행할 수 있게 발전되었다. 數值地形모델의 이용

은 토목분야 외에도 정형외과에서 수족복제에 이용되거나 생물체 측정 및 지질학 등 광범위하게 활용되므로서 더욱 발전되었다.¹⁾

數值地形모델이 각종 목적에 이용되기 위해서는 획득된 자료로부터 필요로 하는 점을 정확하게 보간하는 것이 기초가 된다.²⁾ 地形點의 補間에는 획득한 자료의 형태에 따라서 여러가지 방법이 사용될 수 있으며, 數值地形모델의 원자료를 정방격자형으로 획득하여 地形을 연속적인 曲面式에 적합시키는 경우는 곡면식으로 부터

* 延世大學校 工科學 教授

** 延世大學校 大學院 博士課程

필요로 하는 점의 높이를 구할 수 있다.³⁾

地形에 맞는 곡면식을 적합시키기 위해서는地形을 기복의 변화 상태에 따라分類할 필요가 있다. 그러나 대부분의數值地形모델 연구에서연구지형을 평지, 기복이 있는 지형, 산지 등을 주관적인 묘사에 의하므로서地形의分類에 따른 다양한補間方法을 배제하였다.

地形의分類는 1969년 Silar에 의해 시도되었고,地形을 曲面式에 적합시키는地形表面의 modeling은 격자망의 간격에 따라서 그 正確度가 크게 좌우되며, 일정한 曲面式의 격자 간격에 따른 연구는 Murai, Jancaitis, Junkins 등에 의해 수행되었다.^{3), 4), 5)}

本 研究에서는地形의變化를 數量的으로 표시할 수 있는 매개변수 즉, 傾斜度, 曲率, 突出頻度, 단위법선벡터 및 表面積과 이에 대응하는 平面積의 比 등으로 나타내어서, 이량에 따라地形을分類하고, 이 분류된 지형에 따라各地形에 適合되는 曲面式을 찾음으로서數值地形모델의 正確度를 향상시키는데에 그 目的이 있다.

2. 地形變化량의 變數

地形의變化를 표시할 수 있는 數學的인 매개변수는 여러가지가 있으며, 이 변수들은Hobson에 의하면 개념적으로 묘사될 수 있고, 數值形態로 쉽게 측정될 수 있어야 하고, 다른縮尺과 비교될 수 있도록 표현되어야 한다.⁶⁾

地表面의 변화상태를 수학적으로 표시하는 변수들 중 본 연구에서 적용한 변수들은 다음과 같다.^{6), 7)}

2.1 傾斜度, 曲率

傾斜의 數學的인 定義는 表面의 線이 水平線과 이루는 角이며, 傾斜度는 이 角의 tangent 값이다.

한 표면의 여러점에서 傾斜度가 계산되면 그 표면의 경사의 변화를 알 수 있다.地形表面이 $z=f(x, y)$ 의 함수로 표시된다면, 지형표면의 한 쌍의 직교 편미분으로 얻어지는 空間導函數

$$s = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \quad (2-1)$$

은 傾斜度의 크기를 나타낸다.

거리에 대한 경사도의 변화의 비율인 曲率은 (2-1)식의 微分으로 부터 얻어질 수 있다.

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2} \quad (2-2)$$

地形表面의 불규칙성을 표시하는 변수로 傾斜度와 曲率의 平均 및 分散이 잘 적용될 수 있다.

2.2 表面積

地表面의 불규칙성을 표시하는 數量的變數로서 表面積은 동일점에 대한 水平面積과 비교함으로써 표시할 수 있다. 즉, (A'/A) 로 A 는 平面積으로 해당 지역의 폭과 길이를 곱하므로써 구해지고, 表面積 A' 는 여러가지 방법으로 계산될 수 있다. 格子形의 數值地形모델인 경우 사각형 구간을 사각형 또는 삼각형으로 구분하여 경사길이에 대한 面積으로 구할 수 있다.

2.3 突出頻度分布

地表面의 불규칙성을 표시하는 突出頻度는 그림 2-1에 표시한 것과 같이 세가지 방법으로 구할 수 있다.

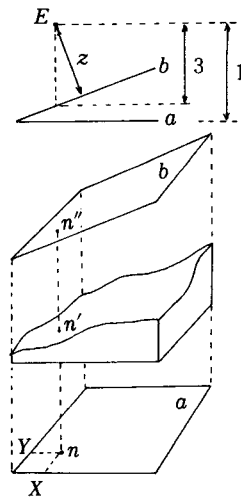


그림 2-1. 突出頻度 表示方法과 點의 幾何관계

첫째, 관측점의 수평면으로 부터의 垂直距離 계산, 둘째 관측점의 최적근사평면으로 부터의 法線方向의 距離, 셋째 관측점에서 최적근사평면까지의 垂直距離를 계산하는 것이다.

