모우드解析法에 依한 機械構造物의 動特性 解析技法

Dynamic Analysis Techniques of Mechanical Structures by Modal Analysis

吳 在 應*, 朴 虎**
J. E. Oh, H. Park.

1. 서 론

기계·구조물의 신뢰성을 향상시키는 입장에서, 최근에 특히 진동문제가 크로즈업되고 있다. 이것은 기계·구조물이 고속화·대형화·대용량화함에 따라 종래의 기술만으로는 통용이 되지않기 때문이라고 생각한다. 이러한 이유로 기계·구조물의 동력학적 검토를 위해 수치해석기술과 실험해석기술이 근년에 대단히 비약적으로 발전하고 있다. 이러한 해석기술의 진보를 뒷받침하는 것은 근년의 계산기 및 그 이용기술이다. 즉, 수치해석분야에서 Cray-1으로 대표되는 초고속컴퓨터이고, NASTRAN을 시초로 하는 각종전자계측기기·고성능미니컴퓨터와 시계열통계해석기술 및 모우드해석기술이다. 특히 모우드해석에 관해서는 근년의 진보가 현저하고, 종래의 간단한 가진실험 데이타로부터의 모우드·파라미터(고유치·고유감쇠비, 고유모우드)의 추출에 그치지 않고, 진동응답예측(simulation)과 유한요소법과의 결합이라고 하는 광범위한 기술내용의 포함하는 중요한 기술로 되고 있다. 여기에서는, 이 모우드해석 특히 실험적 모우드해석기술을 기계구조물에 어떻게 응용할것인가에 대해서 설명한다.

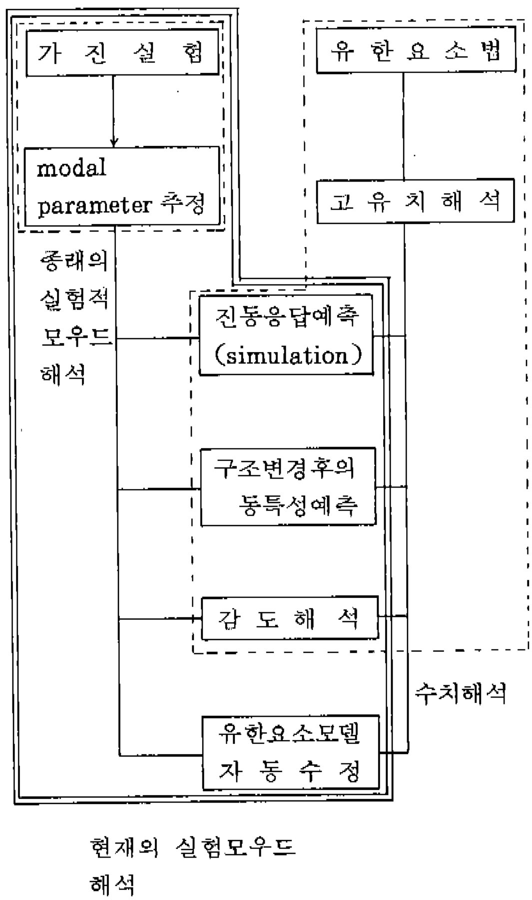


그림 1 실험적 모우드해석

* 정회원, 한양대 공대
** 한양대 공대 대학원

2. 실험적모우드해석의 개요

실험적모우드해석이라고 하는것은 가진실험에 의해 얻은 데이타에 의해 구조물의 동특성을 모우드파라미터(고유진동수, 고유감쇠비,고유모우드)로서 구하는 기술이라고 정의할 수 있다. 그러나 이것은 앞에서 이야기한것과 같이 좁은 정의이고, 현재는 구해진 모우드파라미터를 이용하여 진동응답예측, 구조변경후의 동특성예측 나아가서는 유한요소법 모델의 자동수정 등의 기술까지를 포함하는 대단히 광범위한 정의가 대두되고 있다. 그림 1에 실험적모우드해석의 구성을 보인다. 이상과 같이, 실험적모우드해석은 넓은 범위에 걸쳐있지만,여기에서는 종래의 정의인 가진실험과 모우드파라미터추정에 대해서 설명하기로 한다.

2.1 이론개요

선형이고 또한 시간불변이라고 가정하면, n자유도계의 운동방정식은 다음식으로 정의된다.

