

重力場을 고려한 높이決定의 特性에 관한 研究

Characteristics in Height Determination considering Gravity Field

柳 福 模* 楊 寅 台**
Yeu Bock-Mo Yang In-Tae
孫 德 在***
Sohn Duk-Jae

要 旨

地球重力場의 大局的 變動과 局地的 不等性은 수평위치의 精確한 결정뿐만 아니라 수직위치의 精確한 결정에도 중요한 작용을 한다.

本 研究에서는 이러한 중요성에 비추어 精確한 높이결정에 있어서 중력장의 영향에 관계되는 중력 포텐셜과 각종 높이의 개념을 고찰하고, 실측중력자료와 수준측량자료를 이용하여 이들 높이를 산정하고 그 특성을 비교분석함으로써 精確수직위치 결정에 있어서 중력장이 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

부산~경주에 이르는 노선에 대하여 분석한 결과 중력장을 고려한 높이와 수준측량에 의한 높이차 (ΔH)의 인접측점간의 比高(dH)에 대한 비율($\Delta H/dH$)이, 보정식에 의한 값은 위도에 직선적으로 비례증가하고, 중력포텐셜에 의한 값은 위도보다 逆地形의 영향을 크게 받음을 알 수 있었다.

ABSTRACT

Global change and local fluctuation of earth's gravity field play important roles in accurate vertical positioning as well as in accurate horizontal positioning.

Regarding the importance, in this study, the concept of gravity potential theory connected with the influence of gravity field and every kind of height were discussed. Various kind of heights using the observed gravity and leveling data were computed and analysed to study the influence of earth's gravity field in accurate vertical positioning.

Taking the route from Busan to Kyongju and investigating the ratios ($\Delta H/dH$) of height differences (ΔH) between calculated heights considering gravity field and leveling height to relative heights (dH) between adjacent stations, we get the result that the values by correction formula increase linearly according to latitude, and the values by gravity potential are strongly influenced by pseudo topography.

* 延世大學校 工科學 教授
** 江原大學校 工科學 助教授
*** 延世大學校 大學院 博士課程

1. 序 論

경위도 및 표고 또는 3차원 측량좌표를 정확하게 결정하기 위해서는 수평위치 결정과 함께 직접 또는 간접 수준측량에 의한 표고의 정확한 결정이 요구되며 이들 제반 측량방법은 근본적으로 地球重力場의 영향을 받고 있다.

지구중력장의 大局的인 변동 또는 局地的인 不 等性은 準據橢圓體에 根據하는 三角測量등에 의한 水平位置의 精確한 결정에도 영향을 미칠뿐만 아니라, 지오이드 또는 타원체로부터 관측점까지의 垂直位置의 精確한 결정에 있어서는 보다 중요한 작용을 한다.

일반 수준측량에서는 수준면이 항상 평행한 것으로 전제하지만 수준면은 지오이드와 같이 重力等포텐셜면이므로 중력이 다르면 엄밀하게는 평행이 되지 않는다. 따라서 남북방향 장거리에 대한 수준측량과 지각변동측량과 같이 엄밀한 측량이 필요할 경우에는 이에 대한 보정을 하여야 한다.”

본 연구에서는 각종 높이의 개념을 고찰하고 실측중력자료와 수준측량자료를 이용하여 이들 높이를 산정하고 그 특성을 비교분석 하므로써 정밀수직위치 결정에 있어서 중력장이 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

2. 地球重力場과 重力포텐셜

중력장내의 임의의 점에서 중력포텐셜 (gravity potential)은 단위질량을 무한대로부터 그 점까지 끌어오는데 필요한 일로 정의된다.”” 지구의 자전효과를 고려하지 않고 Newton법칙에 의한 인력만을 고려한 중력포텐셜 U 는 그림 2-1로부터

$$U = -G \int_v \frac{dm}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2-1)$$

이 된다. 여기서 dm 은 Q 점에 있는 미소질량이며, $|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ 이다. 중력가속도의 값은 지구내의 질량분포에 따라 변하므로 (2-1)식은 밀도를 $\rho(\vec{r}_0)$ 라고 할

때

$$U = -G \int_v \frac{\rho(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} d^3 r_0 \text{가 된다.} \quad (2-2)$$

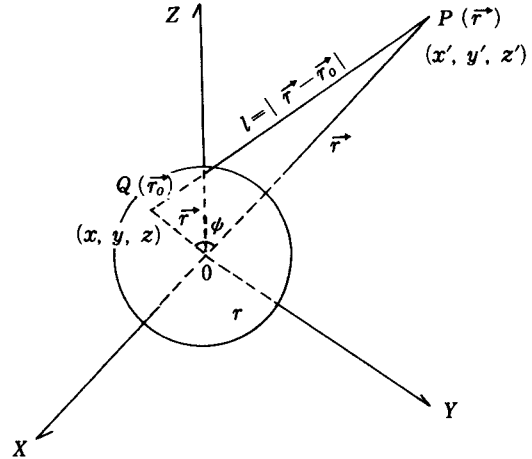


그림 2-1. Derivation of gravity field.

실제 지구는 자전에 의한 원심력을 받기 때문에 이를 고려해 주면 지구상의 중력포텐셜은 원심력포텐셜과 인력포텐셜의 합이며, 원심력의 영향을 포함한 중력포텐셜 U 는

$$U = G \int_v \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) \omega^2 \quad (2-3)$$

이 된다. 여기서 $l = |\vec{r} - \vec{r}_0|$ 이고 ω 는 지구자전의 회전각속도이다.

