

# 모래의 입도가 동적 특성에 미치는 영향

Effects of Gradation on Dynamic properties of Sands

宋 定 洛\*

Song, Chung-Rak

金 秀 一\*\*

Kim, Soo-Il

---

## Abstract

The dynamic properties of soils are affected by parameters like, gradation characteristics, void ratio, confining pressure, etc.. This study mainly investigated experimentally the effect of gradation on the dynamic properties of sands with the effect of void ratio and confining pressure. Test results showed that shear modulus/damping ratio was increased/decreased with the decrease of void ratio and with the increase of confining pressure. When the fine content increased, shear modulus/damping ratio was decreased/increased. This study explained this phenomenon by the concept of the "effective number of contacts" and the "dead space".

## 要 旨

흙의 동적 특성은 공극비, 구속압력, 입도 등의 여러가지 요인에 의해서 변화한다. 본 연구에서는 모래의 입도가 그 동적 특성에 미치는 영향을 구속압력과 공극비의 영향과 함께 실험적으로 살펴 보았다. 실험 결과, 전단탄성계수(Shear Modulus)와 감쇠비(Damping Ratio)는 공극비가 감소함에 따라, 그리고 구속압력이 증가함에 따라 각각 증가 및 감소하였다.

한편, 실트 크기의 석영분말을 섞어 입도를 변화시켰을 때, 시료의 전단탄성계수와 감쇠비는 석영분말의 함유량이 증가함에 따라 각각 감소 및 증가하였다. 여기서는 이 현상을 "유효 접촉수"와 "사공간"의 개념을 써서 미시적으로 살펴보았다.

---

## 1. 서 론

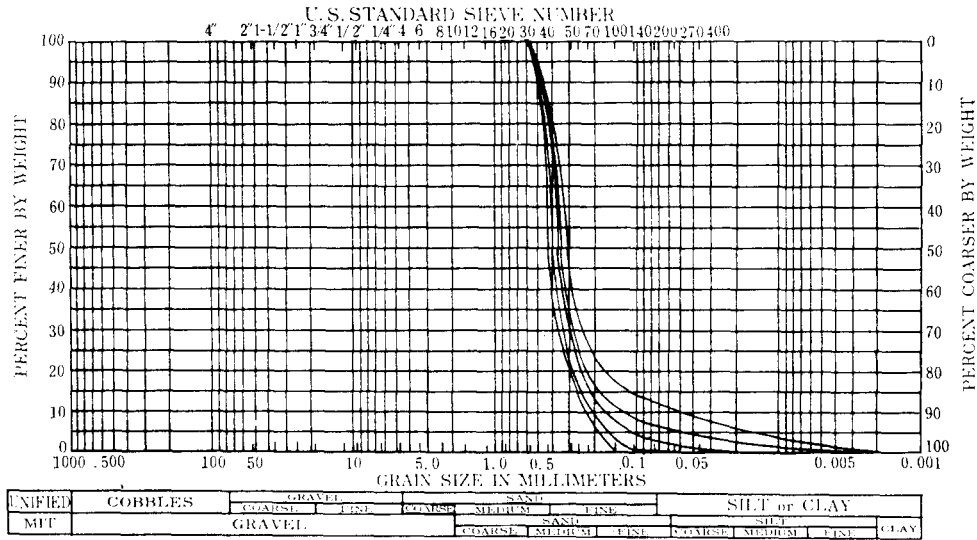
역사적으로 볼 때 지진은 여러차례 인류의 생명을 앗아가고 재산을 파괴시켰다. 또한 앞으로 지금까지의 지진과 같은 혹은 더 큰 지진이 발생할지도 모른다는 사실때문에 세계 여러나라에

서는 지진을 비롯하여 제반 진동이 흙에 미치는 영향들을 연구 해왔다. 큰 범주로 나누어 볼 때 우리나라는 환태평양지진대 속에 포함되어 있으나, 다행히 우리의 역사 속에 일본이나 멕시코 등에서와 같은 쓰라린 지진피해는 없었다. 그러나 최근 지하철이나 대형 기계기초 등과 같이 진동을 발생시키는 구조물이나, 원자력 발전소나

---

\* 正會員, 전 The University of Texas at Austin Research Engineer Associate II

\*\* 正會員, 연세대학교 토목공학과 교수



From Left:									
0% Fines	$D_{10}=$ .20	$D_{30}=$ .30	$D_{50}=$ .42	$D_{60}=$ .41	$C_u=$ 1.07	$C_c=$ 1.07			
2% Fines	$D_{10}=$ .20	$D_{30}=$ .33	$D_{50}=$ .41	$D_{60}=$ .40	$C_u=$ 2.10	$C_c=$ 1.32			
5% Fines	$D_{10}=$ .18	$D_{30}=$ .31	$D_{50}=$ .40	$D_{60}=$ .38	$C_u=$ 2.22	$C_c=$ 1.33			
10% Fines	$D_{10}=$ .13	$D_{30}=$ .30	$D_{50}=$ .38	$D_{60}=$ .35	$C_u=$ 2.92	$C_c=$ 1.82			
20% Fines	$D_{10}=$ .04	$D_{30}=$ .24	$D_{50}=$ .33	$D_{60}=$ .30	$C_u=$ 8.25	$C_c=$ 4.36			
* property of 0% fine content specimen came from ASTM C-109									

Fig.1 Gradation Curves of Test Specimens

철단제품 제조공장, 그리고 레이다 기지 등은 지진 혹은 기타의 제반진동에 대해서 일정 크기 이내의 진동특성을 요구하고 있어 지반 및 기초의 진동에 대한 연구를 필요로 하고 있다.

