# 多段階 機械加工工程의 最適檢査計劃에 관한 硏究

# A Study on optimal Inspection plans in Multi-Stage Machining process

趙 載 岦 *

黃 義 徹 **

Abstract

In establishing Multi-Stage Machining process inspection procedures, however, where costs of inspection and defective products are often directly measurable, a better method for formulating inspection plans is abailable. If one of the primary interest of a manufacturing concern is to maximize profits, then optimal inspection plans ought to be selected so as to minimize costs.

This paper is aimed to find a methodology of optimal inspection planning in Multi-stage Machining process and to develope a proper algorithm.

## I. 序 論

품질관리를 위한 샘플링검사를 수행하는 데 실제로 매우 중요한 관심을 가져야 할 일은 檢査費와 再加工費를 최소로 하는 경제적이고 합리적인 最適檢査計劃을 수립하는 문제라 생각된다. [1]

이러한 최적검사계획을 수립하는 데는 검사대상공정의 상태와 특성을 정확히 파악하고 분석하여 검사의 位置와 回數를 결정하고 가장 적합한 검사방식을 설계해야 한다. 그러나 제품의 재료가 투입되어 다단계 기계가공공정을 거쳐 제품을 생산하는 특수한 공정의 경우 공정검사나 최종검사는 일반적인 샘플링검사를 적용하면 부적당하다고 생각된다.

따라서 본 논문에서는 이러한 특수공정의 檢査特性을 분석하여 합리적인 검사모델을 설정하고 이 모델과 관련된 검사비용을 확률적으로 추정하여 제품을 검사하는 데 소요되는 總檢査費用을 최소로 할수 있는 최적검사계획을 수립하는 과정과 방법을 개발하고자 한다.

* 慶熙大學校 産業工學科 敎授

** 漢陽大學校 産業工學科 敎授

이 분야에 대한 연구는 Rokhsar와 Kane [2]이 검사특성치가 초기하분포를 하는 경우를 가정하여 정확한 검사비를 추정하는 방법을 시도했다. 또한 Hald [3]는 재가공비의 경제적인 측면을 고려하여 일반적인 검사계획을 수립하였다. 그러나 이들은 檢査位置와 回數에 관련된 일반적인 상황에 대한 예측이었다. 특히 시료의 샘플링에 대한 문제를 고려하지 않아서 비확률적인 검사비의 추정방법이 되었다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 공정의 특성에 맞추어 검사모델의 假定을 세우고 샘플링 문제를 고려하여 적합한 最適檢査方式을 설계해보고자 한다.

그림-1과 같은 특수공정은 완성된 제품로트가 최종검사에서 全數檢査되어 판매되고 이 최종검사에서 불합격된 로트는 다시 초기의 기계가공공정을 통해 재가공되며 또한 공정검사에서 불합격된 로트는 전수검사를 통해 양품만 다음 공정으로 보내게 된다. 불량품은 다시 초기의 기계가공공정으로 되돌아가 재가공된다.

따라서 이러한 공정은 막대한 재가공비를 발생시키고 있다. 이러한 제조상의 문제를 생각할 때 이공정의 檢査計劃은 全體加工費를 최소화할 수 있는 특

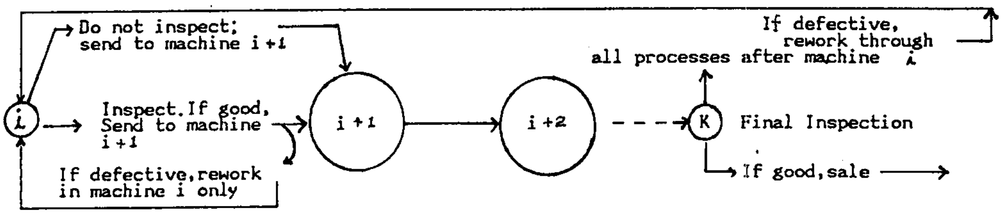


Fig.1. Alternative courses of Action in Multi-State Machining process.

별한 검사계획이 필요하다.

## Ⅱ. 가정 및 最適檢査모델의 設定

그림-1과 같은 특수공정에서 검사모델에 설정한 가정은 다음과 같다.

