安全在庫에 관한 研究

A Study on the Safety Stock

朴 炳 基 *
鄭 鍾 植 **

Abstract

Safety stocks constitute one of the major means of dealing with the uncertainties associated with variation in demand and lead time.

Adequate safety stocks facilitate production activities and help to assure customers of good service. On the other hand, carrying safety stocks ties up working capital on goods that sit idle.

The major problem of safety stocks management thus consists of trying to achieve an optimal balance between the carrying cost and the costs of stock shortage.

Therefore, this study aims to find safety stock level of the fixed reorder quantity system and the fixed reorder cycle system of minimizing total cost when both demand and lead time are variable (The distribution of demand and lead time is a mere assumption that follows the normal distribution)

The results can be summarized as follows:

ⅰ) Safety factor on the safety stock is determined by carrying cost and the costs of stock shortage:
An optimal safety stock = the costs of stock stortage(C_s)/(the carrying cost(C_h) + the costs of stock storage(C_s))

ⅱ) The safety stock level of the fixed reorder quantity system is $\alpha_p\sqrt{L}\sigma$ under uncertain demand and constant lead time, $\alpha_p\sqrt{L\sigma_d^2+\mu^2 L\sigma^2}$ under demand and lead time uncertainties.

ⅲ) The safety stock level of the fixed reorder cycle system is $\alpha_p\sqrt{R+L\sigma}$ under uncertain demand and constant lead time, $\alpha_p\sqrt{(R+L)\sigma_d^2+\mu^2(R+L)\sigma^2}$ under demand and lead time uncertainties.

1. 緖 論

安全在庫(safety stock)는 顧客이나 工程에서의 部品에 대해 品切로 인한 生産지연이나 顧客이 物品을 購入치 못하고 退客하는 損失 및 서어비스를 막고자 하는 경우, 安全在庫가 必要한 것이다.

그러나 安全在庫를 실제 企業經營에 適用하기에는 어려운 점이 많다.

즉 經營狀況이 複雜함에 따라 安全在庫에 문제가 되는 需要量과 調達期間 즉 不確定한 要因을 導入하여 最適在庫量을 算出하여야 하는 등의 어려움이 있다.

따라서 本稿에서는 不確定한 狀況下에서의 安全在庫水準의 決定에 대해서 研究하였다.

또한 安全在庫는 安全在庫만으로 算出할 수 없고 各在庫管理 方式에서의 在庫量과 함께 檢討되어야 하므로 여기에서는 定期發注方式과 定量發注方式의 在庫水準과 함께 安全在庫를 研究하였다.

2. 安全在庫水準의 決定

* 全北大學校 工科大學 敎授
** 全州工業專門大學 工業經營科 助敎授
接受日 : 1987. 12. 31

2.1 需要量 變動 調達期間이 一定한 경우

2.1.1 定量發注方式(the fixed reorder quantity system)

定量發注方式은 調達期間이 一定치 않고 또한 需要量도 變動한다. 따라서 調達期間중의 需要는 어떤 分布(~正規分布)를 갖는다.

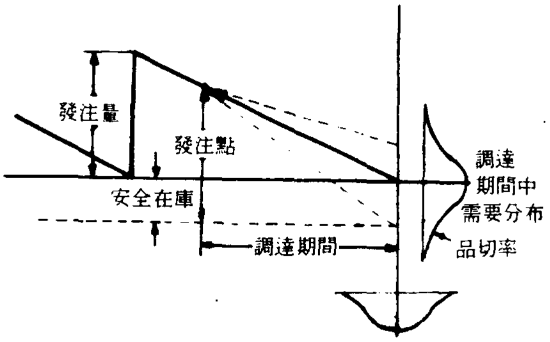

그림 1. 調達期間中 需要分布와 品切率

따라서 基準調達期間(平均調達期間+餘裕)을 定해서 管理하고, 發注點計算에는 需要量의 分布만을 考慮하면 될 것이다. 여기서

μ = 月間(平均) 需要(單位/月)

L = 基準調達期間(平均調達期間+餘裕) (月)

