

전산을 이용한 엔진지지계의 평가 및 설계

Evaluation and Design of Engine Mounts by Making use of Computer

김 동 우*, 조 청 훈*
Kim. D. W., Jo C. H.

1. 서 론

최근 자동차기술의 발달로 인한 차량의 경량화, 고급화 추세는 더욱 개선된 승차감을 요구하고 있다. 승차감에 영향을 미치는 주요 인으로서엔 엔진의 진동과 소음, 변속장치, 구동축 등의 구동계통의 진동 및 소음, 그리고 노면으로부터의 진동, 외부 공기의 흐름에 의한 소음 등 여러가지가 있다. 엔진지지계는 이 중 엔진의 진동 및 소음을 절연하는 기능을 맡고 있고 동시에 엔진하중의 지지, 변위제한, 충격흡수 등의 기능도 가지고 있다.

실제에 있어서 엔진지지계는 진동 및 소음 절연의 기능 외에 다른 기능도 갖고 있으나 이중 가장 어렵고 해석이 곤란한 것은 결국 진동절연성능이라고 할 수 있다. 그러나 여러 가지 제약조건이 있으므로 최적의 진동절연특성의 실현이 항상 가능한 것은 아니고 방진고무의 특성치나 지지각도 등의 어느 범위 안에서만 선택이 가능하므로 실제 설계에 있어서는 적용상의 특정조건을 만족시키는 초기설계치를 정하여 그때의 진동절연특성을 평가하고 기준이하일때는 설계치를 재조정하여 다시 평가하는 접근방식이 실질적이다.

따라서 이 설계과정에 필요한 엔진지지계의 진동절연특성해석 및 평가용 컴퓨터 프로그램

을 개발하였으며 그 해석치와 실험결과를 비교하여 타당성을 입증하였다.

2. 이론적 고찰

2-1 진동계 모델 설정

실제에 있어서의 엔진지지계에 대한 정확한 모델링은 대단히 복잡해질 수 있다. 엔진지지용 방진고무의 스프링특성과 감쇠특성외에 지지브라켓 자체의 질량과 강성, 차체구조물의 유한질량성과 강성, 그리고 현가계 등을 모두 고려하면 상당히 복잡한 모델이 된다. 그러나 실제로는 이러한 모든 데이터를 얻기가 힘들고 또한 이렇게 모델링하여 얻어진 많은 결과들을 어떻게 설계에 다 고려해줄 것인가 하는 것도 難題가 된다. 따라서 다음과 같은 가정을 하여 모델을 간단히 하고 이 모델에 대한 진동해석을 하기로 한다.

*가 정

- (1) 엔진(트랜스미션 포함), 지지브라켓 및 차체는 강체이다.
- (2) 엔진이 지지되어 있는 차체는 무한질량을 가진다.
- (3) 방진고무의 특성치는 일정하다.

이상의 가정하에서 그림 1과 같이 6자유도의 진동계 모델을 세울 수 있다.

* (주) 현대자동차 상용제품개발연구소

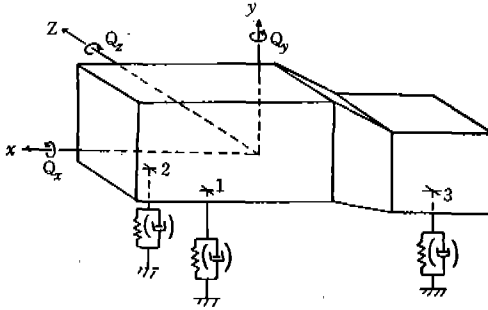


그림 1 엔진지지계의 진동모델

강체인 엔진은 고유한 스프링특성과 감쇠특성을 지닌 각각의 방진고무에 지지되며 이 방진고무는 무한질량과 강성을 가진 차체에 연결된다.

여기서 취급할 문제는 강체진동의 응답해석이 아니고 자유진동의 고유치문제이므로 감쇠치는 의미가 없고 실제로도 감쇠의 영향은 대개의 방진고무에서 무시할 수 있는 수준이므로 고려하지 않기로 한다.

2-2 운동방정식

비감쇠 자유진동계에 대한 운동방정식은

$$[M](\ddot{q}) + [K]\{q\} = \{0\} \quad (\{q\} : \text{변위벡터})$$

로 표현되며 그 특성방정식은 아래와 같다.

$$\Delta(\omega) = |[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (\omega : \text{고유진동수})$$

따라서 질량행렬 $[M]$ 및 강성행렬 $[K]$ 에 대한 각 요소를 구하면 원하는 진동특성(각각의 고유진동수 및 모드)을 얻게 된다.