(1) 어떤 기계의 불량제품의 생산은 모든 다른 기계와 서로 독립이다.
(2) 어떤 기계에 도착한 불량제품은 더 나쁜 상태로 가공될 확률이 증가되지 않는다.
(3) 檢査回數는 공정검사 1회와 최종검사로 한다.
(4) 공정검사는 재가공비가 가장 많이 드는 i 기계 다음에 실시한다.
(5) 최종검사는 마지막 k 기계에서 실시하며 전수검사한다.
(6) 검사로트에 대한 기술적인 처리로 시료는 랜덤 샘플링된다.
(7) 검사자는 불합격로트에 대해 全數檢査를 한다.
(8) 검사자는 재가공로트에 대해 全數檢査를 한다.

이러한 가정하에서 기계 i에 대한 工程檢査計劃을 수립하는 경우 그림-2와 같은 검사비와 불량제품비와의 관계에서 總費用(TC)을 최소로하는 검사모델을 설정해야 된다. 따라서 i번째 기계가 제조작업을 수행한 후 제품에 대한 공정검사를 받게 된다면 이 檢査費用을 수학적인 모델로 표기하기 위한 定義는 다음과 같다.

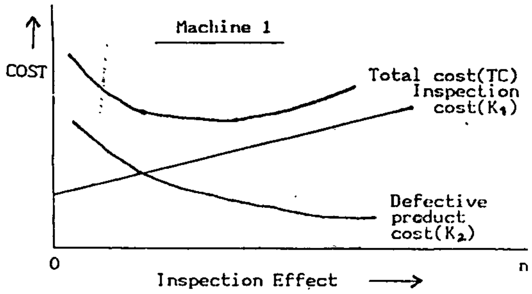


Fig.2 . Graph of conflicting costs.

$K_1$ ;검사비

$C_s$ ;검사준비비

$C_1$ ;단위제품당 검사비

n ;시료의 크기

$$K_1 = C_s + C_1 n \quad \cdots\cdots (1)$$

불량제품에 대한 두가지 문제는 불합격로트가 증가되는 경우 再加工費와 全數檢査에 따른 검사비용이라 볼 수 있다.

i) 로트가 불합격되는 경우

N ;로트의 크기

D :N중 불량품의 수

P(R/D, N) ;N중 D개의 불량품이 있다는 假定하에 로트가 불합격할 확률

이라 하면 검사자는 남아 있는 (N−n)개를 전수검사하게 되고 불량품 D개를 재가공하여 다시 전수검사를 하게 된다. 이때의 검사비는

$$C_1 (N-n)\, P(R/D, N) + C_1\, DP(R/D, N) \quad \cdots\cdots (2)$$

ii) 로트가 합격되는 경우

$C_2$ ;제품단위당 再加工費

X ;n에서 발견된 불량품수

P(A/D, N) ;N중 D개의 불량품이 있다는 가정하에 로트가 합격할 확률

이라 하면 검사자는 합격로트의 제품을 다음 공정으로 보낸다. 그러나 최종검사에서 全數檢査될 때 나머지 (D−X)개의 불량품은 再加工을 하게 되며 이 재가공품에 대한 검사를 해야 한다. 이때 再加工費와 檢査費는

$$C_2 (D-X)\, P(A/D, N) + C_1\, DP(A/D, N) \quad \cdots\cdots (3)$$

i번째 기계에서 불량제품에 대한 손실비용 $K_2$는 (2)식과 (3)식의 합이 된다.

$$K_2 = C_1(N-n)\,P(R/D,\,N) + C_1\,DP(A/D,\,N) + C_2(D-X)\,P(A/D,\,N) + C_1\,DP(A/D,\,N) \quad \cdots\cdots (4)$$

$P(A/D,\ N)+P(R/D,\ N)=1$ 이므로 (4)식을 간소화하면

$$K_2 = C_1(N-n)\,P(R/D,\,N) + C_2(D-X)\,P(A/D,\,N) + C_1 D \quad \cdots (5)$$

고로 i 번째 기계에서 總費用은 $K_1$ 과 $K_2$의 합이다.

$$TC = C_s + C_1 n + C_1(N-n)\,P(R/D,\,N) + C_2(D-X)\,P(A/D,\,N) + C_1 D \quad \cdots (6)$$

## Ⅲ. 검사모델요소의 분석

이 모델의 총비용의 요소를 검토해 보면 $C_s$, $C_1$, N, $C_2$ 의 값은 과거의 데이터로부터 결정할 수 있으며 X, P(A/D, N), P(R/D, N), D, n 의 값은 미지의 값이다.