적도반경 a , 극반경 b 인 회전타원체의 점 $P(r, \varphi)$ 에서의 正規重力포텐셜 (normal gravity potential) U 는 다음 식으로 주어진다.”

$$U = \frac{GM_E}{\epsilon} \tan^{-1} \frac{\epsilon}{u} + \frac{\omega^2 a^2 q(u)}{6q(b)} (3 \sin^2 \beta - 1) + \frac{1}{2} \omega^2 (u^2 + \epsilon^2) \cos^2 \beta \quad (2-4)$$

여기서 $\epsilon^2 = a^2 - b^2$

$$q(u) = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{3u^2}{\epsilon^2} \right) \tan^{-1} \frac{\epsilon}{u} - \frac{3u}{\epsilon} \right\}$$

$$u = \sqrt{\frac{r^2 - \epsilon^2 + p^2}{2}}$$

$$\tan\beta = \sqrt{\frac{r^2 + \varepsilon^2 + p^2}{r^2 - \varepsilon^2 + p^2}} \tan\varphi$$

$$p^2 = \sqrt{(r^2 - \varepsilon^2)^2 + 4\varepsilon^2 r^2 \sin^2\varphi} \text{ 이다.}$$

정규중력포텐셜 U 는 4개의 Stokes定數 a, b, GM_E 및 ω 로부터 구할 수 있다.

실제 중력포텐셜 W 와 정규중력포텐셜 U 로부터 실제중력 벡터 \vec{g} 와 정규중력벡터 $\vec{\gamma}$ 은 다음과 같이 구한다.²⁾⁵⁾

$$\vec{g} = -\nabla W \quad (2-5)$$

$$\vec{\gamma} = -\nabla U \quad (2-6)$$

水準橢圓體가 만드는 이론중력인 正規重力(normal gravity)은 위도, 적도중력, 극중력, 타원체의 장, 단반경의 함수로 표시되며 정규 중력포텐셜 U 를 미분하면 정규중력 γ 가 구해진다.

Somigliana는 정규중력포텐셜식(2-4)로부터 正規重力式을 다음과 같이 유도하였다.⁶⁾⁷⁾

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2\varphi + b\gamma_p \sin^2\varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi}} \quad (2-7)$$

여기서 φ 는 측지위도, γ_e 는 적도정규중력, γ_p 는 極정규중력이다.

이 식은 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$\gamma = \gamma_e \left[1 + \left(-f + \frac{5}{2}m + \frac{1}{2}f^2 - \frac{26}{7}fm + \frac{15}{4}m^2 \right) \sin^2\varphi + \left(-\frac{1}{2}f^2 + \frac{5}{2}fm \right) \sin^4\varphi \right] \quad (2-8)$$

여기서 $f = (a-b)/a$: 偏平率

$m = \omega^2 a / \gamma_e$ 이다.

수준타원체상 높이 H 인 곳에서의 정규중력 γ_H 는

$$\gamma_H = \gamma + \frac{\partial\gamma}{\partial H} H + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\gamma}{\partial H^2} H^2 + \dots \quad (2-9)$$

으로 구해진다. 그러므로 정규중력의 1차 연직경사 및 2차 연직경사는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial\gamma}{\partial H} &= -\frac{\partial\gamma}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2\varphi) \\ \frac{\partial^2\gamma}{\partial H^2} &= \frac{6\gamma}{a^2} \end{aligned} \right\} (2-10)$$

1967년 국제측지기준계 (Geodetic Reference System)에 대응하는 중력식의 엄밀식은 다음과

같다.⁸⁾

$$\gamma = G_1 \sqrt{1 + e'^2 \cos^2\varphi} + G_2 / \sqrt{1 + e'^2 \cos^2\varphi} \quad (2-11)$$

$$G_1 = -281.2553939 \text{ gal}$$

$$G_2 = 1264.4731218 \text{ gal}$$

$$e'^2 = 0.00673972512832$$

이것에 대한 展開式은 다음과 같다.

$$\gamma = 978.03185 (1 + 0.005278895 \sin^2\varphi + 0.000023462 \sin^4\varphi) \text{ gal} \quad (2-12)$$

3. 重力等포텐셜面의 起伏과 非平行性

중력등포텐셜면은 그 면내 모든 곳에서 중력방향과 직교하는 곡면이므로 중력과 그 방향이 일정하다면 굴곡이 없는 매끈한 면이 된다. 실제로는 지구자전에 의한 원심력과 타원체 형상 때문에 적도중력이 극중력보다 작음으로 인하여 인접등포텐셜면 사이의 간격은 大局的으로 보아 일정하지 않고 극쪽으로 갈수록 좁아진다.⁹⁾

중력포텐셜차 dW 인 두 등포텐셜면에 대하여 중력값을 g , 높이차를 dH 라 하면

$$dW = -gdH = \text{const.} \quad (3-1)$$

이고 지각밀도 불균일을 고려하지 않은 正規重力 γ 에 대해서도 적도중력 $\gamma_e = 9.780327 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\gamma_p = 9.832186 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (IUGG. 1980)로서 $r_e < r_p$ 이므로 등포텐셜면 간격 dH 는 극지방에서 약 0.5% 작아진다.