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{F\} \cdots\cdots (1)$$

여기에서 $[M]$, $[C]$, $[K]$는 각각 관성, 감쇠, 강성 Matrix이고, (n×n) 매트릭스이다. $\{\ddot{x}(t)\}$, $\{\dot{x}(t)\}$, $\{x(t)\}$는 각각 n원의 가속도, 속도, 변위벡터, $\{f(t)\}$는 같은 n원의 외력벡터이다. (1)식은 시간영역에서의 기술이기 때문에 이것을 주파수영역으로 변환하기 위해 (1)식의 양변을 라플라스변환하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\{X(s)\}=[H(s)]\{F(s)\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

여기에서 $\{X(s)\}$와 $\{F(s)\}$는 변위 및 외력벡터의 라플라스변환, $[H(s)]$는 전달함수 매트릭스이다. (2)식을 s=jw로 변환하는 것에 의해, 진동수w의 단위정현파외력에 대한 응답, 즉 주파수응답함수매트릭스$[H(jw)]$를 얻을 수 있다. 통상 가진실험에 의해 얻어지는 것은 이 주파수응답함수매트릭스의 각요소$H_{pq}(jw)$이다.

보통 p는 응답의 계측점, q는 가진점을 의미하고 있다. 그런데 이 매트릭스의 요소 $H_{pq}(jw)$는 일반적으로 다음식과 같이 유리함수로 전개할 수 있다.

$$H_{pq}(jw)=\sum_{r=1}^{\infty}\left(\frac{A_{pqr}}{jw-S_r}+\frac{A_{pqr}^{*}}{jw-S_r^{*}}\right)\cdots(3)$$

여기에서, A_{pqr}은 유수(residue), S_r은 근이라고 부르고, 어느것이나 일반적으로는 복소수치로 된다. 이 2개의 파라미터를 이용하여, 계의 동특성을 나타내는 모우드파라미터는 다음과 같이 정의할 수 있다.

(고유진동수) $\Omega_r=\sqrt{\sigma_r^2+w_r^2}$

(고유감쇠비) $S_r=\dfrac{\sigma_r}{\Omega_r}$ $\cdots\cdots (4)$

(고유모우드벡터) $\{\phi_r\}$

단, $S_r=-\sigma_r+jw_r$

$[A_{pqr}]=a_r[\phi_r][\phi_r]^T$ a_r : 복소정수

(3)식은 주파수영역에서의 표현이지만, (3)식을 역푸리에 변환하면 시간영역으로 변환할 수 있고, 임펄스응답함수 $h_{pqr}(t)$를 얻을 수 있다.

$$h_{pq}(t)=\sum_{r=1}^{n}\{A_{pqr}^{*}\exp(S_r t)\} \cdots\cdots\cdots (5)$$

이 임펄스응답함수는 가진점p에 단위임펄스(delta function)가 가해졌을 때의 응답을 의미하고 있다.

가진실험에서는 통상, (3)식으로 표현되는 주파수응답함수가 얻어지기 때문에 종래의 대부분의 모우드파라미터 추정법에서는 얻어진 주파수응답함수로부터 (4)식의 모우드파라미터를 구하고 있다. 그러나 근년 개발되고 있는 수법에서는 (5)식의 임펄스응답함수로부터 모우드파라미터를 구하는 일이 많아지고 있다. 전자를 주파수영역법, 후자를 시간영역법이라고 부른다. 보통, 임펄스응답을 직접 계측하는것은 일반적으로 곤란하기 때문에, 통상은 주파수응답함수데이타를 역푸리에 변환하는 것에 의해 간접적으로 임펄스응답을 구하고 있다. (3)식 및 (4)식의 어느것도, n개의 항의 합으로

주파수응답함수 또는 임펄스응답함수가 표현되고 있지만, 이 각항을 모우드라고 부른다. 따라서 모우드파라미터는 n 자유도계에 대해서 각각 n개 존재한다. 또 (3), (4)식의 각 항은 1 자유도계의 주파수응답함수 또는 임펄스응답함수와 동일한 형으로 되어있다. 이것은 n 자유도계를 n개의 1 자유도계의 중첩에 의해 표현할 수 있고, 또한 각각의 모우드에 관해서는 1 자유도계로서의 취급이 가능하다는 것을 의미하고 있다. 모우드해석은 이 성질을 이용한 해석기술이고, 복잡한 구조물을 1 자유도계의 중첩으로서 간단하게 취급할 수 있는 점이 특징이다. 이를 위해서 실험적모우드 해석에서는 가진실험데이터로부터 각모우드의 모우드파라미터를 추정한다.