σ = 月間需要의 標準偏差

α_p = 品切率 P에 對한 安全係數

라 하고 調達期間中 需要가 正規分布에 따른다고 할 때

需要의 標準偏差는 $\sqrt{L}\sigma$이므로 調達期間中 實需要가 $\mu L+\alpha_p(\sqrt{L}\sigma)$를 超過하는 確率은 바로 P가 됨을 알 수 있다. 그러므로 品切率을 P로하는 발주점(K)은

$$K=\mu L+\alpha_p\sqrt{L}\sigma \quad \cdots\cdots (1)$$

이다. 여기에서 安全在庫量은 $\alpha_p\sqrt{L}\sigma$이다.[1]

또한 發注期間 L에 있어서 需要量 D, 標準偏差 $\sqrt{L}\sigma$이다. 여기서 D의 確率은 X의 分布函數 f(x)의 여하에 불구하고 一般的으로 Tchebychev의 不等式에서

$$P_r\{\mu L-\alpha_p\sqrt{L}\sigma<D<\mu L+\alpha_p\sqrt{L}\sigma\}>1-\frac{1}{\alpha_p^2},\ \alpha_p>1 \quad \cdots\cdots (2)$$

1) 그리고 $\sqrt{L}\sigma$는 正規分布의 平均値分布의 원리에 따라 調達期間中의 標準偏差이다.

正規分布일때는

$$P_r\{\mu L-\alpha_p\sqrt{L}\sigma<D<\mu L+\alpha_p\sqrt{L}\sigma\} = \int_{-\alpha_p}^{\alpha_p}\psi(x)\,dx \quad \cdots\cdots (3)$$

單位時間에 있어서 需要量의 分布여하에 불구하고 長時間에 걸친 需要量의 分布는 中心極限定理에 의하여 正規分布에 近以하다고 생각되는 경우가 많다.

따라서 (3)式 또는

$$P_r\{D<\mu L+\alpha_p\sqrt{L}\sigma\} = \int_{-\infty}^{\alpha_p}\psi(x)\,dx = \Phi(\alpha_p) \quad \cdots\cdots (4)$$

$$P_r\{D>\mu L-\alpha_p\sqrt{L}\sigma\} = \int_{-\alpha_p}^{\infty}\psi(x)dx = 1-\Phi(-\alpha_p) = \Phi(\alpha_p) \quad (5)$$

을 近以式으로 使用한다. 標準正規分布에 對하여 導入한 記號 K_ϵ을 使用하면

$$P_r\{D<\mu L+K_{1-p}(=\alpha_p)\sqrt{L}\sigma\}=p$$
$$P_r\{D>\mu L+K_{1-p}(=\alpha_p)\sqrt{L}\sigma\}=p$$

로 表示할 수 있다.

여기에서 安全在庫量(SS)은 式(1)에 의해서

$$SS=\alpha_p\sqrt{L}\sigma=K_{1-p}\sqrt{L}\sigma \quad \cdots\cdots (6)$$

이다. 그리고 式(4)에서

$$P=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x)dx=\Phi(\alpha_p) \quad \cdots\cdots (7)$$

은 需要量이 在庫量 $\mu L+I_p$ 이내에 있는 確率이다. 즉 品切이 생기지 않을 確率이다.

그러나 實際로 μ, σ의 값을 모를 때가 많다. 이들을 單位時間에서의 需要量에 對하여 n個의 data X_1, X_2, X_3, ……X_i……X_n에서 推定할 때는 다음과 같이 된다.

μ의 推定量 : $\hat{\mu}=\bar{X}=\frac{1}{n}\Sigma X_i$

σ의 推定量 : $\hat{\sigma}=\frac{1}{C_2}\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(X_i-\bar{X})^2} = \frac{1}{C_2}\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma X_i^2-\bar{X}^2}$[2]

2) $\frac{1}{C_2}$은 正規母集團의 推定値係數임.