또한 X에 대한 確率密度函數는 대체없는 샘플링에서 n/N의 비가 작으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x) = \frac{\binom{D}{X}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \cdots\cdots (7)$$

P(A/D, N)의 확률값은 로트가 합격되기전 시료속에 얼마나 많은 불량품을 허용하는가에 따라 결정되며, P(R/D, N)의 확률값은 로트가 불합격되기전 시료속에 얼마나 많은 불량품을 허용하는가에 따라 결정된다.

따라서 합격판정치를 d 로 하면

i) $X < d$ 이면 합격

ii) $X > d$ 이면 불합격이 된다.

또한

$$P(A/D,\,N) = \sum_{x=0}^{d} f(x) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$P(R/D,\,N) = \sum_{x=d+1}^{n} f(x) \quad \cdots\cdots (9)$$

## Ⅳ. 불량품의 分布와 最適解

로트에 대한 실제 불량품의 수가 미지이지만 D의 분포는 과거의 데이터로부터 推定할 수 있다. 불량제품의 경험적분포를 통해 얻을 수 있는 最適解를 생각해 본다.

i 번째 기계로부터 발생하는 불량제품의 분포는 그림-3과 같다.

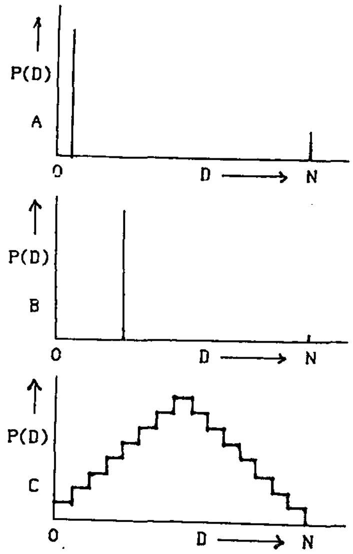


Fig.3. Hypothetical Distribution

그림-3 A에서 각 로트들은 모두 양품이거나 불량품인 경우가 된다. 따라서 最適檢査計劃은 1로트에서 1개의 제품을 샘플링하여 검사하게 되고 만약 그 제품이 양품이면 전체로트를 합격시키며 그 제품이 불량품이면 전체로트를 불합격시킨다. 즉 最適試料의 크기와 判定基準은 로트의 크기에 관계없이 n =1, d =0이다.

그림-3 B에서는 모든 로트의 불량품의 수가 같은 경우로 샘플링의 효과는 없고 모든 로트의 품질은 알고 있는 상태가 된다.

즉 검사효과는 전수검사하거나 무검사를 하는 것이 보다 경제적이다.

그림-3 C는 불량품의 가능한 분포로 이항분포를 생각해 볼 수 있다.

그래서 시료가 뽑혀진 母集團의 특성을 고려하여 샘플링에 대한 정보를 얻을 수 있다. 모든 로트의 크기 N에서 불량품의 수가 D라면 이항분포에서 불량품이 나타날 확률은 P로 일정하다. 따라서 우리는 로트에 대한 특별한 정보없이 시료분포를 알 수 있다.

이와같이 D의 분포는 과거의 데이터로부터 推定이 가능하므로 總費用式은 4개의 母數로 된 함수가 된다.

$$TC = g(n,\ d,\ D,\ N) \quad \cdots\cdots (10)$$

D와 P(D)의 분포는 데이터로부터 얻어지고 D, P(A/D, N), P(R/D, N)의 값은 오직 n, N, d, 에 의해 결정된다면 總費用은 4개의 變數중 D를 제외한 경우의 期待値가 된다.

즉

$$TEC = \sum_{D=0}^{N} [C_s + C_1 n + C_1 (N-n) \sum_{x=d+1}^{n} f(x) + C_2 D \sum_{x=0}^{d} f(x) - C_2 \sum_{x=0}^{d} x f(x) + C_1 D]\, P(D) \quad \cdots\cdots (11)$$

여기서 TEC는 다음 함수로 표시할 수 있다..

$$TEC = h(n, d, N) \quad \cdots\cdots (12)$$

이것은 n, N이 일시적으로 고정되어 n′, N′으로 가정하면 총비용은 n = n′, N = N′에 대하여 최소화할 수 있다.

$$\underset{d}{\mathrm{Min}}\ TEC = h(n', N', d) \quad \cdots\cdots (13)$$

따라서 最適解는 공정을 대표할 수 있는 N을 선택하고 또한 로트를 대표할 수 있는 n에 대한 최소의 總費用을 얻을 수 있는 合格判定基準 d를 구하면 된다.