2.2 잔 류 항

앞절에서는 n 자유도계에 대해서 설명하고 있지만, 이론적으로는 구조물은 무한의 자유도를 가지고 있다. 한편, 가진실험에서는 유한의 주파수범위의 데이타 밖에 얻을 수 없기 때문에, 앞절에서와 같이 유한의 모우드 밖에 얻을 수 없다. 이 때문에, 통상 실험적모우드 해석에서는 대상주파수범위 외의 모우드를 잔류항으로서 다음식과 같이 주파수응답함수를 보정한다.

$$H_{pq}(jw)=-\frac{Y_{pq}}{w^2}+\sum_{r=ra}^{r=rb}\left(\frac{A_{pqr}}{jw-S_r}+\frac{A_{pqr}^*}{jw-S_r^*}\right)+Z_{pq} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

여기에서, r_a, r_b : 대상주파수범위내의 최저차・최고차모우드

$-\frac{Y_{pq}}{w^2}$: 대상주파수범위 이하의 모우드보저항(Inertia Restraint)

Z_{pq} : 대상주파수범위 이상의 모우드보정항(Residual Flexibility)

간단히, 모우드파라미터를 구하는것만을 목적으로 하는 경우에는, 이들의 보정항을 특히 고려할 필요는 없다. 그러나, Building Block 법 등을 이용하는 경우에는, 이들의 보정항을 고려하지 않으면 안된다. 만약, 고려하지 않으면 Building Block법에 의해 추정된 주파수응답함수의 절대치에 큰 오차를 발생하기 때문에 주의가 필요하다.

3. 가진실험

실험적모우드해석에 있어서 가진실험은 대단히 중요하다. 즉, 가진실험이 불충분하면 모우드파라미터 추정에 있어서, 예를 들면 고도한 수학적수법을 이용했다 하더라도 정도가 좋은 파라미터를 얻는것은 불가능하다. 따라서, 종래보다도 여러가지의 가진법이 개발되어 이용되고 있다.

3.1 가진기의 종류

가진실험에 사용되는 가진기는 많은 종류가 있고, 대상구조물과 목적에 적당한 가진기를 선택할 수 있다. 가진기의 종류와 각각의 특징을 표 1에 보인다.

3.2 가진방법의 종류

앞절에서 보인것처럼, 각종의 가진기가 존재하지만, 한편 구조물에 인가하는 가진신호에도 많은 종류가 존재한다. 이를 위해 가진실험법으로서 표 2에 보인것과 같은 방법을 들 수 있다.

표 2 에 보여지는대로 각 가진법에는 각각 특징이 있고, 데이타처리방법도 달라지고 있다.

3. 2. 1 정현파소인가진법

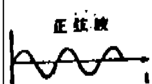
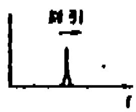
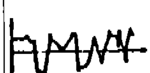
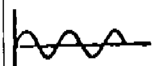
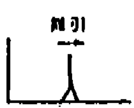
정현파소인가진법은 옛날부터 가장 많이 보급되어 있는 방법이고, 주파수응답함수의 정의 그대로 행하는 방법이다. 따라서 직관적으로 받아들일 수 있는 쉽고 많은 특징이 있다.

우선, 큰 가진력을 얻을 수가 있기 때문에 대형구조물에 적용가능하고 S/N비도 양호하다. 또, 가진진폭의 제어가 용이하기 때문에, 비선형성이 있는 구조물에 적용할 경우, 진폭의존성을 검토할 수 있는 장점이 있다. 그러나 비선형성이 있는 구조물에 대해서 적용한 경우, 얻어지는 주파수응답함수가 선형모델((3)식)에

표 1 가진법의 비교

가진종류	가진기종류	방 식	성 능		대 상 물	비 고
			최대주파수	최대가진력		
가 진 기	반 력 형	전 자 식	2000 Hz	5 *kg*~1 ton	각종기계구조물	가장 일반적인 가진기
		전기유압식	500 Hz	200 *kg*~ 20 ton		
	관 성 형	전 자 식	1000 10000 Hz	10 *kg*~ 50 *kg*	기계류대형기계	반력을 취할 필요없어 편리
		전기유압식	500 Hz	200 *kg*		
	가 진 기	언 발 란 스 모 우 터 식	50 Hz	5 ton	교량 등의 토목구조물	저고유진동수의 대형토목구조물
기 초 가 진	진 동 대	전기유압식	50 Hz	100 ton	대형기계 토목구조물의 축적 모델	주로 내진성확증용
임팩트가진	햄머토우프	뉴매틱햄머	2000 Hz	—	각종기계구조물	힘의제어가곤란
	절 단	수 동 햄 머	2000 Hz	—		

표 2 가진방법

가진방법	가 진 파 형				특 징
	명 칭	파 형	스펙트럼	가 진 기	
강제가진	정현파소인가진			전자, 전기유압가진 전기유압식진동대 언발란스가진기	가진력이큼 비선형특성 계측
	랜 덤 파 가 진			전자, 전기유압식 가진기 전기유압식진동대	가진시간이 짧음 최적선형주파수응답함수 획득
	임 팩 트 가 진			임팩트햄머 로우프 절단	손쉽다.
자기가진	정현파소인가진			회전기계의 로우터상에 언발란스 웨이트를 부가하는 것에 의해 기지의 가진력을 획득	

적합하지 않게되는 결점이 있고, 모우드파라미터 추정시에 오차를 발생한다.