(그림 3-1)에서 A 점에서 타원체상 B 점을 경

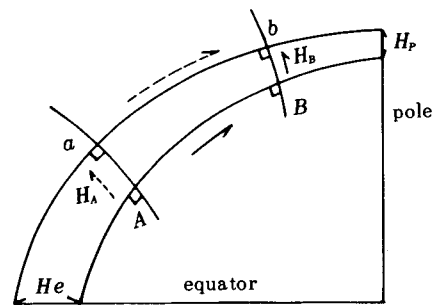


그림 3-1. Global change of gravity equipotential surface

유하여 b 점까지 관측한 높이 H_b 와, a 점을 경유하여 b 점까지 관측한 높이 H_a 는 엄밀하게는 일치하지 않는다. 따라서 남북으로 긴 노선에 따르는 수준측량에서는 이러한 중력장의 영향, 즉 正標高補正(orthometric correction)을 고려하지 않으면 垂直位置를 정확하게 결정할 수 없다.¹⁹⁾

또한 局地的으로 볼때도 중력은 지각밀도분포의 영향을 받으므로 매끈하지 않고 起伏이 발생하게 된다.

지표를 正規重力等포텐셜면이라 하고, 지표 밑 깊이 D 인 Q 점에 過剩質量 m 인 물체가 있을때 Q 의 直上點 O 에서 x 만큼 떨어진 P 점에 작용하는 引力 V 의 수평 및 수직성분은

$$V_H = \frac{Gmx}{(x^2+D^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad V_V = \frac{GmD}{(x^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3-2)$$

이다. P 점에서의 중력을 g_0 라 하면 過剩質量에 의한 全鉛直線偏差 θ 와 등포텐셜면의 起伏 h 는 다음식으로 주어진다.

$$\theta = \frac{Gm}{g_0} \frac{x}{(x^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3-3)$$

$$h = -\frac{Gm}{g_0} \int_{-\infty}^x \frac{x}{(x^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{Gm}{g_0 \sqrt{x^2+D^2}} \quad (3-4)$$

4. 높기와 重力

4.1 重力場을 고려한 높이

어느 지점의 해면상 높이는 일반적으로 지오이드로부터 그 점에 이르는 연직선의 길이인 正標高(orthometric height)로 표시한다. 정표고는 기하학적인 높이이므로 직접수준측량에 의하여 두점간의 比高를 구하려할 때 중력등포텐셜면의 非平行性을 고려해야 한다(그림4-1)과 같이 P 점에서 A 점까지 n 개 구간으로 나누어 직접수준측량을 실시한 경우 수준측량의 比高要素 dH 의 합은 정표고의 차 $H_A - H_P$ 와 엄밀하게 일치하지 않는다. 즉

$$\int_P^A dH \neq H_A - H_P \quad (4-1)$$

이며, 따라서 수준측량만으로는 물리적 의미를

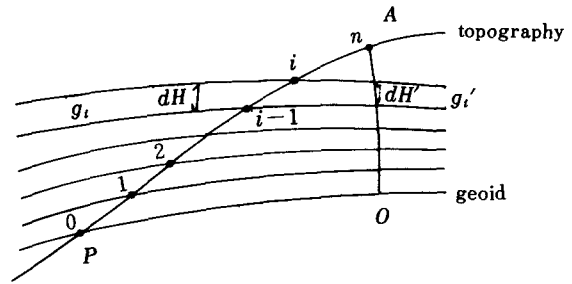


그림 4-1. Height and equipotential surface.

가질 수 없고 중력측량과 결합해야 의미를 갖게 된다. 즉 n 개 수준점에 대한 수준측량에서 n 번째 수준점의 중력포텐셜 W_n 은 측정 $i-1$ 과 i 사이의 평균 중력값이 g_i 일 때

$$W_n = -\sum_{i=1}^n g_i dH_i \quad (4-2)$$

이다. 水準環을 폐합한 경우

$$\sum_{i=1}^n g_i dH_i = 0 \quad (4-3)$$

이다. $i-1 \sim i$ 의 포텐셜차 dW 는 일정하고 $\sum g_i dH_i = \sum g'_i dH'_i$ 로부터 A 점의 정표고 H_A^o 는

$$H_A^o = \sum_{i=1}^n dH'_i = \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{g'_i} dH_i \quad (4-4)$$

이다. 중력의 연직선 경사로부터 추정할수 있는 평균 중력값 \bar{g}_A 를 g_i 대신 사용하고 $n \rightarrow \infty$ 인 경우에 대해서 정표고는

$$H_A^o = \frac{1}{\bar{g}_A} \int_0^A g dH \quad (4-5)$$

로 쓸 수 있다. 實測重力값이 없는 경우 平均正規重力 \bar{r}_A 를 사용하는 正規高(normal height) H^N 은 다음식으로 주어진다.

$$H_A^N = \frac{1}{\bar{\gamma}_A} \int_0^A g dH \quad (4-6)$$

\bar{g}_A 값 추정에는 지구상부 지각밀도 분포를 알아야 하지만 $\bar{\gamma}_A$ 는 이론적 계산값이므로 正規高는 수준측량과 중력측량으로 구할 수 있다.

하나의 등포텐셜면에 동일한 높이를 주려면 적당한 測度를 단위로 하는 數를 도입할 수 있는 力標高(dynamic height)와 重力포텐셜數(geopotential number)가 사용된다. 식(4-6)의 \bar{r}_A 대신에 $\varphi = 45^\circ$ 의 정규중력 γ_{45} 를 사용하는 力標

高 H_A^p 는

$$H_A^p = \frac{1}{\gamma_{45}} \int_0^A g dH \quad (4-7)$$

이며 力標高는 중력포텐셜차에 비례한다. 또한 실측중력값 g 대신 정규중력값 γ 를 사용하는 正規正標高(normal orthometric height)는

$$H_A^{no} = \frac{1}{\gamma_{45}} \int_0^A \gamma dH \quad (4-8)$$

로서 수준측량 자료로 구할 수 있다.