이 최적해에 대한 집합은 最適試料의 크기가 0이거나 N이 될 수 있는 하나의 경계를 갖게 된다. 그러면 n = 0일때의 最適解에 대한 필요조건은 샘플링하지 않은 總期待費用이 샘플링한 경우의 總期待費用보다 작게 된다.

$$TEC(n=0) < TEC(n=1) \quad \cdots\cdots (14)$$

n = 1의 샘플링계획과 관련하여 d의 범위는 0 < d < 1이고, n = 1에 대하여 d = 0, d = 1의 오직 2개의 값을 추정할 수 있다. 그러면 d = n일때의 샘플링계획을 보자. 만약 x < d이면 로트는 합격된다. 이것은 d = n에 대한 總期待費用은 x에 대해 독립이며 시료는 전혀 샘플링의 여지가 없다는 것을 의미한다. 따라서 기울기가 양인 d = n에 대한 總期待費用 점들은 그림-4에서와 같이 직선으로 나타난다.

여기서 최적해의 추정은 불가능하다. 즉 d = n인 샘플링계획은 좋은로트와 나쁜로트를 구분하는 계획이기 때문에 총기대비용은 TEC(d = n)보다 작거나 같게 된다. 고로 최소비용으로 구성된 最適解는 그림-5와 같이 d ≠ n인 샘플링계획이 된다.

따라서 최적해의 추정은 TEC(d = n)의 경계에 놓이지 않는 필요조건과 충분조건을 구해야 한다.

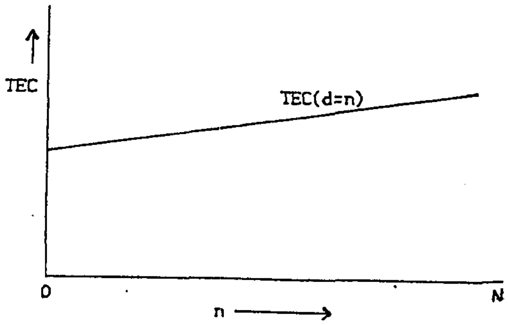


Fig.4. Plot of Total Expected Cost curve for d=n with Positive Slope

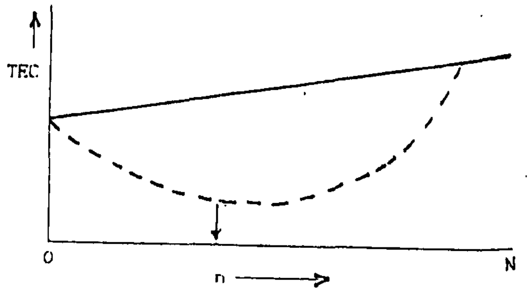


Fig.5. Optimal Solution Lies in Sampling Area

(A) 상한 경계에 놓이지 않는 최적해에 대한 필요, 충분조건은

TEC(n = 0, d = 0) < TEC(n = 1, d = 1)

이다.

(11)식으로부터 다음과 같은 조건을 구할 수 있다. [4]

$$C_1 > C_2 \left[\frac{D}{N}\right] \quad \cdots\cdots (15)$$

(B) 하한 경계에 놓이지 않는 최적해에 대한 필요, 충분조건은

TEC(n = 0, d = 0) > TEC(n = 1, d = 1)이다.

(11)식으로부터 다음과 같은 조건을 구할 수 있다. [4]

$$C_1 < C_2 \left[\frac{D}{N}\right] \quad \cdots\cdots (16)$$

(15)식은 檢査費가 再加工의 期待費用보다 크다면 전체로트를 검사하는 것은 최적해가 될 수 없음을 나타내고 (16)식은 檢査費가 再加工의 期待費用보다 작다면 최적해는 몇회의 검사를 해야 하고 下限境界는 무시되게 된다.

또한 실제로 만일 TEC(d = n)이 음의 기울기를 갖는 경우 再加工의 期待費用은 아주 높고 따라서 이러한 제품의 제조방법은 개선되어야 한다.