흙의 일반적인 동적 특성에 관해서는 이미 상당한 연구가 이루어졌다.<sup>4,5,13)</sup> 제 요소들이 흙의 동적 특성에 미치는 영향에 대해서는 1972년 Hardin and Drnevich<sup>6)</sup>에 의해 광범위하게 연구되었다. 그러나 흙의 입도가 동적 특성에 미치는 영향에 대해서는 Lee and Fitton (1969),<sup>10)</sup> Chang and Ko (1982)<sup>2)</sup> 등에 의해 연구되었으나 아직 충분한 연구가 되어지지 않고 있다. 본 연구는 입도의 영향에 중점을 두어 구속압력과 공극비의 영향을 아울러 알아보았다.

## 2. 실험재료

본 실험에서 사용된 재료는 ASTM C-109에 표시된 표준 Ottawa 모래이며 기본 성질은 Table 1에서 설명하고 있다. 이 모래는 주로 석영질

이며 알맹이는 대체로 둥글다. 또 주성분이 석영질인 관계로 모래알 개개의 강성도가 매우 크

Table.1 Basic Properties of Standard Ottawa Sand (ASTM C-109)

Angularity	Round
Spherity	0.87
$D_{10}$ (mm)	0.20
$D_{30}$ (mm)	0.30
$D_{50}$ (mm)	0.40
$D_{60}$ (mm)	0.42
$C_u$	2.1
$C_c$	1.07
$G_s$	2.67
$e_{max}$	0.76
$e_{min}$	0.50
$\gamma_{avg}$ (gr/cm <sup>3</sup> )	1.586 <sup>a</sup>
	1.718 <sup>b</sup>
$e_{avg}$	0.683 <sup>a</sup>
	0.554 <sup>b</sup>

a : loose

b : dense

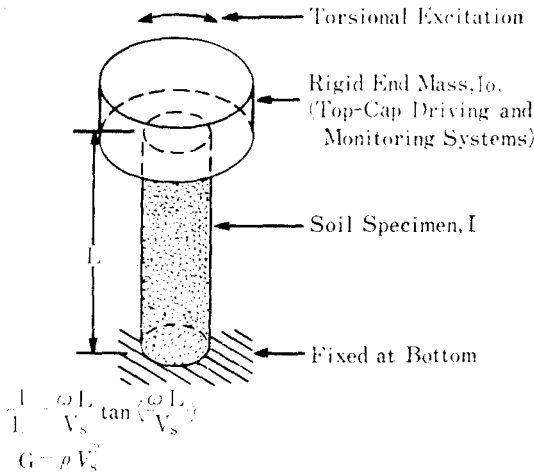


Fig. 2 Fixed-Free Resonant Column System

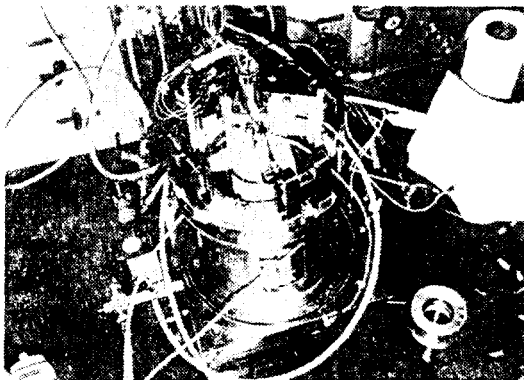


Fig. 3 Stokoe Type Resonant Column Device

며 표면에 미세 균열이 거의 없어 배수 시험의 경우 젖은모래의 강성도는 마른모래와 거의 같다.

또한 이 실험에서 모래 알맹이의 접촉을 증대시키기 위하여 모래시료에 첨가된 분말은 석영가루로서 #200 표준체를 통과하는 입자를 취했다. ASTM C-109 표준 Ottawa 모래와 이 석영가루는 그 성분이 거의 같은 것이므로 입도와 같은 알맹이 크기를 제외한 강성도 등의 기본성질에서는 서로 같다고 가정하였다. 이 석영가루와 표준 Ottawa 모래를 배합하여 만든 5가지의 입도곡선이 Fig. 1에 나타나 있다.

### 3. 실험기구

본 실험에서 사용된 실험기구는 Stokoe 식의 고정단—자유단 방식의 공진주(Resonant Column) 시험기이다. 이 실험기구의 작동원리는 Fig. 2에 나타나 있고, 실제 사진은 Fig. 3에 나타나 있다.

이 방식의 장점은 공시체를 장치하는 바닥이 고정되어 있어 자유단—자유단 방식보다 공시체 준비가 쉽고, 공시체의 상부에서 공시체에 전단 진동을 주는 진동판(Driving Plate)이 가벼워 실수로 인한 공시체의 파괴를 줄일 수 있으며, 또한 모든 전기적 연결이 컴퓨터를 이용하여 자동화가 용이하게 되어 있다. 가장 큰 장점으로서는 공진주 시험을 비틀림—단순전단 시험(Torsional Simple Shear)과 동시에 수행할 수 있다는 것이다. 이 시험의 원리는 Function Generator 를 이용한 전원으로 공시체와 진동판을 그 시스템의 공진 주파수로 진동시키는 것이다. 이 때 공진 상태에서의 주기, 진동판의 질량, 공시체의 질량, 공시체의 길이, 공시체의 지름과 진동판에 부착된 가속감지기(Accelerometer)로 가속도값을 기록한다. 그리고 탄성이론으로부터 얻어진 식 1에 의해 전단파의 속도를 구한다.