重力포텐셜數 C 는 지오이드와 관측점간의 중력포텐셜차로 정의된다.²⁾ 즉

$$C = W_0 - W_A = \int_0^A g dH \quad (4-9)$$

이며 중력포텐셜 단위 GPU는

$$1 \text{ GPU} = 1\text{m} \times 1\text{kgal} = 1\text{kgal} \cdot \text{m} \text{ 이다.}^{10)}$$

지표면에서의 중력가속도 g 는 약 0.98kgal 이므로

$$C \approx gH \approx 0.98H$$

이다. C 는 수치적으로 m단위의 높이에 비하여 약 2% 작다.

중력포텐셜수는 1955년 국제측지학협회의 「유럽통일 수준망」위원회에서 결정하여 유럽 각국 통일의 수준망 조정계산에는 이 중력포텐셜수를 채용한다.

4.2 重力場에 의한 標高補正

수준측량에 의한 比高 $\int_0^A dH = \Delta H$ 라 할때,

(4-5)와 (4-7)로부터 力標高補正 및 正標高補正式은 다음과 같다.

$$H_A^p = \Delta H + \int_0^A \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dH \quad (4-10)$$

$$\begin{aligned} H_A^{no} &= \Delta H + \int_0^A \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dH - \frac{\bar{g}_A - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \Delta H \\ &= H^p - \frac{\bar{g}_A - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \Delta H \end{aligned} \quad (4-11)$$

위도 φ 와 正標高 H^o 에 대한 正規重力式은 다음과 같다.²⁾

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_{45} (1 - \alpha \cos 2\varphi + \beta \cos^2 2\varphi - kH^o) \\ &= 980.624 (1 - 0.002644 \cos 2\varphi + 0.000007 \cos^2 2\varphi - 3.147 \times 10^{-7} H^o) \text{ gal} \end{aligned} \quad (4-12)$$

(4-12)식으로부터 위도변화 $d\varphi$ 에 따르는 표고변화 δH^o 의 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta H^o &= -2H\alpha \sin 2\varphi \left\{ 1 + \left(\alpha - \frac{2\beta}{\alpha} \right) \cos 2\varphi \right\} d\varphi \\ \alpha &= 0.002644, \beta = 0.000007 \text{로 하면 관측고저차 } \Delta H \text{로부터 正標高로 보정하는 정표고 보정량 (orthometric correction)은 다음식과 같다.}^{11)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta H^o &= -C_o \Delta H d\varphi \\ C_o &= 2\alpha \sin 2\varphi \left\{ 1 + \left(\alpha - \frac{2\beta}{\alpha} \right) \cos 2\varphi \right\} \sin 1' \left. \vphantom{C_o} \right\} \\ &= 0.001539 \left\{ 1 - 0.002651 \cos 2\varphi \right\} \sin 2\varphi \end{aligned} \quad (4-13)$$

단 δH^o 는 mm, φ 는 도, $d\varphi$ 는 분 단위이다.

또한 正規正標高는

$$H_A^{no} = \int_0^A dH + \int_0^A \frac{\gamma - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dH - \frac{\bar{\gamma}_A - \bar{\gamma}_{45}}{\gamma_{45}} \int_0^A dH \quad (4-14)$$

이 되고 (4-12)를 대입하면

$$\begin{aligned} H^{no} &= \int_0^A dH + \int_0^A (-\alpha \cos 2\varphi - kH) dH \\ &\quad - \left(-\alpha \cos 2\varphi_A - \frac{1}{2} kH^o \right) \int_0^A dH \\ &= \Delta H - 2\alpha \sin(\varphi_A + \varphi) \sin(\varphi_A - \varphi) \Delta H \end{aligned} \quad (4-15)$$

따라서 수준측량에 의한 比高에 가하는 橢圓體補正量(normal orthometric correction) δH^{no} 는, $\varphi_A + \varphi = 2\varphi$, $\sin(\varphi_A - \varphi) \approx d\varphi$ 로 하면

$$\delta H^{no} = -2\alpha \Delta H \sin 2\varphi d\varphi \quad (4-16)$$

이고 $\alpha = 0.002644$, ΔH 를 m단위, $d\varphi$ 를 分單位로 할때

$$\begin{aligned} \delta H^{no}(\text{mm}) &= -5.288 \sin 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{\varphi} \right) \Delta H \\ &= -0.001539 \sin 2\varphi d\varphi \Delta H \end{aligned} \quad (4-17)$$

이다.

5. 觀測 및 結果分析

5.1 重力 및 水準測量資料

본 연구에서는 중력장의 영향을 고려한 정밀 수직 위치 결정에 있어서 각종 높이의 특성을 비교 고찰하기 위하여 부산에서 경주에 이르는 남

북으로 긴 노선에 대하여 중력측량 및 수준측량 성과를 사용하였다.

본 연구에 이용된 중력관측자료는 Lacoste & Romberg gravimeter model G 無定位形重力計에 의한 것이며, 중력 관측점은 국도를 따라 약 1km마다 한점씩의 측점을 설정하고 각 측점에 대하여 직접수준측량으로 표고를 결정한 자료에서 위도차에 따른 경향을 살펴보기 위하여 대략 두세 점마다 한점씩을 선정하여 이용하였다.