정현파소인가진법에서는 통상 트러킹 필터 또는 벡터필터에 의해 가진주파수성분만을 추출한 후, 응답을 가진력으로 나누는 것에 의해 주파수응답함수를 구한다.

3.2.2 랜덤가진법

랜덤가진법은 최근의 미니컴퓨터의 발전과 고속프리에 변환(FFT)의 출현에 의해 가능하게된 방법으로 근년 급속히 보급되고 있다.

렌덤가진법의 특징은 희망은 주파수성분을 모두 일괄해서 가진할 수 있는 점에 있고, 실험시간을 대폭적으로 단축할 수 있다. 또한 얻어진 주파수응답함수를 최소자승법의 의미로서 최적선형화할 수 있기 때문에, 선형성을 전제로 하고있는 실험적모우드해석법에 적용하고 있다.

결점으로서는 정현파가진에 비해서 가진에너지가 작은 것이지만, 근년에 개발된 다점동시 가진법에 의해 가진에너지 부족의 문제는 해결되고 있다.

3.2.3 임팩트가진

임팩트가진법은 종래부터 감쇠비를 구하기 위해 이용되어 왔지만, 최근의 미니컴퓨터의 진보와 FFT의 출현에 의해 급속하게 보급되고 있다.

임팩트파도 랜덤파와 같이, 광대역의 주파수성분을 가지고 있기때문에 가진실험이 짧은 시간으로 끝난다. 또 장치도 간단하기 때문에 대단히 간편한 방법이다.

그러나 가진력제어의 곤란함과 비선형성이 있는 구조물에 적용할 수 없는 결점이 있기때문에 구조물의 동특성의 개략을 구하는 경우에 이용하는 것이 보통이다. 단, 가진기장치에 의해 계의 동특성이 변화할것 같은 작은 구조물에는 가진기를 이용하는것 보다도 임팩트가진법이 적당하다.

3.3 가진실험상의 주의

앞에서 이야기한 것처럼, 가진실험의 성패가 실험적모우드해석의 열쇠이다. 이 때문에, 가진실험에 있어서는 이하에 보인 사항에 유의하여, 세심한 주의를 하여야 한다.

(1) 가진점의 선택

가진점의 결정에 있어서는 대상으로 하는 주파수범위내에서 절점(node)되지 않는 점을 선택한다. 이를 위해, 임팩트가진으로 우선 계의 동특성의 개략을 파악하든가 또는 가진점을 복수선택하여 각각 가진실험해야 한다.

(2) 상반성의 검증

실험적모우드해석에서는 맥스웰의 상반정리가 성립하는 것을 전제로 하고 있기 때문에 최저 2개소에서 가진실험을 행하고, 상호의 가진점간의 주파수응답함수를 비교할 필요가 있다. 만일 양자에 큰 차이가 있으면 계에 비선형성이 존재하든가, 그렇지 않으면 가진에너지가 불충분하기 때문에 어떠한 대책이 필요하다.

(3) 비선형성의 검증

가진레벨의 변화시키는 것에 의해 진폭의존성을 조사하고, 대상구조물에 강한 비선형성이 존재하면 그 원인을 조사하여 비선형성을 감소시킬 필요가 있다.

또, 랜덤가진의 경우에는 코히렌스 함수에 의해 비선형성을 조사할 수 있기때문에 이것을 이용한다.

4. 모우드파라미터의 추정

2장에 있어서 주파수응답함수 또는 임펄스응답함수와 모우드파라미터와의 사이의 관계가 제시되었다. 모우드파라미터의 추정에서는, 가진실험에 의해 얻어진 주파수응답함수 데이타를 (3)식의 주파수응답함수(또는 (5)식의 임펄스응답함수)의 해석모델에 적합시키는 것에 의해서 모우드파라미터를 구한다. 이 해석모델에의 적합방법은 옛날부터 많은 연구자의 연구대상이고 각종의 수법이 개발되고 있다.