數値地形모델의 관측자료로 부터 주어진 地表面의 최적근사평면계수는 관측점이 3개인 경우 다음으로 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} n & \sum x & \sum y \\ \sum x & \sum x^2 & \sum xy \\ \sum y & \sum xy & \sum y^2 \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sum z \\ \sum xz \\ \sum yz \end{Bmatrix} \quad (2-3)$$

(2-3) 식으로 부터 平面係數를 구하고, 이 평면으로 부터 각 점의 突出頻度를 구하면 이것의 平均과 分散은 地表面의 不規則 變化를 표시하는 값이 될 것이다.

2.4 地表面의 法線벡터

지표면을 삼각형으로 분할하면 세계의 標高 既知點으로 이루어지는 각 평면들은 그림4-2와 같

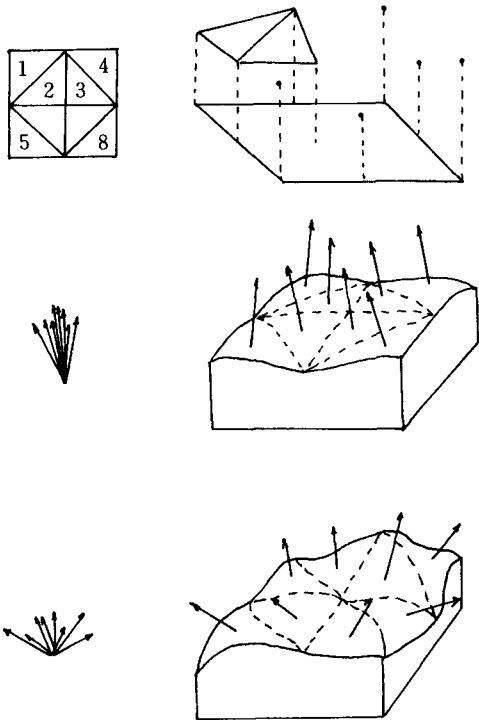


그림 2-2. 地表面의 삼각형 분할과 단위법선 벡터의 크기 및 분산

이 나누어져서, 각 평면들에 대한 單位法線벡터들이 계산 될 수 있다. 地表面의 단위법선벡터는 곡면 함수 f 에 대해 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\vec{n} = \frac{\text{grad}f}{|\text{grad}f|} \quad (2-4)$$

전체 지형의 기복을 표시하는 벡터의 크기는 單位法線벡터의 방향여현의 제곱의 합의 제곱근을 단위벡터수로 나누므로서 구해진다. 즉,

$$V_s = \frac{1}{m} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)^{1/2} \quad (2-5)$$

여기서, n_x, n_y, n_z 는 각각 단위법선벡터의 x, y, z 방향여현이며, m 은 단위벡터수이다.

그림 4-2에서 보는 것처럼 지형의 기복의 변화는 單位法線벡터의 分散으로 표시될 수 있다. 벡터 크기가 크고, 벡터 분산이 작은 지형은 비슷한 標高 또는 標高變化比가 비슷한 지역이며, 반대로 불규칙적인 標高變化 지역은 벡터 크기가 작고, 벡터 분산이 크게 된다.

3. 연속함수 표면모델

地형의 연속함수 표면모델은 한 구역의 지역적으로 타당한 多項式으로 표시할 수 있다. 31)

$$Z = \sum_{i,j} C_{ij} x^i y^j \quad (3-1)$$

최초로 관측된 표고로 구성되는 曲面은 정사각형격자형으로 나누어지고, 격자의 길이는 단위 길이로 한다. 각 단위 格子點의 標高와 傾斜 및 歪曲은 원자료의 각 격자를 적합시키는 최소 제곱법으로 계산될 수 있다. 多項式의 係數 C_{ij} 는 각 단위 구역에서 최적 추정값으로부터 결정되고, 따라서 이웃한 表面函數는 연속적으로 연결된다.