샘플링영역내에서 최적해에 대한 보다 정확한 충분조건을 만들 수 있으나 그 중 한가지만 검토해 보자.

샘플링영역내에 있게 되는 최적해에 대한 충분조건은 上限境界 위에 있지 않고 TEC(n=1, d=0)의 값이 TEC(n=0, d=0)의 값보다 작은 범위에 있게 된다. [5]

$$TEC(n=1,\ d=0) < TEC(n=0,\ d=0) \quad \cdots\cdots (17)$$

$$\frac{C_1}{C_2} < \frac{\sigma_D^2 + \bar{D}^2}{N\bar{D} - \bar{D} + N} \quad \cdots\cdots (18)$$

이러한 조건은 로트의 크기와 같이 불량항목의 분포에 대한 平均과 分散에 의존하게 된다.

따라서 각 기계에 대한 검사절차는 다음과 같다.

(1) 공정을 대표할 수 있는 로트의 크기 N을 선택한다.

(2) 上限境界의 최적해의 검사는 (15)식을 이용한다.

(3) 샘플링영역에 대한 최적해의 검사는 (18)식을 이용한다.

(4) (2)에서 검사를 계속하고 (3)에서의 검사를 하지 않으면 最適檢査計劃은 n=0으로, 즉 전혀 검사를 하지 않는 것으로 생각할 수 있다.

어떤 境界上의 最適解에 대한 필요. 충분조건을 구한다는 것은 아주 힘드는 일이다. 合格判定値 d는 이산적인 값을 갖게 되고 로트안에서의 불량품의 분포는 모델에 따라 변화하기 때문에 總期待費用曲線은 最適檢査計劃을 포함하게 된다.

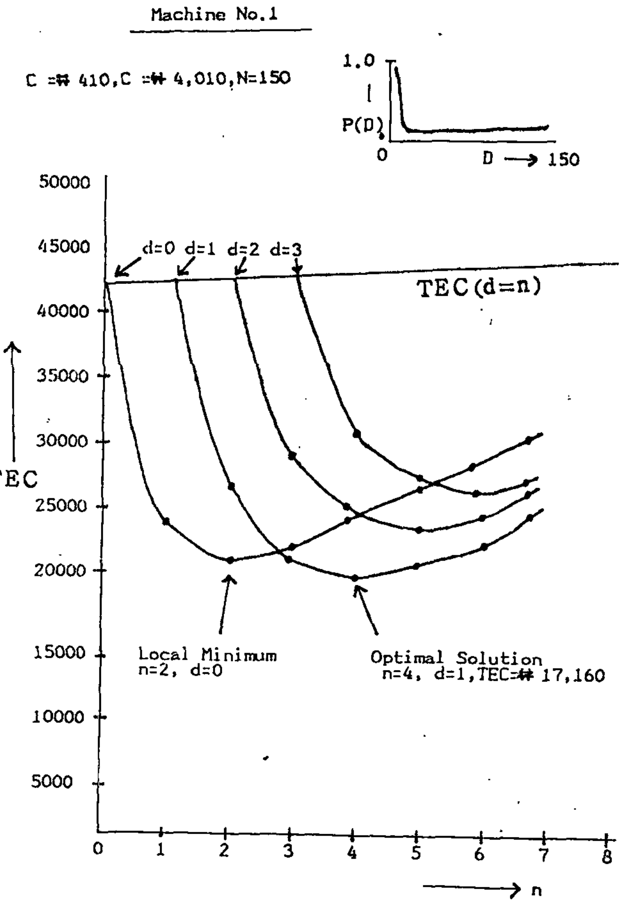


Fig. 6. Plot of TEC vs n for Various Value of d

## V. 事例分析

전형적인 다단계 기계가공공정을 통해 가공되는 제품은 철판제품이라고 생각된다. 철판제품공정은 검사를 하지 않으면 막대한 재가공비가 발생된다. 이 再加工費와 檢査費를 최소화하는 검사계획을 수립해야 한다.

따라서 이 제품을 생산하는 공정의 문제는 II에서 설정한 검사모델에 해당되므로 總期待費用은 방정식 (11)에 의해 구할 수 있다.

표-1은 N=100일때 각 기계에 대한 $C_1$, $C_2$, D의 값을 구했다. 그리고 最適解에 대한 필요, 충분조건을 확인하여 샘플링영역을 확인한 표이다.