4.1 고전적 방법

최근의 계산기로의 적용방법을 설명하기 전에, 가장 고전적인 모우드해석법을 2종 설명한다. 하나는 시간영역법이고, 또 하나는 주

파수영역법이다.

(1) 시간영역법

본 수법에서는 감쇠의 계측에는 자유감쇠파형을 이용하고, 고유모우드의 계측에는 정현파응답파형을 이용한다. 본 수법에서는 우선 정현파소인가진에 의해 주파수응답함수를 계측하여 고유진동수를 결정한다.

그후, 얻어진 고유진동수의 정현파에 의해 가진하여(즉 공진진동수), 그림 2에 보인것과 같이 구조물상의 각점에서 계측된 응답과 가진파형과의 사이의 위상차와 진폭을 읽는것에 의해 모우드를 구한다. 또 고유진동수의 파에 의해 가진하고 있는 상태로부터 급격하게 가진력을 그치는(shut off)것에 의해 자유감쇠파를 구하고 그림 2의 대수감쇠율로 부터 감쇠비를 구한다. 본 수법은 모우드와 감쇠비의 정의를 직접 이용하고 있는 가장 고전적인 수법이다.

(2) 주파수영역법

본 수법에서는 가진실험에 의해 얻은 주파수응답함수를 이용한다. 우선, 감쇠비는 Half Power 법이라고 불리우는 방법으로 구하고 모우드는 주파수응답함수의 위상과 진폭에 의해 구한다.

고전적인 방법은 어느것도 모우드파라미터의 정의를 직접 이용한 수법이어서 직관적으로 받아들이기 쉽고, 정현파소인가진과 병용하면 진폭의존성의 검토 등도 가능해서 현재도 우수한 방법이다. 그러나 둘 이상의 모우드가 대단히 근접(커플링)된 경우와 고감쇠의 계에서는 오차가 크게 된다. 이 때문에, 이하에서 언급하는 계산기를 이용한 근대적수법이 개발되고 있다.

4.2 근대적 방법

고전적방법은 직접적이기 때문에 직관적으로는 이해하기 쉽지만, 직접적인 고로 계측상의 노이즈와 오차의 영향을 받기 쉽다. 또 전술한 것과 같은 커플링계에서는 추정오차가 크게된다. 그래서 근대적방법에서는 주로 최소자승법을 이용하여 오차와 노이즈의 영향을

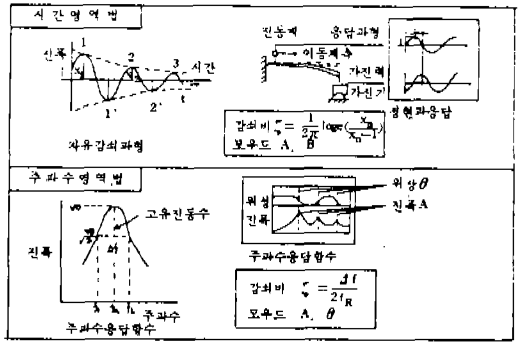


그림 2 고전적모우드파라미터추정법

배제하는 노력이 이루어지고 있다.

4.2.1 주파수영역법

주파수영역법은 1자유도법(SDOF)과 다자유도법(MDOF)로 대별된다.

(1) 1자유도법

1자유도법은 별명 Circle-Fit법(원회귀)라고도 부르고 있고, 주파수응답함수가 고유진동수부근에서 원을 형성하는 것을 이용하고 있다. 즉, 고유진동수부근에 있어서의 주파수응답함수는 복소정수와 다른 모우드의 영향을 무시하면 다음식으로 주어진다.

$$(\text{실부})\ \mathrm{Real}\{H(jw)\} = -\frac{w-\sigma_r}{(w-\Omega_r)^2+\sigma_r^2} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$(\text{허부})\ \mathrm{Imag}\{H(jw)\} = \frac{\sigma_r}{(w-\Omega_r)^2+\sigma_r^2}$$

따라서, 복소평면상에 주파수응답함수를 그리면 그림 3에서 보인것과 같이 원형을 그린다. 이때, 원의 직경 d와 중심 C는 다음식으로 주어진다.

$$d=\frac{|A_{pqr}|^2}{\sigma_r^2}$$

$$C=\{R-\frac{R_e(A_{pqr})}{2\sigma_r},\ I-\frac{I_m(A_{pqr})}{2\sigma_r}\}\cdots(7)$$

$$\alpha=\frac{\pi}{2}+arg(A_{pqr})$$

지금 고유진동수 Ω_r 근방의 진동수 $w_1 \sim w_n$

에서 계측된 주파수응답함수 데이타 $H(jw_1)$~$H(jw_n)$을 (7)식으로 표현되는 원에 최소자승법에 의해 원회귀시키는 조건으로서 다음식이 주어진다.