두 개의 이웃한 단위구역 사이의 標高와 傾斜의 연속성은 이웃한 多項式表面 函數가 상호 경계에 대해 동일한 함수가 되어야 한다. 그림 3-1에서 처럼 $Z^{m,n}$ 은 격자의 왼쪽 점 $x=m, y=n$ 에 위치하는 단위 정사각형격자에 적합된 다항식 표면함수이며, $Z^{m,n}|_{y=n}$ 은 이차원 표면함수 $Z^{m,n}$ 에서 $y=n$ 이라 할때의 x 에서의 一次元

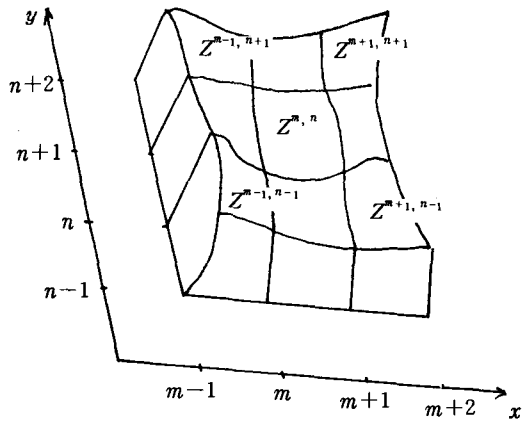


그림 3-1.

多項式이고, $Z_x^{m,n}|_{(m,n)}$ 은 $x=m, y=n$ 인 점에서 x 에 대한 $Z^{m,n}$ 의 편미분, 즉 점 x, y 에서表面函數의 x 傾斜이다.

$Z^{m,n}$ 과 $Z^{m,n+1}$ 사이의 상호경계의 연속성은 $x=m$ 부터 $x=m+1$ 까지의 선 $y=n+1$ 에 따라서

$$Z_x^{m,n}|_{y=n+1} = Z_x^{m,n+1}|_{y=n+1} \quad (3-2)$$

을 만족하여야 한다.

경계에 대한 傾斜의 연속성은 표고의 연속성으로 바로 정의된다.

$$Z_x^{m,n}|_{y=n+1} = Z_x^{m,n+1}|_{y=n+1} \quad (3-3)$$

그리고 단위 정사각형격자의 4 경계에 따른 조

전식

$$\begin{aligned} Z_y^{m,n}|_{(m,n+1)} &= Z_y^{m,n+1}|_{(m,n+1)} \\ Z_y^{m,n}|_{(m+1,n+1)} &= Z_y^{m,n+1}|_{(m+1,n+1)} \end{aligned} \quad (3-4)$$

을 만족하여야 한다.

이 조건식을 만족하는 최소 차수의 다항식 중의 하나는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} Z &= C_{00} + C_{01}y + C_{02}y^2 + C_{03}y^3 \\ &+ C_{10}x + C_{11}xy + C_{12}xy^2 + C_{13}xy^3 \\ &+ C_{20}x^2 + C_{21}xy + C_{22}x^2y + C_{23}x^2y^2 + C_{24}x^2y^3 \\ &+ C_{30}x^3 + C_{31}x^2y + C_{32}x^2y^2 + C_{33}x^2y^3 \end{aligned} \quad (3-5)$$

식 (3-5)를 만족시키기 위한 多項式 表面函數는 12상수가 필요하며, 이것은 격자점의 표고 4 x 방향 경사 4, y 방향 경사 4로 구해질 수 있다. 또한 지점의 x, y 방향에 대한 왜곡을 고려한다면 수는 모두 16개가 되며, 곡면 다항식은 계수 16개를 사용할 수 있다. 다항식의 계수 C_{ij} 는 위의 상수로 부터 구해진다.

$$C = A^{-1}Z \quad (3-6)$$

여기서, Z 는 위에서 구한 상수, 즉 표고, x, y 경사 및 왜곡의 값이다.

4. 資料處理 및 結果分析

본 연구에서 地形의 변화 상태에 따른 지형을 구분하기 위하여 그림 4-1과 같이 8 개의 지형 (T1~T8)으로 부터 정방격자형의 자료를 획득하였다.