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\omega_n l}{v_s} \tan \frac{\omega_n l}{v_s} \dots\dots\dots(1)$$

여기서,

$I$ =공시체의 극관성 모멘트

$I_0$ =진동판의 극관성 모멘트

$\omega_n$ =공시체—진동판 시스템의 공진 주파수

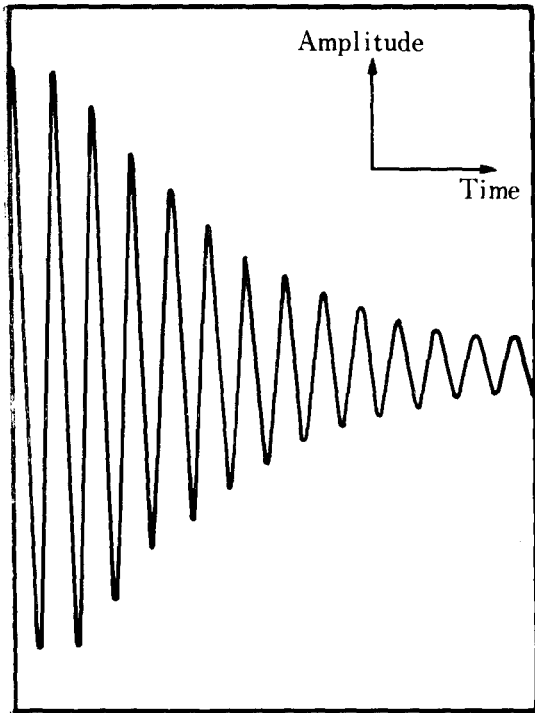
$l$ =공시체의 길이

$v_s$ =전단파의 속도

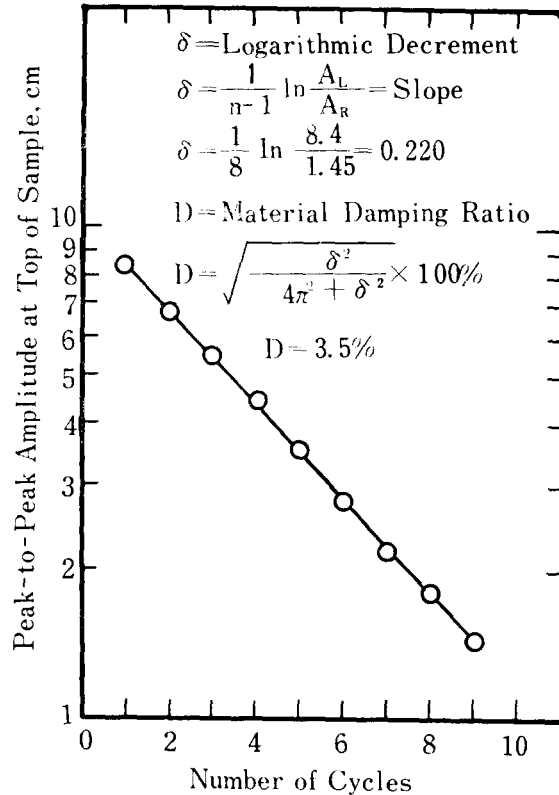
이 식에서  $I$ ,  $I_0$ 와  $l$ 은 이미 알고 있는 값이며,  $\omega_n$ 은 시험으로부터 측정된다. 이 때  $v_s$ 는 미지수로 남게 되는데 시행착오법을 써서  $v_s$ 를 구한다.

보통  $\frac{\omega_n l}{v_s} = \beta$ 로 놓고

$$\frac{I}{I_0} = \beta \tan \beta \dots\dots\dots(2)$$



a) Decay of Free Vibrations Measured by Accelerometer Attached to Top of Sample



b) Analysis of Free-Vibration-Decay Curve

Fig. 4 Free-Vibration-Decay Curve and Log of Decrement vs. No. of Cycles

에 의해  $\beta$ 를 구하고,  $v_s = \omega_n l / \beta$ 로써  $v_s$ 를 구한다. 일단  $v_s$ 가 구해지면,

$$G = \rho v_s^2 \dots \dots \dots (3)$$

로부터 공시체의 전단탄성계수가 산정된다. 여기서,  $G$ 는 공시체의 전단탄성계수이며,  $\rho$ 는 공시체의 질량밀도(Mass Density)이다.

또한 공시체의 길이와 직경, 그리고 가속감지기 에 의한 가속도값과 진동수로써 전단변형율을 계산할 수 있으나, 여기서는 한계변형율(Threshold Strain)이하에서의 모래의 동적 성질을 취급할 것이므로 전단변형율에 대한 토론은 생략하기로 한다.