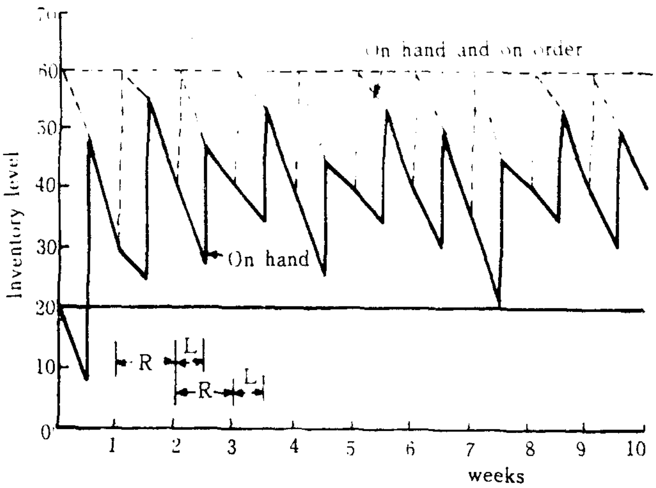

그림 2. 定期發注方式의 一般的 모델

2.1.2 定期發注方式(the fixed reorder cycle system)

定期發注方式에서의 安全在庫는 發注目標의 水準에 의해서 決定된다.

또 發注目標는 發注調達期間 R+L중의 需要에 의해 決定된다. (R=發注週期)

그림 2에서 보면 R+L 期間중에 일어나는 일을 變更시킬 수 있는 意思決定은 期間初에 단 한번 내려지고 그 結果 期間初에 發注한 것이 L個月後에 到着한다. 만일 이 R+L期間中에 品切이 發生한다면 發注한 後 L個月後에 다시 發注하지만 이 物件은 R+L個月 이후에나 到着하기 때문에 R+L 期間中의 品切確率을 變更시키지 못한다.

再發注는 그 다음번(일부는 重複되는) R+L 期間中의 品切確率에만 影響을 준다. 그러므로 發注目標는 R+L 期間中에 期待되는 最高 需要에 對備할 수 있는 水準이어야 한다. 즉 發注目標는

發注目標=發注調達期間中의 平均需要+安全在庫

$$發注目標=\mu(R+L)+\alpha_p\sqrt{R+L}\,\sigma \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

이다. 이 경우 安全在庫量은 $\alpha_p\sqrt{R+L}\,\sigma$이다.

여기에서 安全在庫는 品切費用을 고려하지 않은 경우이지만 品切費用을 고려한 問題를 模型化하여 計算하면 다음과 같다.

예를 들어 納入에 時間을 要하는 在庫 system을 取扱해 본다. 月末에 發注하여 2個月 後에 納入되는 경우에 現時點을 t_1月에의 轉換點이라고 하고 지금 發注하면 t_2月과 t_3月의 轉換點에서 納入된다. t_3月의 需要量을 X, 그의 確率密度函數를 f(x)로서 表示하고 1個月間 같은 比率의 需要가 있다고 하자. t_1月과 t_2月 2個月間의 需要量을 V로서 表示하고 이의 確率密度函數를 h(v)라고 한다.

在庫費用은 單位當 1個月間 C_h, 品切損失은 1個當 C_s이다.

지금 U를

U=(前期부터의 移越在庫量)+(前期末의 納入量)+(t_1末의 納入量)+(現在의 發注量)라고 하면, t_3月初의 在庫量은 $U-V$가 된다.

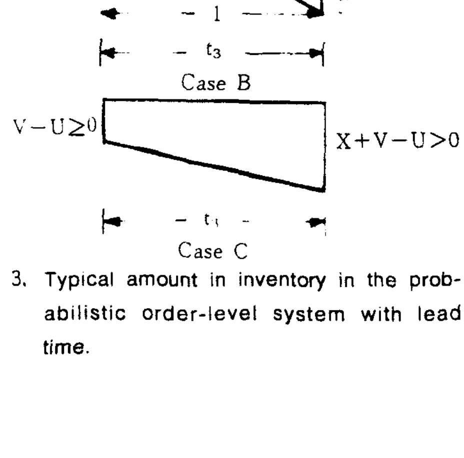

그림 3. Typical amount in inventory in the probabilistic order-level system with lead time.

t_3月의 在庫狀況을 圖解하면 그림 4와 같이 3個의 경우를 생각할 수 있다. CASE A는 t_3月初부터 月末가지 在庫를 갖고 있는 경우이며 그의 月間 平均在庫量은