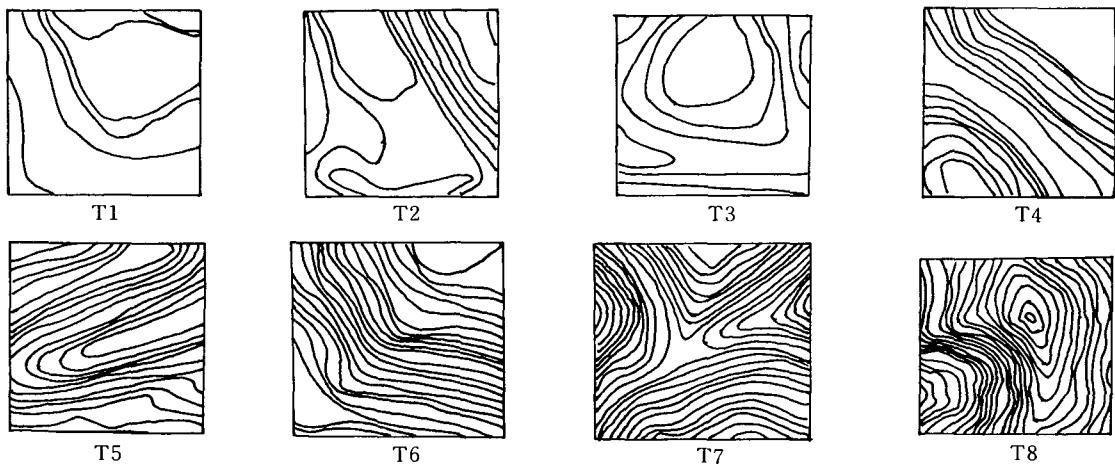


그림 4-1. 지형예

表 4-1. 각지형의 지형변화 매개변수값

지형	경사도 S	경사도의 평균 제공근오차 S_{sa}	곡률 C	곡률의 평균제공근 오차 C_{sa}	경사면적 / 평면적 (A'/A)	돌출빈도분포 $B \cdot P$	단위법선 벡터 크기
T 1	0.46	0.30	0.15	0.08	1.13	8.59	1.81
T 2	0.60	0.52	0.17	0.17	1.24	14.71	1.70
T 3	0.41	0.32	0.12	0.09	1.12	7.79	1.83
T 4	0.81	0.50	0.20	0.10	1.34	11.35	1.56
T 5	1.20	0.54	0.25	0.18	1.60	11.06	1.34
T 6	0.83	0.60	0.17	0.12	1.38	21.25	1.70
T 7	0.92	0.27	0.01	0.01	1.38	7.04	1.52
T 8	1.34	5.07	0.11	0.48	1.79	278.67	1.74

地形 T1~T6은 격자간격 4^m로 40^m×40^m 구역에 대해 Wild A-10도화기로 부터 얻었으며, 작성된 지형도는 1/2000이다. T7 지형은 1/5000 지형도에서 격자간격 10^m로 200^m×200^m 구역에 대해 획득하였으며, T8은 A-10도화기 상에서 10^m간격으로 200^m×200^m 구역에 대해 획득하였으며, 1/1000지형도로 표시하였다.

각 지형에 대해 地形變化를 표시하는 變數들의 값을 구하였다. 그 결과는 표 4-1과 같으며, 여기서 地形의 변화상태에 따른 지형을 구분하기 위하여 사용된 變數는 傾斜度の 平均제공근誤差, 曲率의 平均제공근誤差 및 突出頻度分布를 사용하였다.

변수들에 의해 지형을 구분하기 위해 먼저 각 지형에 대해 식 (3-1)에 대응하는 곡면식으로 다음의 세 식을 적용하였다.

平面式

$$Z = a_1 x + a_2 y + a_3 \quad (4-1)$$

3 차곡면식

$$Z = a_1 x^3 y^3 + a_2 x^2 y^3 + a_3 x y^3 + a_4 y^3 + a_5 x^3 y^2 + a_6 x^2 y^2 + a_7 x y^2 + a_8 y^2 + a_9 x^3 y + a_{10} x^2 y + a_{11} x y + a_{12} y + a_{13} x^3 + a_{14} x^2 + a_{15} x + a_{16} \quad (4-2)$$

5 차곡면식

$$Z = a_1 x y^5 + a_2 x y^3 + a_3 x y^2 + a_4 x^2 y^3 + a_5 x^2 y^2 + a_6 y^5 + a_7 y^4 + a_8 y^3 + a_9 y^2 + a_{10} y + a_{11} x^5 + a_{12} x^4 + a_{13} x^3 + a_{14} x^2 + a_{15} x + a_{16} \quad (4-3)$$

각 지형에 대한 곡면식의 적용결과는 표 4-2

와 같다.

表 4-2에서 평면곡선은 T1과 T7지형에서 가장 잘 적합하였으며, 3 차곡면식은 T3, T4 지형에 그리고 5 차곡면식은 나머지 T2, T5, T6, T8 지형에 잘 적합되었다.