이 시험에서 공시체의 한계변형율은  $1 \times 10^{-3}\%$ 로 나타났으며, 이 전단변형율 이하에서의 전단

탄성계수와 감쇠비는 전단변형율에 관계없이 일정한 것으로 취급하였다.<sup>1,4,8,14)</sup>

공진주 시험으로부터 감쇠비를 결정하는데는 크게 나누어 자유진동-감쇠곡선(Free Vibration Decay Curve)을 이용하는 방법과 진동수-반응곡선(Frequency Response Curve)을 이용하는 방법의 두 가지가 있다. 본 연구에서는 보다 흔히 사용되는 자유진동-감쇠곡선법을 이용하여 감쇠비를 측정하였는데, 그 원리는 다음과 같다. Fig. 4-a는 어느 탄성 물질에 외력을 가했다가 그것을 놓아 주었을 때, 그 운동의 진폭이 점점 감소하여 마침내 소멸하는 자유진동-감쇠곡선을 보여준다.

감쇠비란 Fig. 4-a에서 진동수가 증가함에 따라 진폭이 어떤 관계를 가지면서 변화하는데,

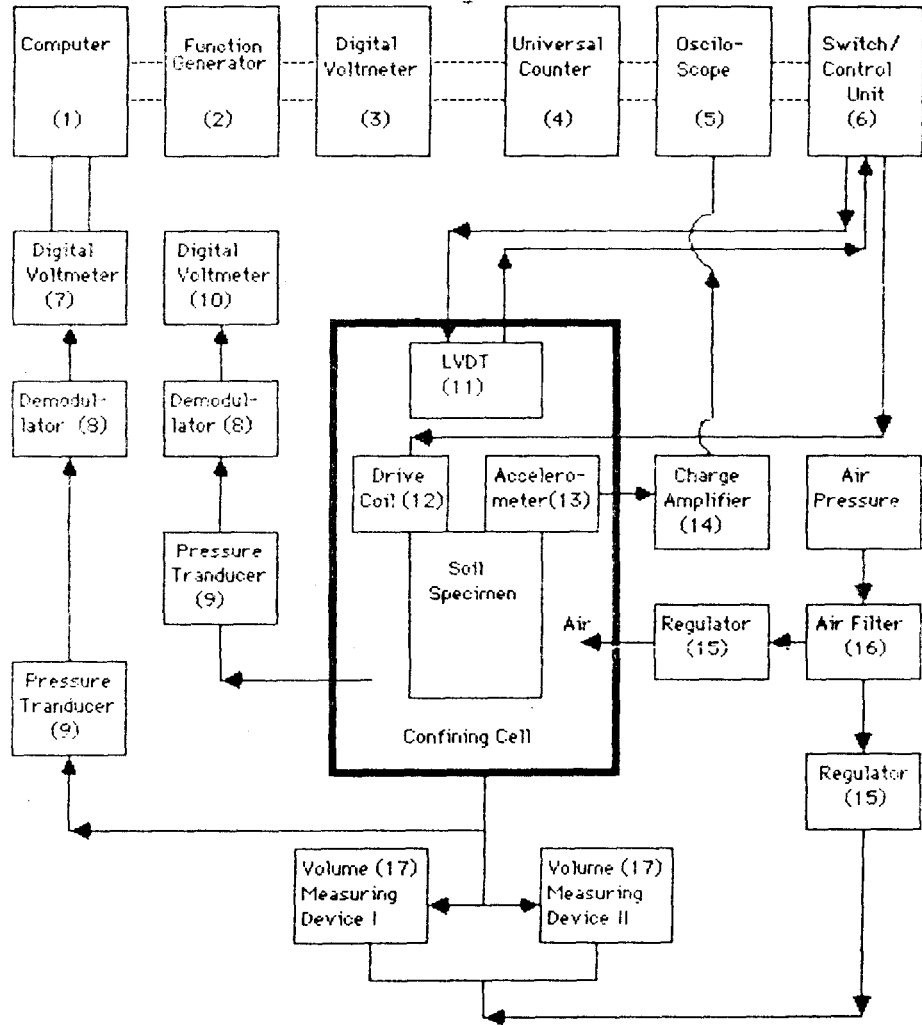


Fig. 5 Resonant Column Test Device Connection

이때 진폭의 자연대수를 증축으로 진동수를 횡축으로 잡아 도시하면 Fig. 4-b가 된다. Fig. 4-b의 평균 기울기를 대수감쇠율(Logarithmic Decrement)이라 하고, 이로부터 감쇠비를 Fig. 4-b에 나타난 식을 써서 계산한다.

반무한 지반에서 감쇠가 일어나는 현상은 진원으로부터 거리가 멀어짐에 따라 진폭이 감소하는 기하감쇠(Geometric Damping)와 물질고유의 에너지를 흡수하는 특성에 의해 진폭이 감소하는 재료감쇠(Material Damping)로 나눌 수 있는데 본 공진주 시험에서의 감쇠는 모두 재료감쇠이다.