2-2-1 질량행렬 $[M]$

그림 1의 엔진지지계에 대한 6자유도의 모델에 대해서는 질량행렬 $[M]$ 은 다음과 같이 구성된다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ & m & 0 & G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ & & m & G_{31} & G_{32} & G_{33} \\ & & & I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ & & & & I_{22} & I_{23} \\ & & & & & I_{33} \end{bmatrix}$$

대칭행렬

m : 질량항(병진운동)

I_{ij} : 관성모멘트항(회전운동)

G_{ij} : 병진운동과 회전운동의 연성항

엔진의 질량중심점을 좌표의 원점으로 잡으면 $[M]$ 의 각 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{ij} &= 0 \\ I_{11} &= I_x & I_{12} &= -I_{xy} & I_{13} &= -I_{xz} \\ I_{22} &= I_y & I_{23} &= -I_{yz} & I_{33} &= I_z \end{aligned}$$

여기서 질량 m 및 관성모멘트의 항 I_{ij} 는 측정에 의해 얻을 수 있으며 측정이 곤란할 때에는 다음과 같이 근사 산출하여 쓰기도 한다.

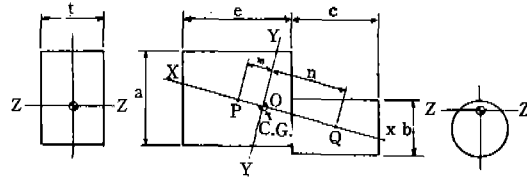


그림 2 관성모멘트의 근사산출

그림 2와 같이 엔진과 트랜스미션을 각각 질량이 고르게 분포된 직육면체 및 원통으로 가정한다. 이때 각각의 중심(重心)을 P, Q라고 하고 P, Q의 2점을 연결하는 선 상에 $M_E \cdot m = M_{T/M} \cdot n$ 이 되도록 (M_E : 엔진의 질량 $M_{T/M}$: 트랜스미션의 질량) m, n 을 선정한다. P, O, Q를 연결하는 축을 X-X로 하면 이 X-X축이 최소관성축이 되고 전체의 무게중심점인 O를 중심으로 X-X축에 직교하는 2개의 축 Y-Y, Z-Z를 잡으면 하나는 직교좌표계 O-XYZ가 선정되며 각각의 축은 주관성축이 된다. 이때 각각의 주관성축에 대한 관성모멘트는 아래와 같이 근사 산출할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_{xx} &\div \frac{M_E}{12}(a^2 + t^2) + \frac{M_{T/M}}{8} b^2 \\ I_{yy} &\div \frac{M_E}{12}(t^2 + e^2) + M_E \cdot m^2 + \\ &\quad M_{T/M} \left(\frac{c^2}{12} + \frac{b^2}{16} \right) + M_{T/M} \cdot n^2 \\ I_{zz} &\div \frac{M_E}{12}(a^2 + e^2) + M_E \cdot m^2 + \end{aligned}$$

$$M_{T/M} \left(\frac{C^2}{12} + \frac{b^2}{16} \right) + M_{T/M} \cdot n^2$$

여기서 I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 는 주관성모멘트이며 이 값으로부터 임의의 좌표축에 대한 관성모멘트를 계산할 수 있다.

2-2-2 강성행렬 [K]

강성행렬[K]를 구하는 데 있어서 각각의 방진고무에 대한 강성행렬의 각 요소를 구한 다음 이 방진고무들의 강성과 위치를 조합한 강성행렬을 구하면 된다.

먼저 한 방진고무에 대한 각 방향의 강성요소를 구하기로 한다.