$$E^2=\sum_{r=1}^{n}[R_2\{H(jw_r)\}^2+I_m\{H(jw_r)\}^2$$
$$aR_e\{H(jw_r)\}+b\,I_m\{H(jw_r)\}+C]^2$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial a}=\frac{\partial E^2}{\partial b}=\frac{\partial E^2}{\partial C}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8)$$

단, $-\frac{a}{2}=\frac{R_e(A_{pqr})}{2\,\sigma_r} \quad -\frac{b}{2}=\frac{I_m(A_{pqr})}{2\,\sigma_r}$

$$\frac{d}{2}=\sqrt{(\frac{a}{2})^2+(\frac{b}{2})^2-C}$$

따라서, (8)식을 a, b, c에 관해서 푸는것에 의해, A_{pqr}을 결정할 수 있다. 본 수법은 고전적방법에 비해서, 측정노이즈와 오차의 영향이 작다. 그러나 다른 모우드의 영향이 고려되지 않기때문에, 커플링계에 대해서는 적용이 곤란하다.

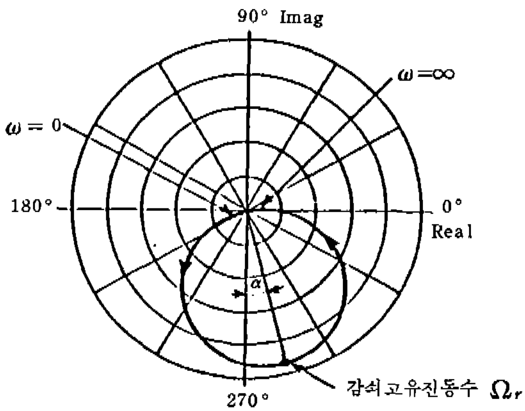


그림 3 나이키스트 플로트

(2) 다자유도법

1자유도법에서는 고려되지 않았던 다른 모우드의 영향이 다자유도법에서는 고려되기 때문에, 커플링계에 대해서도 적용이 가능하다. 본 수법에서는 (3)식에 보이는 유리함수 전개된 주파수응답함수의 해석모델에 최소자승법을 적용한다. 즉, 진동수 $w=w_1\sim w_n$에서 계측된 주파수응답함수데이타 $H(jw_1)\sim H(jw_n)$과 해석모델의 자승합 E^2이 최소로 되는 조건을 구한다.

$$Min\{E^2\}=Min\{\sum_{r=1}^{n}\|\tilde{H}(jw)-H(jw_r)\|^2\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

단, $\|\ \|$: norm

(9)식의 최소화조건을 구하는데 있어서, 다음 2가지의 방법이 있다.

① 고유진동수와 감쇠를 고정하는 방법

우선, 다른방법(고전적방법 등)에 의해 고유진동수와 감쇠비를 결정해 놓고, 이 2개의 파라미터를 고정하여, 고유모우드(유수)만을 변수로서 (3)식의 해석모델에 적합한다. 즉, 최소화조건은 다음식으로 된다.

$$\frac{\partial E^2}{\partial A_{pqr}}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

② 전 파라미터에 대해서 최소화 하는 방법

본 수법에서는 전 파라미터(고유진동수, 감쇠비, 고유모우드)에 대한 최소화조건을 구한다. 즉 최소화조건으로서 다음식이 얻어진다.

$$\frac{\partial E^2}{\partial A_{pqr}}=\frac{\partial E^2}{\partial \Omega_r}=\frac{\partial E^2}{\partial \sigma_r}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

이 경우, (3)식에 의해 밝힌것처럼, (11)식은 고유진동수 Ω_r과 감쇠비 σ_r에 관해서 비선형이다. 따라서, 전자와 달리 선형최소자승해를 얻을 수 없다. 이 때문에 반복계산을 이용할 필요가 있고, 미리 다른방법에 의해 전 파라미터의 초기치를 구해 놓지 않으면 안된다.

이상이 다자유도법이지만, 전자의 경우에는 고유진동수와 감쇠비의 추정을 다른 방법으로 행하기 때문에, 그 추정오차가 고유모우드의 추정정도에 크게 의존한다. 또 후자는 이론적으로는 대충의 초기치를 주면, 반복계산에 의해 점차 최적추정치로 수렴해 가는 수법이지만, 현실에는 초기치가 적절하지 않으면 발산하는 경우가 있어 주의가 필요하다.