관측된 상대 중력값은 부산대학교의 중력기준점 성과를 이용하여 절대중력값으로 환산되었으며, 중력의 일변화 및 기계의 시간에 따른 변화를 보정해 주기 위하여 중력 기준점을 왕복 관측하고 지형에 따른 보정을 위하여 각측점에 대하여 수준점을 이용한 폐합 방법으로 수준측량을 실시한 자료이다.

관측노선은 동래(35°-12'-49"N)~남산동~양산~연양~경주(35°-50'-21"N)에 이르는 7번, 1077번 및 35번 국도를 따르는 노선으로서 위도차 37'-32"이다.

5.2 重力場을 고려한 높이決定

表 5-1에 제시된 중력 및 수준측량 성과를 이용하여 계산된 正標高, 正規高, 力標高, 正規正標高 및 重力포텐셜數는 表 5-2와 같다. 이들 높이는 4 절에서 논의된 이론과 수식을 근거로 프로그램을 작성하여 算定한 것으로서 正規重力은 GRS 1967 정규중력식에 의한 값을 사용하였다. ($\gamma_{45} = 980619.050 \text{ mgal}$)

중력장과 보정식으로부터 산정된 각종 높이와 수준측량만에 의한 표고의 차이는 表 5-3에 주어져 있으며 表 5-4 및 5-5는 表 5-3의 값과 각측점표고, 인접측점간 표고차에 대한 比率을 나타낸다.

表 5-1. Height by leveling & gravity data

ST	ϕ	H (mm)	g (mgal)	γ (mgal)
0	35° 12' 49"	11909.000	979769.778	979751.075
1	35° 13' 44"	52567.000	979759.931	979752.352
2	35° 15' 39"	56175.000	979765.011	979755.097
3	35° 18' 36"	65909.000	979762.315	979759.288
4	35° 23' 47"	23363.000	979778.074	979766.657
5	35° 29' 11"	118460.000	979768.016	979774.342
6	35° 33' 44"	41480.000	979786.046	979780.825
7	35° 35' 15"	97161.000	979782.543	979783.010
8	35° 36' 54"	113351.000	979783.719	979785.363
9	35° 37' 55"	111568.000	979785.581	979786.814
10	35° 39' 46"	138135.000	979785.117	979789.453
11	35° 45' 18"	56063.000	979814.266	979797.354
12	35° 46' 13"	52688.000	979815.729	979798.664
13	35° 48' 17"	45234.000	979817.825	979801.594
14	35° 50' 21"	45888.000	979816.750	979804.548
AV	35° 32' 27"	68663.400	979786.047	979779.096

H=Height by leveling (mm),

g=Obs'd gravity after tidal & drift correction (mgal), γ =normal gravity (mgal)

表 5-2. Calculated height by gravity potential & correction formula.

station	H ^o	H ⁿ	H ^d	H ^{no}	N ^{oc}	H ^{noc}	C
0	11909.000	11909.000	11909.000	11909.000	11909.000	11909.000	11668.078
1	52567.000	52567.545	52531.584	52531.039	52566.946	52566.946	51503.358
2	56175.045	56175.540	56136.432	56135.855	56174.818	56174.818	55038.341
3	65909.045	65909.566	65861.941	65861.300	65908.547	65908.547	64575.360
4	23362.742	23362.846	23352.770	23352.442	23362.818	23362.818	22890.058
5	118460.326	118461.155	118367.728	118367.153	118457.469	118457.467	116063.535
6	41479.474	41479.663	41453.827	41453.209	41479.102	41479.101	40640.299
7	97161.174	97161.670	97087.429	97086.676	97158.223	97158.220	95195.668
8	113351.218	113351.721	113263.628	113262.892	113347.452	113347.449	111058.357
9	111568.056	111568.480	111482.145	111481.407	111564.367	111564.363	109311.401
10	138135.222	138135.669	138026.558	138025.895	138130.058	138130.054	135341.358
11	56061.041	56061.209	56023.134	56022.997	56060.915	56060.913	54927.238
12	52685.779	52685.980	52650.901	52650.823	52686.020	52686.018	51620.363
13	45231.406	45231.601	45202.999	45203.048	45232.281	45232.280	44316.808
14	45885.344	45885.564	45856.465	45856.504	45886.145	45886.144	44957.609
AV	68662.792	68663.147	68613.769	68613.349	68661.611	68661.609	67273.855

H^o=orthometric height, Hⁿ=normal height, H^d=dynamic height, H^{no}=normal orthometric height
H^{oc}=orthometric height by correction formula, H^{noc}=normal orthometric by correction formula (unit : mm)
C=geopotential number (unit : 10⁻³ GPU)

表 5-3. Height difference between calculated height & height by leveling.

ST	LO	LN	LD	LNO	LOC	LNOC	LC
0	.000	.000	.000	.000	.000	.000	240.922
1	.000	-.545	35.416	35.961	.054	.054	1063.642
2	-.045	-.540	38.568	39.145	.182	.182	1136.659
3	-.045	-.566	47.059	47.700	.453	.453	1333.640
4	.258	.154	10.230	10.558	.182	.182	472.942
5	-.326	-1.155	92.272	92.847	2.531	2.533	2396.465
6	.526	.337	26.173	26.791	.898	.899	839.701
7	-.174	-.670	73.571	74.324	2.777	2.780	1965.332
8	-.218	-.721	87.372	88.108	3.548	3.551	2292.643
9	-.056	-.480	85.855	86.593	3.633	3.637	2256.599
10	-.222	-.669	108.442	109.105	4.942	4.946	2793.642
11	1.959	1.791	39.866	40.003	2.085	2.087	1135.762
12	2.221	2.020	37.099	37.177	1.980	1.982	1067.637
13	2.594	2.399	31.001	30.952	1.719	1.720	917.192
14	2.656	2.436	31.535	31.496	1.855	1.856	930.391
AV	.652	.271	53.176	53.626	1.917	1.919	1389.545
BV	.807	1.034	53.176	53.626	1.917	1.919	1389.545
RM	1.334	1.330	62.854	63.350	2.482	2.482	1627.528

(unit : LO~LNOC=mm, LC=10⁻³ GPU)

表 5-4. Height difference ratio to height by leveling.