Table1.Results of Tests for Degenerate Solution(N=100)

| Machine | $C_1$ | $C_2$ | $\bar{D}$ | $\sigma_D^2$ | $C_1 > C_2\frac{\bar{D}}{N}$ | $C_1/C_2 < \frac{\sigma_D^2+\bar{D}^2}{N\bar{D}-\bar{D}+N}$ | Conclution optimal solution is |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ₩ 410 | ₩4,010 | 2.75 | 312 | YES | YES | Sampling Area |
| 4 | ₩ 410 | ₩2,940 | 0.48 | 19 | NO | NO | Suspected on lowerboud |
| 11 | ₩ 410 | ₩1,710 | 2.42 | 205 | YES | YES | Sampling Area |
| 5 | ₩ 410 | ₩1,550 | 3.38 | 420 | YES | YES | Sampling Area |
| 6 | ₩ 410 | ₩1,290 | 0.17 | 17 | NO | NO | Suspected on lowerbound |
| 7 | ₩ 410 | ₩1,280 | 1.06 | 91 | YES | YES | Sampling Area |

Table2. Optimal Sampling Plans for Tube Forming Operation.

| N | Sampling Plan (Optimal) | TEC | P | $\sigma^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 50 | n=1,d=0 | ₩6,660 | 0.057 | 0.035 |
| 100 | n=2,d=0 | ₩12,210 | 0.071 | 0.036 |
| 150 | n=4,d=1 | ₩17,160 | 0.048 | 0.037 |
| 200 | n=6,d=1 | ₩25,490 | 0.054 | 0.040 |
| 300 | n=7,d=1 | ₩34,850 | 0.060 | 0.045 |
| 400 | n=8,d=1 | ₩63,940 | 0.060 | 0.042 |

표-2는 로트의 크기에 따라 最適샘플링檢査方式을 구하고 그에 따른 總期待費用을 구했다.

그림-6은 철관제품 제조기에 대한 最適檢査計劃 및 最適解를 나타내고 있다.

## VI. 結 論

제품의 재료가 다단계 기계가공공정을 통하여 생산되는 제품의 경우 이러한 특수공정의 檢査特性을 분석하여 합리적인 검사모델을 설정했다.

또한 이러한 검사모델과 관련된 檢査費用들을 확률적으로 推定하여 檢査費와 再加工費를 최소로 하는 최적검사계획을 수립하는 과정과 방법을 개발했다.

또한 실제의 적용사례를 통해 개발된 검사모델의 활용방법과 분석방법을 제시하였으며 검사실시효과가 있음을 입증할 수 있었다.

따라서 본 논문은 이러한 最適檢査모델이 理論的으로 타당하고 그 實用性이 있음을 강조할 수 있게 되었다.

그러나 더욱 더 연구해야 할 과제는 假定의 보완과 計算上의 부담을 해결하는 문제가 남아 있다.

## 參 考 文 献


1. Seder, L. A., (1970) "How to Evaluate a Company's Quality control Need," 16th Annual Quality control conference, Rochester section of ASQC, April 20.
2. Rokhsar, A. E. and Kane, G. E., (1969) "The Effect of Hypergeometric probability Distribution on the Design of Sampling plans for Small Lot Sizes," Journal of Industrial Engineering, Nov. – Dec.
3. Hald, A., (1969) "The compound Hypergeometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection plans Based on prior Distribution and cost," Technometrics, vol. 2, No. 3, Aug. pp. 275 ~ 280.
4. Bartko, J. J., (1969) "Approximating the Negative Binomial," Technometrics, vol. 8, No. 1, pp. 345 ~ 350.
5. Draper, N., and Guttman, I., (1971) "Bayesian Estimation of the Binomial parameter," Technometrics, vol. 13, No. 1, pp. 667 ~ 673.
6. Barter, K. E., (1963) "Sample size for an Acceptance Number of Zero," Industial Quality control, vol. 20, No. 1, pp. 16 ~ 20.
7. Mckiggan, I. F., (1972) "Acceptance Testing procedures, Item Appearing in View points," Quality progress, June, pp. 20.
8. Gibra, T. and Isaac, N., (1973) "probability and Statistical Inference for scientists and Engineers," Prentice-Hall, Inc., pp. 243
9. Duncan, A. J., (1974) "Quality control and Industrial statistics," Irwin, Inc., pp. 506 ~ 513.