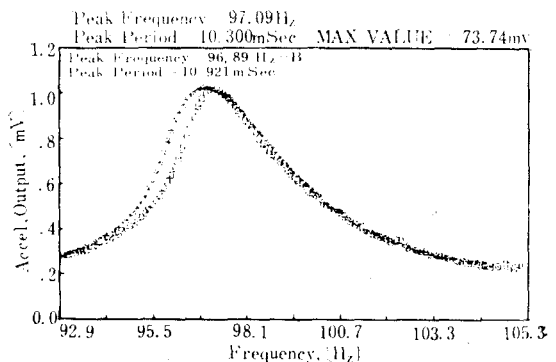


Fig. 6 Two Narrow Sweep

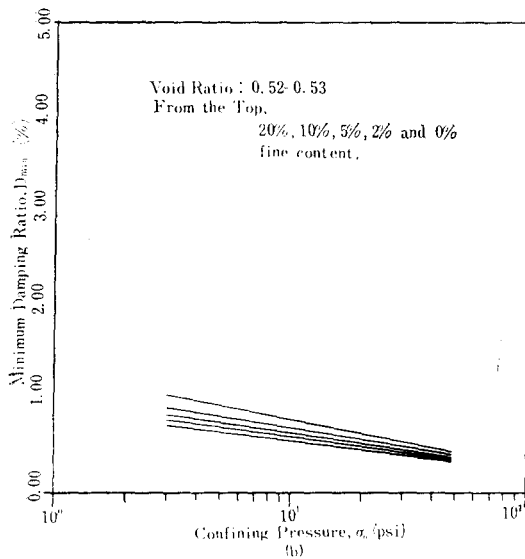
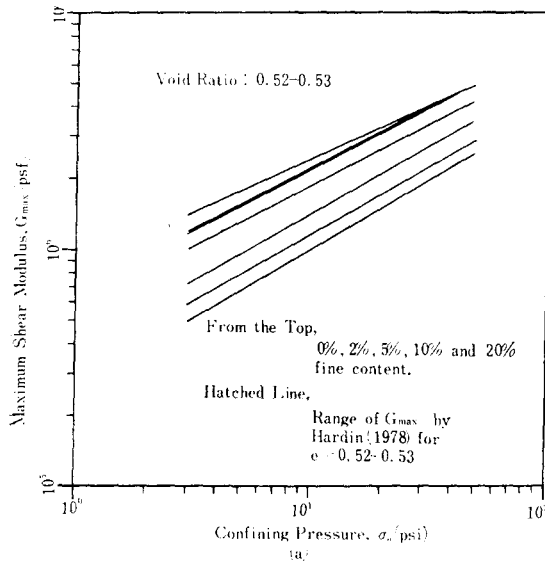


Fig. 7 Variation of  $G_{max}$  and  $D_{min}$  with Confining Pressure

#### 4. 실험방법

식 1에서 고유진동수,  $\omega_n$  은 다음과 같은 방법으로 결정할 수 있다. Fig. 5에 나타낸 Function Generator에서 Sine 파를 증폭기를 통해

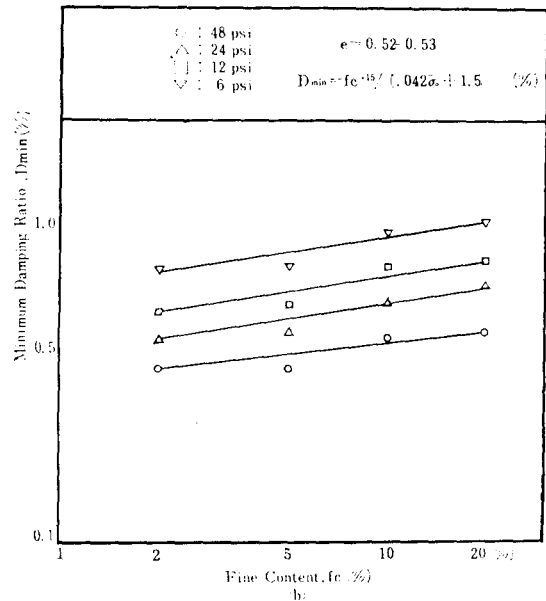
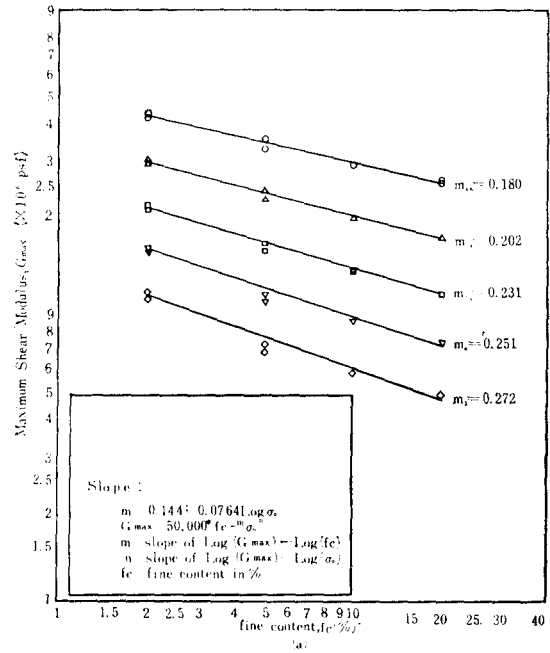


Fig. 8 Change of  $G_{max}$  and  $D_{min}$  with Fine Content

진동코일에 공급한다. 이 때 전단변형율이 한계 변형율인  $1 \times 10^{-3}\%$ 보다 작도록 입력전압을 충분히 작게한다.