또, 전자의 수법이 전단계로서의 고유진동수와 감쇠비의 추정에는 다음절에서 언급하는 시간영역이 유효하고, 현재는 이 2가지의 수법의 조합이 최량의 추정결과를 준다고 말할

수 있다.

4.2.2 시간영역법

시간영역법에도 각종의 방법이 존재하지만, 현재 가장 많이 보급되어 있고 안정한 추정결과를 주는것으로서 Complex Exponential Algorithm(CEA법)이 있다. 이 CEA법에는 직접법과 최소자승법이 있지만, noise와 측정오차의 존재에 대해서도 안정한 추정결과를 주는것은 후자이고 일반적으로는 최소자승법이 이용되고 있다.

시간영역법에서는 전절의 주파수영역법과 달라서 임펄스응답함수 $h_{pq}(t)$에 대해서 최소자승법을 적용한다. 단, 주파수영역법에 있어서의 (9)식과 같은 형의 최소자승법 적용은 아니고, 자기회귀계수(Auto Regressive Model)에 대해서 적용한다. 그 원리를 설명하기 위해서는 지면이 불충분하기 때문에 CEA법의 흐름을 그림 4에 나타낸다.

CEA법에서는 우선, 주파수응답함수를 역프리에 변환하는 것에 의해 임펄스응답함수를 구한다. 다음에 임펄스응답함수의 자기상관함수를 계산하여 매트럭스[R]을 구한다. 여기에서 계의 자유도를 결정하기 위하여 매트럭스[R]의 랭크를 결정한다. 이를 위해, 각 자유도수(M[R]의 차수)에 대한 매트럭스[R]의 행렬식을 계산하여 그림 5와 같이 그린다. 이론적으로는 그림 5의 실선과 같이 변화하여, 급격히 행렬식이 저하하는 점이 계의 자유도를 나타내지만, 실제에는 각종 오차때문에 점선과 같이 매끄럽게 변화한다. 따라서 정확한 자유도를 결정하는것은 곤란하지만, 통상 그림 5의 곡선이 최저치 부근으로 떨어지기 직전의 값을 자유도로 한다. 이것은 진짜의 자유도보다 약간 많은 값으로 되지만, 경험으로서 양호한 추정결과를 얻을 수 있다. 이상으로 자유도([R]의 차수)가 결정되기 때문에 [R]을 계수매트럭스로 하는 연립 1차방정식을 풀어서 자기회귀계수 a_i를 구한다. 최후로 이 자기회귀계수 a_i를 계수로 하는 2M차의 다항방정식을 푸는것에 의해 고유진동수와 고유감쇠비가 구해진다. 유수(고유모우드)에 관해서는 고유진동수와 고유감쇠비를 고정한 주파수영역법(전술)을 적용하는 것에 의해 얻어진다.

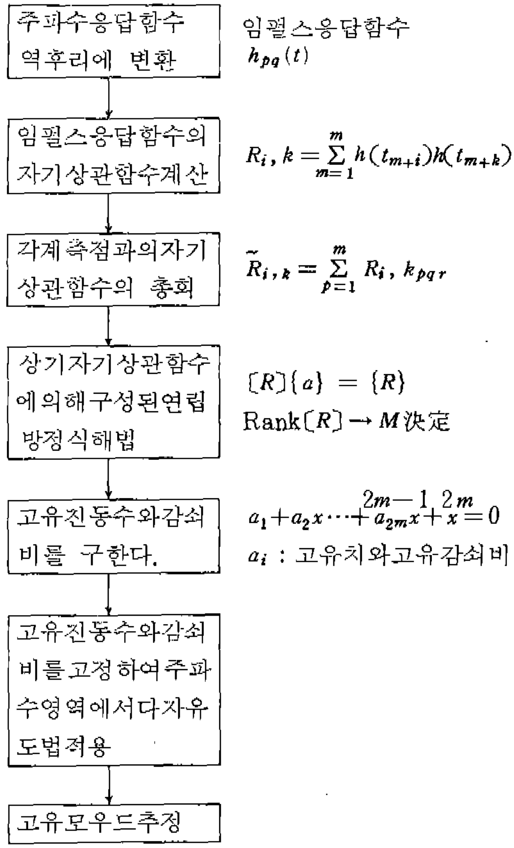


그림 4 CEA의 흐름

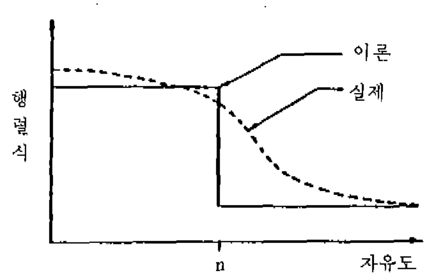


그림 5 자유도의 결정

본 수법은 다른 수법과 달리 자유도의 결정에 대한 지표가 얻어진다는 점, 또 추정된 고유진동수와 고유감쇠비가 전 계측점데이타를 이용하여 결정된다는 점이 큰 특징이고 Gl -

obal Parameter 추정법이라고도 부르고 있다.