$$\frac{1}{2}\{(U-V)+(U-X-V)\}$$ 이다. 이의 費用은

$$\frac{C_h}{2}\{(U-V)+(U-X-V)\}=C_h(U-\frac{x}{2}-V)$$

CASE B는 t_3月初에는 在庫가 있으나 이달에서 品切이 생기는 경우이다. 그림 3의 B경우에서 在庫가 있는 期間은

$$t=\frac{U-V}{X}$$

平均在庫量은 $\frac{1}{2}(U-V)\frac{U-V}{X}=\frac{(U-V)^2}{2X}$

品切의 期間은 $1-t=\frac{X-V-\mu}{X}$

平均品切量은 $\frac{1}{2}(X-V-U)\frac{X+V-U}{X}$

$$=\frac{(X+U-V)^2}{2X}$$

이다. 따라서 이들 費用은

$$\frac{1}{2X}\{C_h(U-V)^2+C_S(X+V-U)^2\}$$

CASE C는 t_3初부터 品切이 있는 경우이다. 이의 費用은

$$\frac{C_S}{2}\{(V-U)+(X+V-U)\}=C_S(-U+\frac{X}{2}+V)$$

따라서 t_3月 總費用 Z는 U의 函數로서

$$Z(u)=C_h\int_0^U\int_0^{U-V}(U-\frac{x}{2}-V)f(x)h(v)dxdv$$
$$+\int_0^U\int_{U-V}^{\infty}\frac{1}{2X}\{C_h(U-V)^2$$
$$+C_S(X+V-U)^2\}f(x)h(v)dx\,du$$
$$+C_S\int_U^{\infty}\int_0^{\infty}(-U+\frac{x}{2}+V)f(x)h(v)dx\,dv$$

로 表示된다.

이를 U로 微分하면

$$\frac{\delta z}{\delta U}=(C_h+C_S)\int_0^U h(v)\{\int_0^{U-V}f(x)dx$$
$$+(U-V)\int_{U-V}^{\infty}\frac{f(x)}{x}dx\}dv-C_S$$

을 얻는다.

$\frac{dz}{du}=0$에서

$$\int_0^U h(v)\{\int_0^{U-V}f(x)dx+U-V\int_{U-V}^{\infty}\frac{f(x)}{x}dx\}dv$$
$$\frac{C_S}{C_h+C_S}$$ 로서

定해지는 U를 使用하여 適正發注量을 求할 수 있다. X, V를 離散分布로서 取扱될 때는 各各의 確率 P_X, P_V는

$$\sum_{V=0}^{U}P_V\{\sum_{x=0}^{U-V}P_x+(U-V+\frac{1}{2})\sum_{x=U-V+1}^{\infty}\frac{P_x}{x}\}>\frac{C_S}{C_h+C_S}$$

$$\sum_{v=0}^{U}P_V\{\sum_{x=0}^{U-V-1}P_X+(U-V-\frac{1}{2})\sum_{k=u-\infty}^{v}\frac{P_X}{X}\}<\frac{C_S}{C_h+C_S}$$

로 定해지는 U를 使用하면 된다.

그리고 安全係數를 經濟的 立場에서 決定할 수 있는데 過去의 (調達期間+發注期間)의 推定需要量과 實積値를 알고 있는 경우에는

$$\int_{-\infty}^{K}f(x)dx=\frac{C_S}{C_h+C_S}$$

를 滿足하는 K가 在庫費用C_h와 品切損失費 C_S를 최소로 하는 가장 경제적인 安全係數(safety factor)가 된다. 여기에서 f(x)는 需要量 X의 確率密度函數이므로 正規分布인 f(x)에 대하여 K의 관계는 그림 4와 같다.

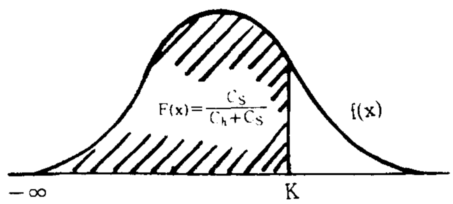

그림 4. C_h, C_S와 K와의 관계

2.2 需要量, 調達期間이 變動(正規分布)하는 경우

2.2.1 定量發注方式

μ : 平均需要量
σ_d : 1日 需要量의 偏差
L : 平均調達期間
σ_L : 調達期間의 偏差($=\sqrt{L}\sigma$)

調達期間 L日間의 需要量의 變動은

$$\sigma_{d1}^2+\sigma_{d2}^2+\sigma_{d3}^2+\cdots\cdots=L\sigma_d^2$$

이고 調達期間의 偏差 σ_L을 需要量으로 表示하면 $\mu\sigma_L$이 되며 合成偏差는 $L\sigma_d^2+\mu^2\sigma_L^2$이 된다.