다음 공급 전류의 진동수를 변화시키면서 진폭이 최대가 되는 점을 찾는다. 한계변형율 이하에서는 가속도값이 최대인 점을 찾아도 마찬

가지로 결과를 얻을 수 있다.<sup>11)</sup> 이 진동수를 가지고서 진동수를 아주 세밀하고 천천히 변화 시키며 정확한 공진진동수를 찾는다. 더욱 정확한 공진진동수를 결정하기 위해서는 앞에서 설명한 나중 과정을 2회 되풀이하여 평균치를 취함으로써 얻을 수 있으며, 그 예는 Fig. 6에서 보여 주고 있다. 이와 같은 방법으로 얻은 공진진동수는 감쇠진동수이지만, 본 시험결과 한계변형을 이하에서의 감쇠비는 약 1% 이하로 나타남으로 (Fig. 7) 비감쇠진동수로 간주할 수 있다.

감쇠비를 얻기 위해서는 공진진동수에서 다수의 자유진동-감쇠곡선을 얻어 이중 상관계수 (Correlation Coefficient)가 0.8 이상인 것 세 개를 취하며, 그 감쇠비의 평균을 취한다. 이 시험에서는 공시체 준비를 제외한 전 과정이 HP 9836 컴퓨터를 이용하여 수행되었다.

### 5. 실험결과

ASTM C-109 표준 Ottawa 모래에 대한 석영 분말의 중량백분율이 각각 0, 2, 5, 10 및 20%가 되도록 표준 Ottawa 모래에 석영분말을 섞어서 5가지 시료를 만들었다. 공시체 성형은 반복시험에 대한 일관성과 일정한 공극비가 유지될 수 있도록 공시체를 5층으로 나누어 하단에서부터 상단에 이르기까지 다짐에너지를 달리하면서 다짐을 가하는 다짐조절방법 (Undercompaction Method)<sup>9)</sup>을 사용하였다.

각 시료에 대한 공진주시험 결과 중 Fig. 7은 구속압력에 따른 전단탄성계수와 감쇠비를 보여 주고 있다.

Fig. 7에서  $G_{max}$ 와  $D_{min}$ 은 각각 한계변형을 이하에서의 전단탄성계수와 감쇠비로서 구속압력이 증가함에 따라 전단탄성계수는 증가하고 감쇠비는 감소함을 알 수 있다. 또한 Fig. 8은 분말함유량에 따른 전단탄성계수와 감쇠비를 나타 내는 것이다.

Fig. 8에서 전단탄성계수는 석영분말 함유도가 증가함에 따라 감소하며,

$$G_{max} = 50,000 \times f_s^{-n} \sigma_0^n \text{ (psi)} \dots\dots\dots(4)$$

의 관계식이 얻어졌다. 위 식중  $n$ 은 Fig. 7로부터 얻어진  $\text{Log}(G_{max})$ 와  $\text{Log}(\sigma_0)$ 곡선의 기울기,

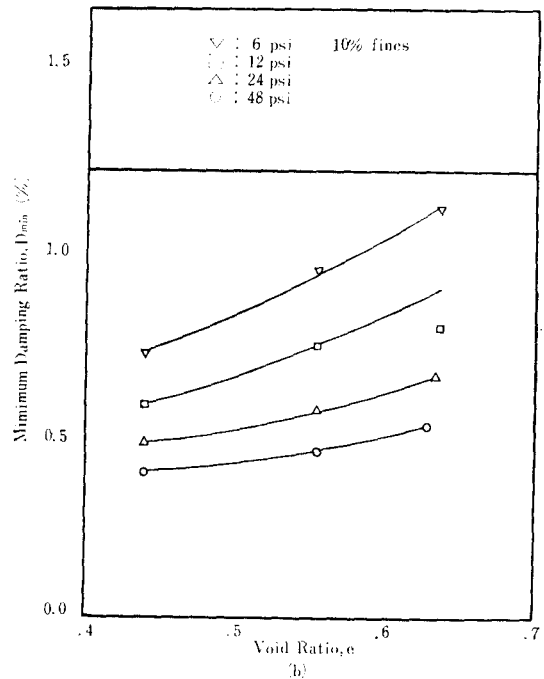
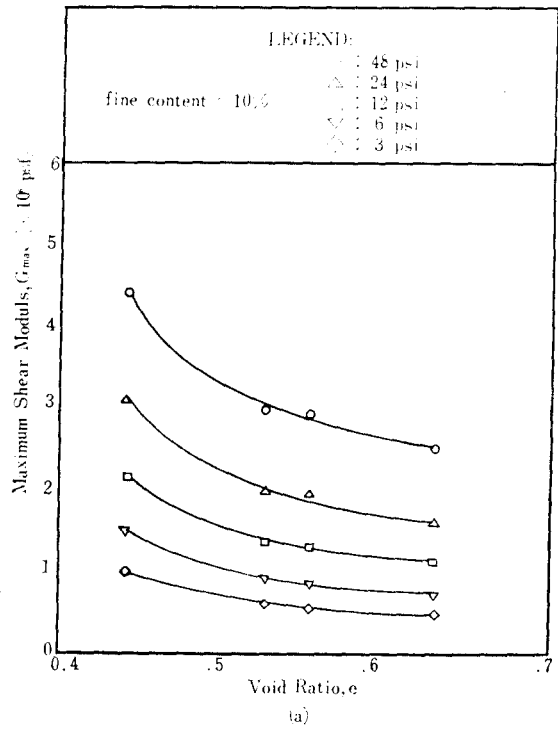


Fig. 9 Variation of  $G_{max}$  and  $D_{min}$  with Void Ratio

$m$ 은 Fig. 8로부터 얻어진  $\text{Log}(G_{\max})$ 와  $\text{Log}(f_c)$  곡선의 기울기,  $\sigma_0$ 는 구속압력 (psi), 그리고  $f_c$ 는 분말함유량 백분율이다. 또한 분말함유도가 증가함에 따라 감쇠비는 증가하며,

$$D_{\min} = f_c^{0.15} / (0.042\sigma_0 + 1.5) (\%) \dots\dots(5)$$

의 관계식으로 표현될 수 있었다. 이 관계식들은 공극비가 0.52~0.53 범위에서의 결과를 표현한 것이다.