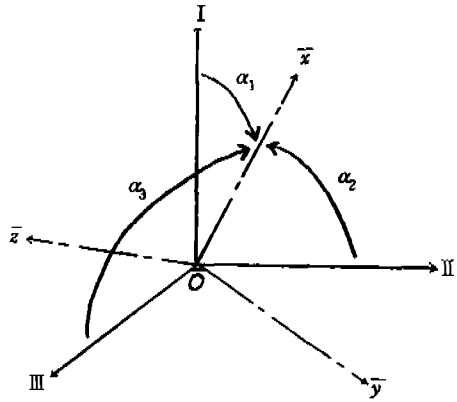


그림 4

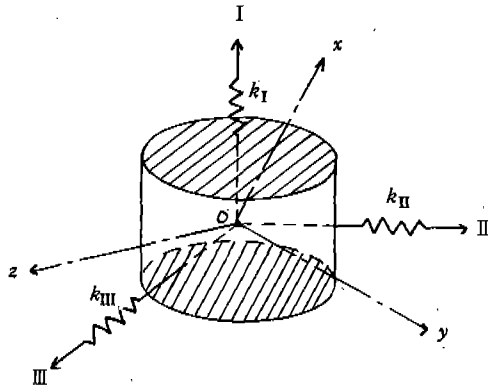


그림 3 방진고무의 주탄성축과 등가 스프링 변환

방진고무에는 I, II, III과 같이 탄성 주축이 3개 존재하며 이 탄성주축에 대해 각각 주탄성치를 갖는다. 한편, 각 탄성축을 중심으로 한 회전강성이 존재하나 상대적으로 작으므로 무시할 수 있다. 따라서 방진고무를 직교하는 3개의 스프링복합체로 나타낼 수 있으며 이 탄성주축에 대한 강성행렬은 다음과 같다.

$$[K]_0 = \begin{bmatrix} k_I & 0 & 0 \\ 0 & k_{II} & 0 \\ 0 & 0 & k_{III} \end{bmatrix}$$

$$([F] = [K]_0 \{x\}_0)$$

방진고무의 탄성주축 원점을 그대로 둔 상태의 임의의 좌표계 $O-xyz$ 에 대한 강성행렬을 구하자.

표 1

$$l_i = \cos \alpha_i, \dots\dots$$

탄성주축		I	II	III
		x (1)	l_1	l_2
y (2)	m_1	m_2	m_3	
z (3)	n_1	n_2	n_3	

그림 4와 같이 임의의 좌표계 $O-xyz$ 에서 x 축의 탄성주축 I, II, III에 대한 방향여현을 각각 l_1, l_2, l_3 라 하고 마찬가지로 y 축, z 축의 각 탄성주축에 대한 방향여현을 표 1과 같이 정의할 때 방진고무의 강성행렬은 임의의 좌표계 $O-xyz$ 에 대해 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_I l_1^2 + k_{II} l_2^2 + k_{III} l_3^2 \\ k_{22} &= k_I m_1^2 + k_{II} m_2^2 + k_{III} m_3^2 \\ k_{33} &= k_I n_1^2 + k_{II} n_2^2 + k_{III} n_3^2 \\ k_{12} &= k_I l_1 m_1 + k_{II} l_2 m_2 + k_{III} l_3 m_3 \\ k_{13} &= k_I l_1 n_1 + k_{II} l_2 n_2 + k_{III} l_3 n_3 \\ k_{23} &= k_I m_1 n_1 + k_{II} m_2 n_2 + k_{III} m_3 n_3 \end{aligned}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ & k_{22} & k_{23} \\ & & k_{33} \end{bmatrix}$$

대칭행렬

이상과 같이 각각의 방진고무에 대한 강성행렬이 구해졌으므로 이제 몇 개의 방진고무

로 지지된 강체에 대해서 원점을 임의의 한 점으로 한 좌표계 $O-xyz$ 에 대한 강성행렬을 구하면 된다.

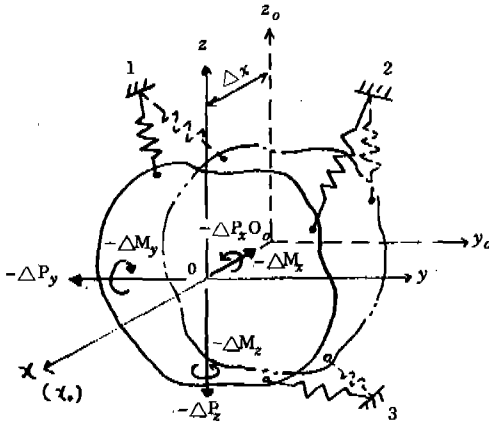


그림 5

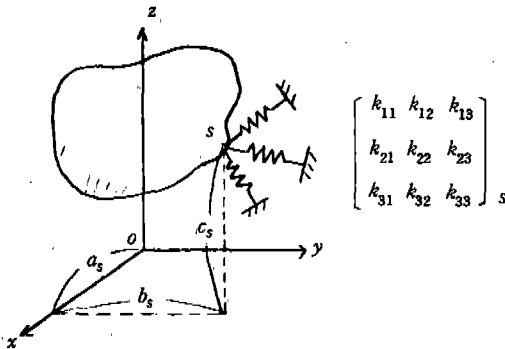


그림 6

그림 5에서와 같이 x 방향의 순수미소변위 Δx 의 변위를 주면 x 방향의 복원력은 물론 일반적으로 y, z 방향의 복원력이 작용하고 동시에 x, y, z 축을 중심으로 한 복원모멘트가 발생한다(탄성적 연성)