그러므로 式(1)에 의하여 定量發注方式의 安全在庫(SS)는

$$SS=\alpha_p\sqrt{L\sigma_d^2+\mu^2\sigma_L^2}$$

여기에서 $\sigma_L=\sqrt{L}\sigma$이므로

$SS=\alpha_p=\sqrt{L\sigma_t^2+\mu^2L\sigma^2}$이 된다.

2.2.2 定期發注방식

μ : 平均需要量

σ_d : 1日 需要量의 偏差

L : 平均調達期間

σ_T : 發注調達期間의 偏差$(=\sqrt{R+L}\sigma)$

發注調達期間(R+L) 日間의 需要量의 變動은

$$\sigma_{d1}^2+\sigma_{d2}^2+\sigma_{d3}^2+\sigma_{d4}^2+\cdots\cdots=(R+L)\sigma_d^2$$

이고 發注調達期間의 偏差 σ_T를 需要量으로 表示하면 $\mu\sigma_T$가 되며 合成偏差는 $(R+L)\sigma_d^2+\mu^2\sigma_T^2$이 된다.

그러므로 式(8)에 의하여 定量發注方式의 安全在庫(SS)는

$$SS=\alpha_p\sqrt{(R+L)\sigma_d^2+\mu^2\sigma_T^2}$$

여기에서 $\sigma_T=\sqrt{R+L}\sigma$이므로

$$SS=\alpha_p\sqrt{(R+L)\sigma_d^2+\mu^2(R+L)\sigma^2}$$이 된다.

3. 結 論

本 論文은 在庫管理의 한 분야인 安全在庫를 定期發注方式과 定量發注方式에 대하여 調達期間과 需要量의 變動(正規分布를 假定)에 따른 品切損失費의 在庫維持費를 最小로 하는 經濟的 水準을 決定하였다.

그 結果

(1) 安全在庫를 決定하는 安全係數는 品切損失費와 在庫維持費로 決定된다. 이때 가장 經濟的 安全在庫水準을 갖게 하는 安全係數는 單位當品切費用/(單位當 在庫維持費+單位當 品切費用)이 된다.

(2) 定量發注方式에서의 安全在庫水準은 一定하고 需要量은 變動할 때 $\alpha_p\sqrt{R+L}\sigma$이고 調達期間, 需要量이 變動할 때는 $\alpha_p\sqrt{L\sigma_d^2+\mu^2L\sigma^2}$이다.

(3) 定期發注方式에서의 安全在庫水準은 調達期間은 一定하고 需要量은 變動할 때 $\alpha_p\sqrt{R+L}\sigma$이고 調達期間, 需要量이 變動할 때는 $\alpha_p\sqrt{(R+L)\sigma_d^2+\mu^2(R+L)\sigma^2}$이다.

引 用 文 獻

1. Eliezer Naddor, 1966, Inventory System, John Wiley & Sons, Inc., pp. 151−160.
2. Elwood S. Buffa, 1977, Modern Production Management, John Wiley & Sons, Inc., pp. 383−396.
3. Elwood S. Buffa, Jeffrey G. Miller, 1979, Production Inventory System: Planning and Control, Richard D. Irwin, Inc., pp. 129−148.
4. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, 1980, Introduction to Operations Research, Holden-Day Inc., pp. 514−534.
5. Handy A. Taha, 1982, Operations Research, Macmillan Publishing Co., Inc., pp. 496−508.
6. Isaac, E. J., 1956, Note on Section of Capital Equipment with Uncertain Delivery Date, Journal of Operations Research Society of America, Vol. 4, No. 3, pp. 354−357.
7. Joseph G. Monks, 1982, Operations Management: Theory and Problems, McGraw-Hill, Inc., pp. 393−416.
8. Ralph M. Stair, Jr., Barry Render, 1980, Production and Operations Management, Allyn and Bacon, Inc., pp. 137−141.
9. Robert J. Thierauf, Robert C. Klekamp, Decision Making Through Operations Research, pp. 361−367.
10. Ronald V. Hartley, 1976, Operations Research: A Management Emphasis, Goodyear Publishing Company Inc., pp. 318−322.
11. 水野幸男, 1974, 在庫管理, 日科技連 p. 177.