공극비의 변화에 따른 최대전단탄성계수  $G_{\max}$ 는  $1/(0.3+0.7e^2)$ 에 비례한다는 Hardin 등<sup>6)</sup>의 연구결과를 이용하여,

$$G_{\max} = 50,000f_c^{-m}\sigma_0^m / (0.3+0.7e^2) (\text{psi}) \dots\dots(6)$$

식으로 쓰고 시험결과가 식(6)에 접근하는지를 검토하였다.

Fig. 9는 분말함유량이 10%인 경우의 최대전단탄성계수 및 감쇠비와 공극비의 관계를 대표적으로 보여 주고 있다.

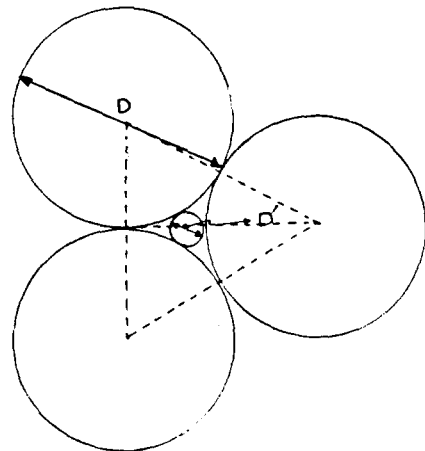
Fig. 9-a에서 공극비의 변화에 따른 전단탄성계수의 변화는 Hardin 등<sup>6)</sup>의 연구결과에 접근함이 밝혀졌다. 공극비의 변화에 따른 최소감쇠비  $D_{\min}$ 의 변화는 분말함유량이 10%인 경우 Fig. 9-b에서 보여 주고 있다. 분말함유량 0, 2, 5, 10, 20%인 경우의 공극비와 감쇠비의 관계로부터 최소자승법을 이용하여 최소감쇠비는,  $(e \times \sigma_0^{-0.96} + 1)$ 에 비례함이 밝혀져서,

$$D_{\min} = f_c^{0.15} \times (e \times \sigma_0^{-0.96} + 1) / (0.042\sigma_0 + 1.5) (\%) \dots\dots(7)$$

의 식이 성립함을 알 수 있었다.

일반적으로 공극비가 작을수록 모래의 전단탄성계수는 커지며 감쇠비는 작아지는데,<sup>7)</sup> 이는 모래입자들이 주위의 입자들과 접촉하고 있는 접촉수가 공극비가 작을수록 증가하기 때문에 이와 같은 현상이 일어나는데 기여하리라 판단된다. 그러므로 동일한 공극비의 모래에서 어떤 방법으로 접촉수를 증가시키면 그 모래의 강성도는 증가될 것으로 판단된다. 본래 모래와 동일한 강성도를 지니는 석영분말을 섞은 모래를 원래 모래와 동일한 무게, 부피로 다짐한다면, 이는 시료의 공극비를 바꾸지 않고 시료속 모래 알갱이의 접촉수를 증가시키게 된다. 그러면 증가된 접촉수로 인하여 그 시료의 강성도가 증가되어 전단탄성계수는 커지고 감쇠비는 감소할 것

으로 추정할 수 있다. 그런데 실험결과는 이 예상과 배치되었는데, 이것은 Cundall and Strack<sup>8)</sup>의 흡입자 사이의 응력전달 메커니즘으로 설명되어진다. 모래 알갱이들에는 응력전달에 기여하는 것이 있고, 거기에 단지 빈공간만 채우고 있는 것들이 있다. 즉, 모래에 석영분말을 섞은 것은 전체적인 접촉수의 증가는 가져왔지만 응력전달에 기여할 수 있는 접촉수, 즉 “유효 접촉수”는 오히려 감소시켰음을 알 수 있다. 이것을 공극의 크기라는 관점에서 살펴보면 다음과 같다. 석영분말함유도 0%인 모래알의 평균입경,  $D_{50} = 0.41\text{mm}$ 이고, 이때 공극의 평균크기  $D_{50}' = 0.155 \times 0.41 = 0.064\text{mm}$ 이다 (Fig. 10). 100% 석영분말의 평균입경  $D_{50} = 0.016\text{mm}$ 이고, 이것은 공극의 평균크기보다 훨씬 작다. 그러므로 석영분말의 많은 부분은 응력전달 메커니즘에 기여하지 못하고 단지 공극만 채우고 있다는 것을 알 수 있다. 이것은 물론 이상화된 균일한 입도의 경우이나 실험결과는 이와 잘 일치하였다. Petrakis and Dobry<sup>12)</sup>는 이렇게 응력전달에 기여하지 못하는 공극을 “사공간(Dead Space)”이라 부르기로 했다. 그러나 근본적으로 동일한 무게의 작은 입자들은 큰 입자들 보다 자연상태에서 더 큰 부피를 차지한다. 다시 말해 동일한



By Geometry

$$\begin{aligned} \frac{D}{2} + \frac{D'}{2} &= \frac{\sqrt{3}}{2} D \times \frac{2}{3} \\ \frac{D'}{2} &= \frac{\sqrt{3}}{3} D - \frac{D}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{6} D \\ \therefore D' &= 0.155D \end{aligned}$$

Fig. 10 Void Size in Ideal Spheres.