역으로 x 축방향의 순수변위 Δx 를 발생시키기 위해서는 일반적으로 각각 3방향의 외력과 모멘트를 동시에 작용시켜야 한다. 따라서 강성행렬은 $[6 \times 6]$ 의 각요소를 갖게 되고 靜座標系에 대해서는 필연적으로 대칭행렬이 된다.

이때 Δx 에 대한 강성행렬의 각 요소는 간단한 계산으로부터 다음과 같이 나타난다.

$$K_{11} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n k_{11}^{(s)}$$

$$K_{21} (=K_{12}) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n k_{21}^{(s)}$$

$$K_{31} (=K_{13}) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n k_{31}^{(s)}$$

$$K_{41} (=K_{14}) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M_x}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n [k_{31}^{(s)} b_s - k_{21}^{(s)} c_s]$$

$$K_{51} (=K_{15}) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M_y}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n [k_{11}^{(s)} c_s - k_{31}^{(s)} a_s]$$

$$K_{61} (=K_{16}) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M_z}{\Delta x} = \sum_{s=1}^n [k_{21}^{(s)} a_s - k_{11}^{(s)} b_s]$$

마찬가지로 하여 강성행렬의 각 요소를 구하면 다음과 같다.

$$K_{22} = \sum_{s=1}^n k_{22}^{(s)}$$

$$K_{23} = \sum_{s=1}^n k_{23}^{(s)}$$

$$K_{24} = \sum_{s=1}^n [k_{23}^{(s)} b_s - k_{22}^{(s)} c_s]$$

$$K_{25} = \sum_{s=1}^n [k_{12}^{(s)} c_s - k_{23}^{(s)} a_s]$$

$$K_{26} = \sum_{s=1}^n [k_{22}^{(s)} a_s - k_{12}^{(s)} b_s]$$

$$K_{33} = \sum_{s=1}^n k_{33}^{(s)}$$

$$K_{34} = \sum_{s=1}^n [k_{33}^{(s)} b_s - k_{23}^{(s)} c_s]$$

$$K_{35} = \sum_{s=1}^n [k_{12}^{(s)} c_s - k_{33}^{(s)} a_s]$$

$$K_{36} = \sum_{s=1}^n [k_{23}^{(s)} a_s - k_{13}^{(s)} b_s]$$

$$K_{44} = \sum_{s=1}^n [k_{22}^{(s)} c_s^2 + k_{33}^{(s)} b_s^2 - 2k_{23}^{(s)} b_s c_s]$$

$$K_{45} = \sum_{s=1}^n [k_{13}^{(s)} b_s c_s + k_{23}^{(s)} c_s a_s - k_{12}^{(s)} c_s^2 - k_{33}^{(s)} a_s b_s]$$

$$K_{46} = \sum_{s=1}^n [k_{12}^{(s)} b_s c_s + k_{23}^{(s)} a_s b_s - k_{13}^{(s)} b_s^2 - k_{22}^{(s)} c_s a_s]$$

$$K_{55} = \sum_{s=1}^n [k_{23}^{(s)} a_s^2 + k_{11}^{(s)} c_s^2 - 2k_{31}^{(s)} c_s a_s]$$

$$K_{56} = \sum_{s=1}^n [k_{12}^{(s)} c_s a_s + k_{13}^{(s)} a_s b_s - k_{23}^{(s)} a_s^2 - k_{11}^{(s)} b_s c_s]$$

$$K_{66} = \sum_{s=1}^n [k_{11}^{(s)} b_s^2 + k_{22}^{(s)} a_s^2 - 2k_{12}^{(s)} a_s b_s]$$

여기서

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{bmatrix}$$

따라서 설정된 모델에 대한 운동방정식이 이상과 같이 설정되고 원하는 진동특성을 수치해석에 의해 구할 수 있다.

2-3 수치해석

일단 운동방정식이 수립되면 그 해를 구하는 과정에서는 수치해석으로 컴퓨터를 이용해야 한다.

컴퓨터 프로그램에서 사용된 수치해석기법의 개략적인 과정은 다음과 같다.