한편, 결점으로서는 프로그램이 길어진다는 점과 역프리에 변환시에 발생하는 누수(Leakage)의 문제가 있지만 장점이 우세하기 때문에 현재 가장 신뢰성이 있는 수법이다.

4.3 최신의 수법

전절까지, 현시점에서 보급되어 있는 각종 파라미터추정법을 설명하였지만, 본절에서는 최근 개발 또는 개발되고 있는 최신의 추정법을 소개한다. 표 3에 최신의 수법을 종합하였다. 최근의 경향으로서는 주로 시간영역법의 개발이 두드러지고 또 다점동시가진의 데이타를 대상으로한 수법이 많이 개발되고 있다. 한편, 종래의 추정법과 달리 직접 물리파라미터(관성, 감쇠, 강성매트릭스)를 추정하도록 하는 시도도 이루어지고 있다.

파라미터추정법 이외에 새롭게 개발된 수법으로서 비선형계의 주파수응답함수를 Hilbert 변환에 의해 선형화하는 수법이 있다. 이것은 전술한 것과 같이 정현파소인가진법을 이용하여 비선형구조물의 주파수응답함수를 추정한 경우 발생하는 주파수응답함수의 선형모델로부터의 차이를 보상하는 방법으로서 최근 주목되고 있다.

5. 결 론

실험적모우드해석에 있어서의 가진실험법과 파라미터추정법에는 많은 종류가 있고 각각 장단점을 가지고 있다. 따라서 실험적모우드해석의 적용에 있어서는 각 방법의 특질을 충분히 파악한 다음에 최량의 방법을 선택해야 한다. 특히 가진실험에는 충분한 주의가 필요하고 실험적모우드해석의 성부는 가진실험에 달려있다고 말해도 과언은 아니다.

지면관계상, 설명이 불충분한 점이 많다고

표 3 최근의 추정법

명 칭	이 론	특 징
다점참조법 (Poly Reference Method)	다점동시랜덤용으로 새로 개발된 추정법이고 CEA법의 확장이다.	중근검출가능 커플링계의 추정가능
직 접 법 (Direct Parameter Estimation)	종래의 추정법과는 달리 직접, 강성매트릭스(K), 감쇠매트릭스(C), 관성매트릭스(M)를 추정할 수 있다.	모우드파라미터가 아닌 물리적정수를 추정할 수 있다.
다 항 식 법 (Polinomial-Method)	종래의 유리함수형의 주파수응답함수가 아닌 다항식형의 주파수응답함수에 대하여 최소이승법을 적용할 수 있다.	역푸리에 변환을 이용하지 않기 때문에 Leakage 오차를 포함하지 않는다.
자기회귀이동평균법 (AR-MA Method)	주파수응답함수를 자기회귀이동평균모델로서 AR 모델과 MA 모델의 차를 추정	가진력이 확실하지 않아도 해석할 수 있다.
Ibrahim 시간영역법	임펄스응답함수에 대한 최소이승법을 적용하여 추정문제를 고유치문제로 변환	유효한 추정법이지만, X차원의 고유치문제를 풀 필요가 있다.

생각합니다만, 본 자료가 현재 실험적모우드해석의 실무에의 적용을 생각하고 계시는 분들에게 조금이나마 도움이 되었으면 합니다.

참 고 문 헌

1. Brown, D. L., " Parameter Estimation Techniques for Model Analysis", SAE Tech. Peper 790221, 1979.
2. 吳在應, CAE를 위한 구조물모우드해석의 기초와 응용, 희성출판사, 1985.
3. Ist and 2nd International Model Analysis Conference Proceeding. 1982, 1984.
4. J. E. Oh and S. H. Yum, " A Study to Identify the Dynamic Characteristics of the Tennis Racket by Modal Analysis," Trans. of JSME, Vol. 51, No. 471, pp. 2966~2973.
5. 오재응, 이유엽, 염성하, " 음향인텐시티법을 이용한 테니스라켓의 동특성에 관한 연구", 대한기계학회논문집 제 10권제 5호, pp. 601~610, 1986.