부피를 위해서는 작은 입자들을 더 많이 다져야 한다. 이는 강성도의 증가를 의미한다. 그러므로 “사공간”을 충분히 채우고, “유효 접촉수”를 증가할 정도로 석영분말을 배합하면, 이 모래의 전단탄성계수와 감쇠비는 증가 또는 감소할 것으로 판단된다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 실트 크기의 석영분말을 ASTM C-109 표준 Ottawa 모래에 섞었을 때, 입도가 흙의 동적 성질에 미치는 영향을 공진수 시험을 통하여 공극비, 구속압력의 영향과 아울러 살펴 보았다. 본 연구로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 석영분말함유도의 증가에 따라 전단탄성계수는 감소하고 감쇠비는 증가하는 바, 이는 “유효 접촉수”, “사공간” 개념이 적용됨을 알 수 있었다.

2. 석영분말함유량, 공극비, 구속압력에 따른 전단탄성계수와 감쇠비는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$G_{\max} = 50,000 f_c^{-m} \sigma_0^n / (0.3 + 0.7e^2) \quad (\text{psi})$$

$$D_{\min} = f_c^{0.15} \times (e \times \sigma_0^{-0.96} + 1) / (0.042\sigma_0 + 1.5) \quad (\%)$$

3. 구속압력의 증가에 따라 전단탄성계수는 증가하고 감쇠비는 감소함을 알 수 있었다.

4. 공극비가 증가했을 때 전단탄성계수는 감소하고 감쇠비는 증가함을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

1. Anderson, D.G., “Dynamic Modulus of Cohesive Soils”, Ph. D. Dissertation, The University of Michigan, 1974, pp.195~201.
2. Chang, N.Y. and Ko, H.Y., “Effects of Grain Size Distribution on Dynamic Properties and Liquefaction Potential of Granular Soils”, Research Report R82-103, Geotechnical Publication III, Geotechnical Engineering Division, Department of Civil and Urban Engineering, University of Colorado at Denver, Mar., 1982, pp.299

- ~317.
3. Cundall, P.A. and Strack, P.A., “Modeling of Microscopic Mechanisms in Granular Material”, Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations, Jenkins and Satake, editors, 1983, pp.137~149.
4. Drnevich, V.P., “Effects of Strain History on the Dynamic Properties of Sand”, Ph. D. Dissertation, The University of Michigan, 1969, pp. 53~148.
5. Dyvik, R., Dobry, R., Thomas, G.E. and Pierce, W.G., “Influence of Consolidation Shear Stresses and Relative Density on Threshold Strain and Pore Pressure During Cyclic Straining of Saturated Sand”, U.S. Army Corps of Engineers Purchase Order DACW 39-82-M-1600 (CWIS Work Unit 31666), U.S. Army Engineer Waterway Experiment Station, P.O. Box 631, Vicksburg Mississippi 39180-0631, 1984.
6. Hardin, B.O. and Drnevich, V.P., “Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects”, Proceedings of ASCE. Vol. 98, No. SM6, 1972, pp.603~625.
7. Hardin, B.O., “The Nature of Stress Strain Behavior for Soils”, Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol.1, Jun. 1978.
8. Isenhowe, W.M., “Torsional Simple Shear/Resonant Column Properties of San Francisco Bay Mud”, Master's Thesis, The University of Texas at Austin, 1979, pp.124~138.
9. Ladd, R.S., “Preparing Test Specimen Using Undercompaction”, Geotechnical Testing Journal, GTJODJ. Vol.1, No.1, Mar. 1978. pp.10~23,
10. Lee, K.L. and Fitton, J.A., “Factors Affecting the Cyclic Loading Strength of Soil,” Vibration Effects of Earthquake on Soils and Foundation, ASTM STP450, ASTM., 1969, pp.85~92.
11. Ni, S.H., “Evaluation of Dynamic Soil Properties under Three-Directional State of Stress Using Resonant Column Equipment”, Ph. D. Dissertation. The The University of Texas at Austin, 1987, p.157.
12. Petrakis, E. and Dobry, R., “A Self Consistent Estimate of the Elastic Constants of a Random Array of Equal Spheres with Application to Gra-

- nular Soil Under Isotropic Conditions”, C E Report No. CE-86-04, Department of Civil Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY. 12810-3590, July, 1986, pp. 39~50.
13. Richart, Jr. F.E., Hall, Jr. J.R. and Woods, R. D., Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall International Series in Theoretical and Applied Mechanics, Newmark N.M. and Hall, W.J. editors, London, 1970, pp. 140~190.
14. Seed, H.B. and Idriss, I.M., “Shear Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis”, Earthquake Engineering Research Center, EERC Report No. EERC 70-10, Dec. 1970, pp. 1~41.