(1) 주어진 운동방정식의 특정방정식을 λ (EIGENVALUE)에 대한 다항식으로 정리하

여 각 항의 계수를 찾아낸다 (FADDEEV - LEVERRIER METHOD)

$$|\lambda I - H| = 0 \rightarrow C_0 + C_1 \lambda + C_2 \lambda^2 + \dots + C_n \lambda^n = 0$$

(2) λ 에 대한 다항식의 해를 인수분해에 의해 반복적으로 찾아 나간다(반복법)

$$\begin{aligned} & C_0 + C_1 \lambda + C_2 \lambda^2 + \dots + C_n \lambda^n \\ &= (1 + A_1 \lambda)(D_0 + D_1 \lambda + D_2 \lambda^2 + \dots + D_{n-1} \lambda^{n-1}) \\ &= (1 + A_1 \lambda)(1 + A_2 \lambda)(E_0 + E_1 \lambda + E_2 \lambda^2 + \dots + E_{n-2} \lambda^{n-2}) \\ &\quad \vdots \\ &= (1 + A_1 \lambda)(1 + A_2 \lambda) \dots (1 + A_n \lambda) = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \lambda_i = -\frac{1}{A_i}$$

(3) 구해진 λ 를 본래의 운동방정식에 대입하여 각각의 변위벡터내에서의 변위비를 산출하여 모우드벡터를 얻는다.

$$[K - \omega_i^2 M] \{q\}_i = \{o\}$$

$$([A]_i = [K - \omega_i^2 M] \text{이라 두면})$$

$$[A]_i \{q\}_i = \{o\}$$

$q_n = 1$ 로 두면

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(n-1)} \\ a_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{(n-1)1} & \dots & a_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{(n-1)n} \end{Bmatrix}$$

$$[B]_i$$

$$[P]_i$$

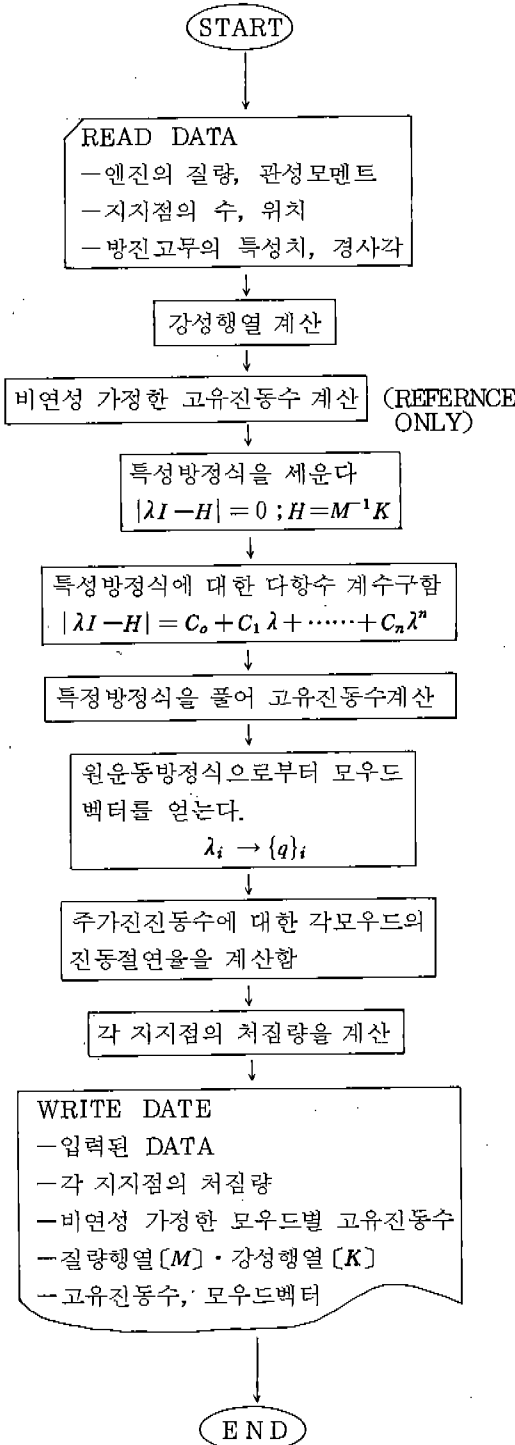
$$\therefore \{q\}_i = [B]_i^{-1} \{P\}_i$$

(4) 엔진이 공회전 할때의 주 가진진동수에 대해서 각 진동모우드에 대한 진동절연율을 계산한다.