表 4-2. 각지형에 따른 다항식의 RMSE (m)

지형	평면식	3 차곡면	5 차곡면
T 1	0.268	0.294	0.315
T 2	0.399	0.340	0.330
T 3	0.470	0.370	0.389
T 4	0.515	0.470	0.471
T 5	0.836	0.733	0.726
T 6	0.624	0.600	0.592
T 7	1.892	2.905	2.837
T 8	1.635	1.088	0.856

表 4-2의 결과와 表 4-1의 변수의 관계를 보면 T1과 T7 지형은 경사도의 평균제공근 오차 곡률의 평균제공근 오차 및 돌출빈도분포가 아주 작은 값을 보이고 있다. T8 지형은 반대로 아주 높은 값을 나타내고 있으며 곡면식의 적합도 5 차곡면식이 평면식이나 3 차곡면식에 비하여 훨씬 증가함을 알 수 있다. 그의 지형은 3 차곡면식과 5 차곡면식이 거의 비슷한 결과를 보이며, 5 차곡면식에 잘 적합되는 T2, T5, T 6 지형이 경사도 및 곡률의 평균제공근 오차 또는 突出頻度分布가 T3, T4 지형보다 약간 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 평면식이 적합되는 T1, T2 지형은 地表面 변화의 매개변수 값들이 작은 평탄지역이

라 할 수 있으며, 5차곡면식이 잘 적합되는 T 8 지형은 불규칙지형이라 할 수 있다. 그 중간 지역은 명확한 구분이 힘들며, 3차 또는 5차 곡면식이 비슷하게 적합되므로 완곡지형이라 할 수 있을 것이다.

이상의 결과로 지형의 구분을, 평탄지역은 傾斜度の 平均제곱근誤差가 0.3이하, 曲率의 平均 제곱근誤差가 0.1이하, 突出頻度分布는 10이하로 하였다. 불규칙지형은 경사도의 평균제곱근 오차 1.0이상, 곡률의 평균제곱근오차 0.3이상, 突出頻度分布 20이상으로 하고, 그 중간 부분을 완곡지형으로 하였다.

表 4-3. 분류에 따른 매개변수값

	S_{sa}	C_{sa}	$B \cdot P$
평탄지형	≤ 0.3	≤ 0.1	≤ 10
완곡지형	$0.3 < \leq 1.0$	$0.1 < \leq 0.3$	$10 < \leq 20$
불규칙지형	> 1.0	> 0.3	> 20

이것을 表로 나타내면 表 4-3과 같으며, 각 지형에 적합되는 曲面式은 평탄지역에 平面式, 5차곡면식은 不規則地形에, 그리고 완곡지형은 3차 또는 5차 曲面式이다.

지형의 구분에 따라서 곡면식을 적합시킨 경우 일정하게 3차곡면식을 적용시킨 경우보다 補間點의 正確도가 8.8%~34.9% 향상됨을 알 수 있다.

5. 結 論

數値地形모델에 대해 지형의 변화량의 變數를 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 地形의 변화를 표시하는 變數로서 傾斜度和 曲率의 平均제곱근誤差는 잘 적용되며, 평탄지는 傾斜度の 平均제곱근오차 0.3이하, 曲率의 平均제곱근오차 0.1이하, 突出頻度分布 10이하인 경우이며, 불규칙지형은 각각 1.0이상, 0.3이상, 20이상이며, 그 중간지형을 완곡지형으로 나눌 수 있었다.

둘째, 地形의 表面式은 평탄지에는 平面式이 적합되며, 불규칙지형은 5차곡면식, 완곡지형은 3차 또는 5차곡면식이 적합되어 8.8%~34.9%의 正確도가 향상되었다.

參考文獻

1. Ayeni, O. O., "Optimum Sampling for Digital Terrain Models: A Trend Towards Automation", P. E. & R. S., Vol. 48, No. 11, 1982, pp. 1687~1694.
2. Makarovic, B., "A Digital Terrain Model System ITC Journal, 1976-1.
3. 中村英夫, 村井俊治, "Digital Terrain Model"-地形の數值的表現の方法, 生産研究, 第20卷, 第8号, 東京大学, 1968, pp. 28~33.
4. Jancaitis, J. R., Junkins, J. L., "Modeling Irregular Surfaces", P. E. & R. S., Vol. 39, No. 5, 1973, pp. 413~420.
5. Leberl, F., "Interpolation in Square Grid DTM ITC Journal, 1973-5.
6. Hubson, R. D., Fortran IV Program to determine Surface Roughness Topography for CED 3400 Computer; Kansas Geological Survey Computer Contribution # 14, 1967.
7. Papo, H. B., Gelbman, E., "Digital Terrain Model for Slopes and Curvatures", P. E. & R. S., Vol. 50, No. 6, 1984, pp. 695~701.