ST	R ^o	R ^N	R ^p	R ^{no}	R ^{oc}	R ^{noc}	R ^c
0	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0202302
1	.0000000	-.0000104	.0006737	.0006841	.0000010	.0000010	.0202340
2	-.0000008	-.0000096	.0006866	.0006968	.0000032	.0000032	.0002343
3	-.0000007	-.0000086	.0007140	.0007237	.0000069	.0000069	.0202346
4	.0000110	.0000066	.0004379	.0004519	.0000078	.0000078	.0202432
5	-.0000028	-.0000098	.0007789	.0007838	.0000214	.0000214	.0202302
6	.0000127	.0000081	.0006310	.0006459	.0000217	.0000217	.0202435
7	-.0000018	-.0000069	.0007572	.0007650	.0000286	.0000286	.0202276
8	-.0000019	-.0000064	.0007708	.0007773	.0000313	.0000313	.0202260
9	-.0000005	-.0000043	.0007695	.0007761	.0000326	.0000326	.0022262
10	-.0000016	-.0000048	.0007850	.0007898	.0000358	.0000358	.0202240
11	.0000349	.0000319	.0007111	.0007135	.0000372	.0000372	.0202587
12	.0000421	.0000383	.0007041	.0007056	.0000376	.0000376	.0202634
13	.0000573	.0000530	.0006853	.0006843	.0000380	.0000380	.0202766
14	.0000579	.0000531	.0006872	.0006864	.0000404	.0000405	.0202753
AV	.0000147	.0000093	.0006995	.0007060	.0000245	.0000245	.0202418
BV	.0000161	.0000180	.0006995	.0007060	.0000245	.0000245	.0202418
RM	.0000276	.0000259	.0007312	.0007377	.0000292	.0000292	.0209523

表 5-5. Height difference ratio to relative height between adjacent stations.

ST	Q ^o	Q ^N	Q ^p	Q ^{no}	Q ^{oc}	Q ^{noc}	Q ^c
0	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000	.0000000
1	.0000000	-.0000134	.0008711	.0008845	.0000013	.0000013	.0261607
2	-.0000010	-.0000122	.0008713	.0008843	.0000041	.0000041	.0256779
3	-.0000008	-.0000105	.0008715	.0008833	.0000084	.0000084	.0246970
4	.0000225	.0000134	.0008931	.0009217	.0000159	.0000159	.0412906
5	-.0000031	-.0000108	.0008660	.0008714	.0000238	.0000238	.0224913
6	.0000178	.0000114	.0008851	.0009060	.0000304	.0000304	.0283961
7	-.0000020	-.0000079	.0008630	.0008718	.0000326	.0000326	.0230532
8	-.0000021	-.0000071	.0008613	.0008686	.0000350	.0000350	.0226005
9	-.0000006	-.0000048	.0008615	.0008689	.0000365	.0000365	.0226432
10	-.0000018	-.0000053	.0008591	.0008644	.0000392	.0000392	.0221321
11	.0000444	.0000406	.0009029	.0009060	.0000472	.0000473	.0257227
12	.0000545	.0000495	.0009098	.0009117	.0000486	.0000486	.0261811
13	.0000778	.0000720	.0009303	.0009288	.0000516	.0000516	.0275226
14	.0000782	.0000717	.0009281	.0009269	.0000546	.0000546	.0273814
AV	.0000203	.0000133	.0008838	.0008927	.0000306	.0000307	.0243967
BV	.0000219	.0000236	.0008838	.0008927	.0000306	.0000307	.0243967
RM	.0000372	.0000345	.0009175	.0009267	.0000364	.0000364	.0265517

5.3 結果分析

그림 5-1은 수준측량으로 구한 표고(H)와 중력포텐셜로 구한 정표고(H^p), 정규고(H^N), 역표고(H^o), 정규정표고(H^{No}) 및 중력포텐셜수(C)를 비교한 그림이다. 표고는 최소 11.909m, 최대 138.135m, 평균 68.663m로 심한 기복을 보이며 H^o , H^N , H^p , H^{No} 는 평균 68.613~68.663m로 거의 비슷한 값을 나타낸다. 이에 비하여 중력포텐셜수 C 는 최대 135.341, 최소 11.668, 평균 67.274로서 표고에 비하여 평균 202.418×10^{-4} (2.024%) 작은 값을 나타낸다.

전체적으로 볼때 평균값을 비교하면 H 에 비하여 $H^N=0.093 \times 10^{-4}$, $H^o=0.147 \times 10^{-4}$, $H^p=6.995 \times 10^{-4}$, $H^{No}=7.060 \times 10^{-4}$ 씩 작은값을 나타내어 $H > H^N > H^o > H^p > H^{No} > C$ 의 순서를 보여 준다.