$$\text{진동절연율} = (1 - TR) \times 100 \%$$

$$TR = \frac{1}{1 - r^2} (\zeta \approx 0, r = \frac{\omega}{\omega_n} \geq \sqrt{2})$$

2-4 프로그램의 흐름도 (Flow Chart)



2-5 데이터 선정

PORTER(현대자동차, 1TON TRK)를 모델로하여 엔진지지계의 모델링을 하였고 방진고무(4개)의 각 방향에 대한 스프링정수는 방진고무시험기(SAGINOMA : MODEL KC-1-N)를 사용하여 측정하였으며 엔진의 질량은 관련 정비지침서의 데이터를 사용하였다. 엔진의 관성모멘트는 앞에서 소개된 근사 산출방법에 의해 추정하였다.

2-5-1 방진고무의 데이터 측정

스프링정수의 측정조건은 엔진이 실차에 장착되어 공회전하고 있을때를 기준으로 하여 정하였다. 각 방진고무의 압축과 전단방향에서 정스프링정수를 측정하고 동스프링정수는 장착시 하중을 받는 방향에서 측정하여 나머지 방향은 같은 동배율을 적용해 계산하였다.

지지점의 위치는 그림 8과 같으며 질량중심점에서 각 지지점의 위치를 O-xyz좌표계에 대해 구하였다.

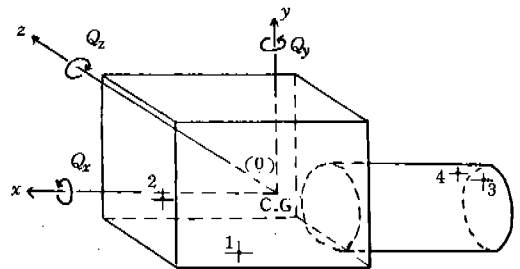


그림 8 좌표계와 지지점 위치

2-5-2 엔진의 질량과 관성모멘트의 추정

엔진의 질량은 엔진관련 정비지침서의 정비중량으로 하였고 트랜스미션은 실측을 통해 구하였다. 엔진(변속장치포함)의 질량중심과 관성모멘트는 그림 9와 같이 앞서 기술한 방법으로 근사 산출하였다.

3. 실험

실차상태에서 구동축과 배기파이프를 탈거하여 실험을 실시하였으며 엔진지지계의 고유진동수와 그 모우드를 구하였다.

표 2 각 방진고무의 데이터

항 목		방진고무구분				
		1 (FRTLH)	2 (FTRRH)	3 (RRLH)	4 (RRRH)	
정스프링정수 (kg/mm)	1·2 : 하중 30 ~ 130 kg의 범위	41.0	39.0	55.0	52.5	압축 전단
	3·4 : 변위 2 ~ 4 mm의 범위	8.0	8.0	11.0	10.5	
동스프링정수 (kg/mm)	예비하중	59.0	56.2			압축 전단
	진폭	±0.5 mm				
	진동수	15 HZ				
	1·2	80 kg				
	3·4	2 mm	±0.5 mm	20 HZ	14.8	14.2
각 지지점의 위치(mm)		x 좌표	89.0	89.0	-631.0	-631.0
		y 좌표	-90.0	-90.0	-45.0	-45.0
		z 좌표	199.0	-189.0	86.0	-76.0
각 방진고무의 압축방향의 경사각(수직선 기준)		48° (안쪽)	48° (안쪽)	90° (전방)	90° (전방)	

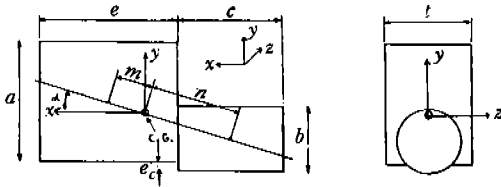


그림 9 질량중심과 관성모멘트의 근사산출

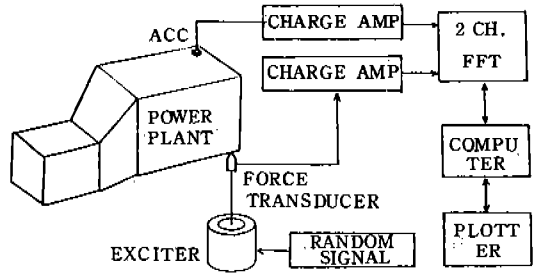


그림 10 시험 블록 다이어그램

표 3 엔진의 질량과 관성모멘트

질량	I_x	I_y	I_z	I_{xy}
236.4 kg	7.70 kg · m ²	12.28 kg · m ²	17.01 kg · m ²	2.62 kg · m ²

- a = 550 mm
- b = 220
- c = 380
- e = 480
- t = 290
- m = 85
- n = 387
- α = 24° 24'

3-1 실험장치 및 방법

실험적 모드 해석장치(Experimental Modal Analysis System)에 의한 랜덤가진을 이용해 실험하였다(그림 10 참조).

먼저 가진기를 사용하여 엔진의 우측하부를 랜덤시그널로 가진하고 가진력에 대한 엔진 각 부위와의 전달함수를 측정했다. 다음에 실험적 모드 해석장치를 이용해서 데이터를 처리하고 모우드의 계수(Parameter)를 계산하였다.

엔진에는 그림 12와 같이 16 곳에 가속도계를 부착하였고 그 부착위치는 진동 모우드가 쉽게 나타날 수 있도록 선정하였다.

3-2 실험결과

실험결과는 표 4와 같으며 각각의 고유진동수에 대한 모우드를 3차원으로 플로팅한 결과는 부록의 그림 13 ~ 18에 나타나 있다.

그림 11의 전달함수 그래프에서 5 Hz 미만에 나타나는 피크치는 엔진지지계의 외외적인 영향(현가계)에 의한 것으로 판단된다.

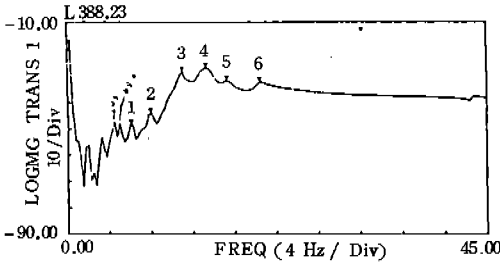


그림 11 전달합수

표 4 각 고유진동수별 진동모우드

모우드 #	고유진동수 (Hz)	지배적인 진동 모우드
1	6.14	ROLLING
2	8.0	BOUNCING
3	10.92	LURCHING
4	13.32	SURGING
5	15.01	PITCHING
6	18.28	YAWING

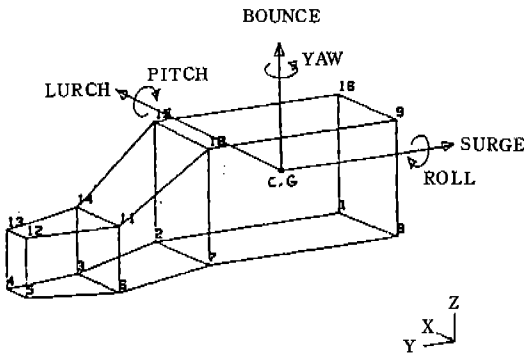


그림 12 강제운동의 좌표계와 가속도계 부착 위치

표 5 실험치와 프로그램 해석결과 비교

지배적 MODE 고유진동수	ROLLING	BOUNCING	LURCHING	SURGING	PITCHING	YAWING
실험 결과	6.14	8.0	10.92	13.32	15.01	18.28
프로그램 해석 결과	7.18	8.58	9.68	12.62	15.03	17.65
오차	16.9%	7.3%	11.4%	5.3%	0.1%	3.4%

4. 결과 검토

Porter의 엔진지지계를 컴퓨터 프로그램으로 해석한 결과와 실험결과와의 비교는 표 5와 같다.

전체적으로 잘 일치하고 있으나 롤링(Rolling) 모우드와 좌우진동(Lurching) 모우드에서 오차가 비교적 크게 나타나고 있는데 이것은 관성모멘트를 근사산출하는 과정에 있어서의 오차로 보인다. 또한 이론적 해석결과에 비해 실험결과에 있어서의 고유진동수 분포범위가 넓은 것은 실차상태에서 실험을 한 관계로 판단된다(프로그램의 해석결과의 상세내용은 부록 참조).

5. 결론

앞의 비교결과에서 나타나듯이 컴퓨터 프로그램에 의한 엔진지지계 해석결과는 실험치와 대체로 잘 일치하고 있어서 타당성이 입증되었다. 일부 진동 모우드에서 비교적 크게 나타난 오차는 정확한 관성모멘트와 질량중심 위치를 실험에 의해 측정하게 되면 많이 개선될 것으로 보인다.

실제에 있어서 신차종의 엔진지지계를 설계하는 과정에서는 실험에 의한 진동특성평가는 샘플의 개발, 여러가지 치구의 제작, 실험장비 및 소요기간 등 어렵고 복잡한 문제가 있으므로 금번 개발한 컴퓨터 프로그램의 활용은 장비 및 개발기간의 단축과 아울러 진동특성을 예측하는 데 있어 효과가 크리라 기대된다.