그림 5-2는 중력포텐셜로 구한 높이와 수준측량에 의한 표고의 차이 ΔH^o , ΔH^N , ΔH^p , ΔH^{No} 를 비교한 그림이다. ΔH^{No} 와 ΔH^p 는 평균 53.626mm 및 53.176mm로서 ΔH^o 와 ΔH^N 이 0.652mm 및 0.271mm임에 비하여 훨씬 큰 값을 나타낸다. 한편 ΔH^o 와 ΔH^N 이 최소 -0.566mm, 최대 2.656mm로 작은 진폭을 보임에 비하여 ΔH^{No} 와 ΔH^p 는 최소 10.230mm, 최대 109.105mm로 큰진폭을 나타내며 그림 5-1과 비교해 볼 때 위도보다는 지형의 영향을 직접적으로 받음을 알 수 있다.

그림 5-3은 중력포텐셜에 의한 높이와 표고의 차이를 각 측정점의 표고로 나눈 비율 R^o , R^N , R^p , R^{No} 를 비교한 그림이다. R^{No} 와 R^p 는 R^o 및 R^N 에 비하여 평균 58.6배 정도 큰 값과 큰 진폭을 보이며 지형의 영향을 직접적으로 받음을 알 수 있다.

그림 5-4는 중력포텐셜과 보정식에 의한 높이와 표고의 차이를 인접 측정점간의 비고로 나눈 비율 Q^o , Q^N , Q^p , Q^{No} , Q^{Oc} , Q^{Noc} 를 비교한 그림이다. Q^{No} 와 Q^p 는 평균 8.927×10^{-4} 및 8.838×10^{-4} 으로 Q^o 및 Q^N 의 평균이 0.203×10^{-4} 및 0.133×10^{-4} 임에 비하여 평균 52.9배정도 큰 값을 보여주며 진폭은 거의 비슷하게 나타난다.

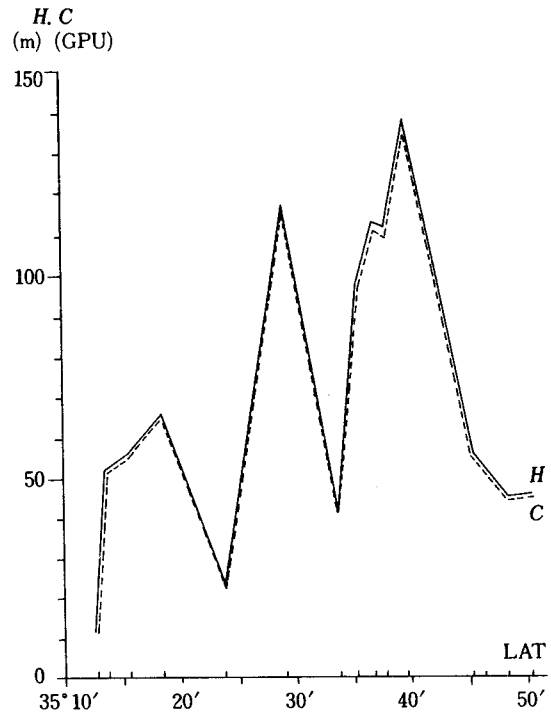


그림 5-1. Height by gravity potential & geopotential number.

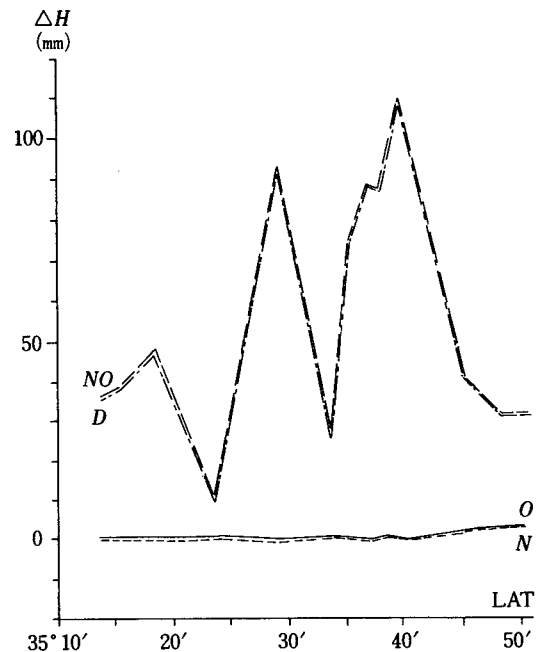


그림 5-2. Height difference between calculated height by gravity potential and leveling height.

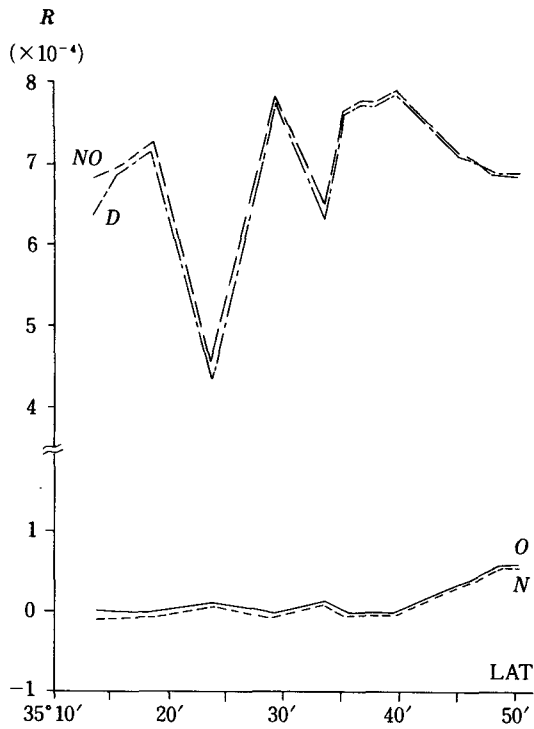


그림 5-3. Height difference ratio to leveling height.