참 고 문 헌

1. Francis S. TSE, Ivan E. Morse, Rolland T. Hinkle, "Mechanical Vibration".
2. Shan S. Kuo, "Computer Applications of Numerical Method".
3. 日本鐵道車輛研究會, "防振コム"
4. R. Racca, SR, "How to Select Power-train Isolators for good Performance and long Service Lift", SAE Paper No. 821095.

부 록

* COMPUTER PROGRAM OUTPUT

OUTPUT

VEHICLE MODEL: PORTER
 DISCRETE UNDAMPED POSITIVE SYSTEM
 FIND NATURAL FREQUENCIES & MODAL MATRIX
 EIGENVALUES DISTINCT

- (1) N = NO OF DEGREES OF FREEDOM * N <= 6
- (2) NFREQ = NO OF FREQUENCIES & MODES DESIRED
- (3) NITER = MAX. ITERATIONS FOR EACH MODES
- (4) ERROR = ERROR SPECIFIED IN ITERATIONS
- (5) NUMBER = NUMBER OF MOUNTING POINTS

N=6 NFREQ=6 NITER=500 ERROR=0.10000E-10 NUMBER=4

* POWERPLANT DATA:

- (1) MASS (KG) : 236.40
- (2) I-ROLL(KG*M**2) : 7.70
- (3) I-YAW(KG*M**2) : 12.28
- (4) I-PITCH(KG*M**2) : 17.01
- (5) I-R&Y(KG*M**2) : -2.62
- (6) I-Y&P(KG*M**2) : 0.0
- (7) I-R&P(KG*M**2) : 0.0

** STATIC SPRG RATE FOR EACH MTG POINT (KG/MM) **

	— POINT 1 —	— POINT 2 —	— POINT 3 —	— POINT 3 —
(1) KC :	41.00	39.00	55.00	52.50
(1) KS :	8.00	8.00	11.00	10.50

** DYNAMIC STIFFNESS VS. STATIC STIFFNESS RATIO **

	— POINT 1 —	— POINT 2 —	— POINT 3 —	— POINT 3 —
	1.44	1.44	1.35	1.35

** DEFLECTION AT EACH MTG POINT IN THE VERTICAL DIRECTION(MM) **

— POINT 1 —	— POINT 2 —	— POINT 3 —	POINT 3 —
4.50	4.69	1.09	1.14

* MAIN DISTURBING FREQUENCIES AT IDLE RPM(HZ): 25.00

* UNCOUPLED NATURAL FREQUENCIES(HZ) — REFERENCE ONLY *

(1) SURGING	(2) BOUNCING	(3) LURCHING	(4) ROLLING	(5) YAWING	(6) PITCHING
13.2998	9.9076	10.4063	7.3478	16.8180	13.5428

* NATURAL FREQUENCIES (HZ): —

7.1754	8.5811	9.6792	12.6173	15.0255	17.6471
--------	--------	--------	---------	---------	---------

* VIBRATION ISOLATION (%)

91.02	86.64	82.37	65.82	43.45	0.69
-------	-------	-------	-------	-------	------

ENTER MASS MATRIX BY ROW: —

(KG, KG. ** 2)

236.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	236.40	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	236.40	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	7.70	-2.62	0.0
0.0	0.0	0.0	-2.62	12.28	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.01

ENTER STIFFNESS MATRIX-K BY ROW: —

K(D): (N/M)

1650808.0	0.0	0.0	0.0	10937.6	84464.2
0.0	916104.7	-14057.0	-6307.6	1251.1	-123614.0
0.0	-14057.0	1010648.2	9199.2	115199.6	-1251.1
0.0	-6307.6	9199.2	16412.0	-10050.4	850.8
10937.6	1251.1	115199.6	-10050.4	137122.6	654.4
84464.2	-123614.0	-1251.1	850.8	654.4	123163.2

MODAL MATRIX – LISTED BY ROW:

-0.0815	-0.0867	-0.2099	-0.5147	0.1835	0.1478
0.1744	0.5301	0.2686	-0.2182	-0.1037	-0.0501
-0.4357	0.0650	-5.7165	0.0167	-0.0069	0.5752
13.0207	-0.2849	-4.6373	0.0838	0.0103	2.6993
0.9953	-0.0844	7.1778	0.0465	-0.0679	9.2418
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000