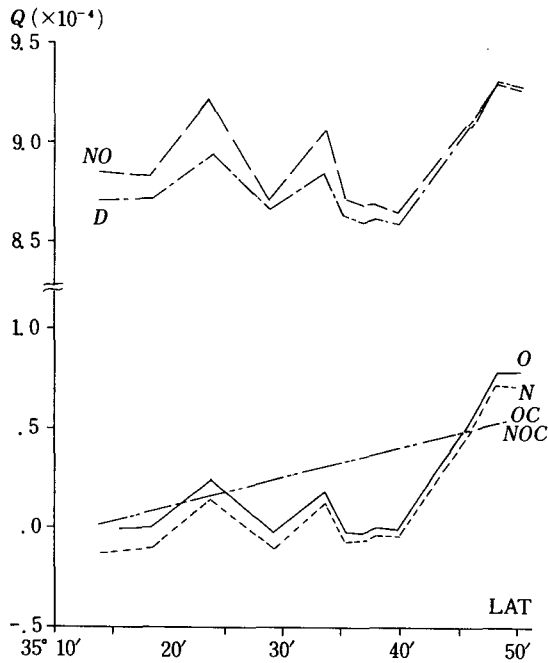


그림 5-4. Height difference ratio to relative height between adjacent stations.

또한 보정식에 의한 값 Q^{OC} 및 Q^{NOC} 는 최소 0.013×10^{-4} , 최대 0.546×10^{-4} 이며 위도에 대하여 직선적으로 증가하는 경향을 보이는데 비하여, 중력포텐셜에 의한 값 Q^N , Q^O , Q^D , Q^{NO} 는 그림 5-1과 비교하면 지형과 반대가 되는 모양을 나타내어, 위도보다는 逆地形의 영향을 크게 받음을 알 수 있다.

6. 結 論

본 연구에서 부산~경주간에 이르는 중력 및 수준측량자료를 이용하여 중력장을 고려한 각종 높이를 산출하고 그 특성을 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 전체적으로 볼 때 평균값을 비교하면 직접수준측량으로 구한 표고 (H)를 기준으로 할 때 중력포텐셜로 구한 정규고 (H^N), 정표고 (H^O), 역표고 (H^D) 및 정규정표고 (H^{NO})는 평균 $0.093 \times 10^{-4} \sim 7.060 \times 10^{-4}$ 정도 작은 값을 나타내며, 중력포텐셜수 (C)는 202.418×10^{-4} 즉 2.024% 작은 값을 나타낸다.

둘째, 중력포텐셜로 구한 각종 높이와 수준측량에 의한 표고의 차이를 비교한 결과 정규정표고차 (ΔH^{NO})와 역표고차 (ΔH^D)는 정표고차 (ΔH^O)와 정규고차 (ΔH^N)에 비하여 훨씬 큰 값을 나타내며 지형의 영향을 직접적으로 받음을 알 수 있다.

셋째, 중력포텐셜에 의한 높이와 표고의 차이를 각 측정점의 표고로 나눈 비율 (R^O , R^N , R^D , R^{NO})를 비교하면 R^{NO} 와 R^D 는 R^O 및 R^N 에 비하여 평균 58.6배 정도 큰 값을 나타내며 지형의 영향을 직접적으로 받음을 알 수 있다.

넷째, 중력장을 고려한 높이와 표고의 차이를 인접측점간의 비고로 나눈 비율 (Q^N , Q^O , Q^D , Q^{NO} , Q^{OC} , Q^{NOC})를 비교하면 Q^{NO} 와 Q^D 는 Q^O 및 Q^N 에 비하여 평균 52.9배 정도 큰 값을 보이며, 진폭은 거의 비슷하게 나타난다. 또한 보정식에 의한 값 Q^{OC} 및 Q^{NOC} 는 위도에 대하여 직선적으로 비례 증가하는데 비하여, 중력포텐셜에 의한 값 Q^N , Q^O , Q^D , Q^{NO} 는 위도보다 逆地形의 영향을 크게 받음을 알 수 있다.

謝 辭

본 연구가 이루어질 수 있도록 귀중한 중력관측자료를 제공해주신 연세대학교 지질학과 민경덕 교수님께 謝意를 표하는 바입니다.

參考文獻

1. 柳福模, 測量學原論 (I), 開文社, 1984, pp. 379 - 382.
2. P. Vaniček & E. J. Krakiwsky, Geodesy; The Concepts, N-H, 1982, pp. 70~96, pp. 364~371.
3. 閔庚德 外 2人, 應用地球物理學, 祐成文化社, 1987, pp. 22~26.
4. 萩原幸男, 測地學入門, 東京大學出版會, 1982, pp. 60~104.
5. Helmut Moritz, Advanced Physical Geodesy, Abacuspress, 1980, pp. 2~24.
6. C. B. Officer, Introduction. to Theoretical Geophysics, Springer-Verlag, 1974, pp. 260~302
7. 日本測地學會, 測地學の概觀, 1974, pp. 112~116, 133~135, 174~176.
8. 日本測量協會, 現代測量學 (I), 1981, pp. 384~419
9. 檀原毅, 友田好文, 測地・地球物理, 共立, 1973, pp. 38~42.
10. 坪川家恒, 大森又吉, 測地學序說, 山海堂, 1968, pp. 357~400.