

# 過渡熱傳導를 갖는 平板핀에서의 強制對流 熱傳達

## Forced Convection Heat Transfer in a Plate Fin With Transient Heat Conduction

趙 珍 鎬\*, 李 相 均\*\*  
J. H. Cho, S. K. Lee

### Abstract

A conjugate conduction-convection analysis has been made for a plate fin which exchanges heat with its fluid environment by forced convection. The analysis is based on a one-dimensional model for the plate fin whereby the transient heat conduction equation for the fin is solved simultaneously with the conservation equations for mass, momentum, and energy in the fluid boundary layer adjacent to the fin.

The forced convection heat transfer coefficient is not specified in advance but is one of the results of the numerical solutions. Numerical results of the overall heat transfer rate, the local heat transfer coefficient, the local heat flux, the fin efficiency and the fin surface temperature distribution for  $Pr=0.7$  are presented for a wide range of operating conditons.

### 記 號 說 明

$b$  : 핀 半두께  
 $H$  : 無次元 局所熱傳達係數  
 $h$  : 局所熱傳達係數 ( $= hL / kRe_L^{1/2}$ )  
 $k$  : 流體의 熱傳導率  
 $k_f$  : 핀의 熱傳導率  
 $L$  : 핀 길이  
 $N_{cc}$  : 傳導 - 對流 媒介變數 ( $= kL Re_L^{1/2} / k_f b$ )  
 $Pr$  : Prandtl 數 ( $= \nu / \alpha$ )  
 $Q$  : 總括熱傳達率  
 $q$  : 局所熱傳達率  
 $Re_L$  : Reynolds 數 ( $= u_\infty L / \nu$ )  
 $T$  : 流體의 溫度

$T_f$  : 핀의 溫度  
 $T_\infty$  : 流體의 自由流動溫度  
 $T_o$  : 핀 베이스의 溫度  
 $t$  : 時 間  
 $U$  : 無次元 速度 ( $= u / u_\infty$ )  
 $V$  : 無次元 速度 ( $= v Re_L^{1/2} / u_\infty$ )  
 $u, v$  : 流體의 速度成分  
 $u_\infty$  : 流體의 自由流動速度  
 $X$  : 無次元 座標 ( $= x / L$ )  
 $Y$  : 無次元 座標 ( $= y Re_L^{1/2} / L$ )  
 $x, y$  : 座 標

(Greece 文字)

$\alpha$  : 流體의 熱擴散係數

\* 한양대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 한양대학교 대학원

- $\alpha_f$  : 핀의 熱擴散係數
- $\eta$  : 핀 效率
- $\Psi$  : 流量 函數
- $\theta$  : 流體의 無次元 溫度 ( $= (T - T_\infty) / (T_o - T_\infty)$ )
- $\theta_f$  : 핀의 無次元 溫度 ( $= (T_f - T_\infty) / (T_o - T_\infty)$ )
- $\nu$  : 動粘性 係數
- $\tau$  : 無次元 時間 또는 Fourier 數 ( $= \alpha_f t / L^2$ )
- $\omega$  : 無次元 流量 函數 ( $= (\Psi - \Psi_i) / (\Psi_o - \Psi_i)$ )

1. 序 論

熱交換器의 導管壁과 周圍流體사이의 熱傳達率을 증대시킬 목적으로 사용되는 핀의 연구는 熱傳達의 提高를 위하여 많은 工學分野에서 대단히 중요하게 취급되고 있다. 종래에는 핀의 全表面에서 균일한 것으로 가정된 熱傳達係數를 사용하여 핀의 熱傳達率, 效率, 溫度分布 등의 性能을 해석하였다.<sup>1)</sup> 그런데 이러한 해석방법은 핀의 熱傳達係數를 균일한 것으로 가정한 경우로서 핀의 總括熱傳達率을 구하는 데는 매우 타당하다. 그러나 熱傳達係數는 핀의 溫度分布와 周圍流體의 流動現象과 매우 밀접한 관계가 있어 균일한 것으로 가정할 수 없을 뿐 아니라 경우에 따라서는 실제의 핀에 대한 流體의 流動現象이나 熱境界條件이 서로 상반되어 정확한 해를 구하지 못하는 경우가 있다. 따라서 이러한 부정확성을 해소하기 위하여 핀에 대한 熱傳導現象과 周圍流體에 대한 流動現象을 조합하여 해석하는 방법들이 제시되었다.<sup>2-6)</sup> 이러한 방법들은 熱傳達係數를 周圍流體의 流動現象으로부터 구하고, 그 결과를 핀에 대한 熱傳導 方程式에 대입하여 해석하고 핀의 溫度를 流體에 대한 境界條件으로 사용하므로써 실제적인 핀의 熱傳達問題에서 매우 적절한 결과를 제시한다고 보고되고 있다.<sup>2-3)</sup>

위에서의 방법에 따른 平板핀에서 定常狀態의 熱傳導와 對流가 함께 일어나는 熱傳達問題를 E. M. Sparrow<sup>3-4)</sup> 등은 Patankar-Spalding 방법을, V. K. Garg<sup>5)</sup>와 C. K. Chen<sup>6)</sup>은 相似解法을 사용하여 數值解析한 결과 잘

일치함을 보이고 있다. 이에 대하여 본 연구에서는 핀에 대한 過渡熱傳導와 周圍流體가 強制對流를 하는 것으로 가정한 層流 境界層을 동시에 해석하였다. 그런데 流體에 대한 層流 境界層問題는 Patankar-Spalding 방법<sup>7,8)</sup>을, 그리고 핀에 대한 過渡熱傳導問題는 制御體積에 기초를 둔 差分法<sup>9)</sup>으로 해석하였다. 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}$  (conduction-convection parameter)의 變化에 따라 계산하였고, Prandtl 數는 空氣에 대한 일반적인 값 0.7을 사용하였다. 본 계산에 사용된 電子計算機는 VAX-11/8700형이다.

2. 解 析

研究對象으로 취한 流體의 流動을 包含하는 平板핀의 모델은 Fig.1과 같다. 즉, 流動方向과 동일하게 놓인 길이  $L$ , 두께  $2b$ , 熱傳導率  $k_f$ 인 平板핀 위를 自由流動速度  $u_\infty$ , 溫度  $T_\infty$ , 動粘性係數  $\nu$ , 熱傳導率  $k$ 인 流體가 흐르고 핀의 길이 방향을  $x$  좌표, 핀表面과 수직인 방향을  $y$  좌표로 택한다.

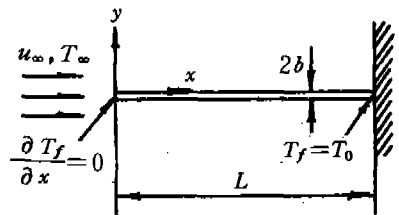


Fig.1 Schematic diagram of the physical problem

2-1 支配方程式과 境界條件

解析에 있어서 流體의 物性値는 일정하고, 流體에서의 에너지 消散, 輻射熱傳達 및 壓縮性效果를 무시할 때 平板핀 위의 境界層內에서 流體의 運動을 支配하는 保存方程式은 다음과 같다.

$$\text{連續方程式: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots (1)$$

運動量方程式:  $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  ..... (2)

에너지方程式:  $u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$  ..... (3)

위의 保存方程式에 대한 境界條件은 다음과 같이 주어진다.

$y=0$  일때  $u=v=0, T=T_f$  } ..... (4)  
 $y \rightarrow \infty$  일때  $u \rightarrow u_\infty, T \rightarrow T_\infty$  }

핀 길이에 비하여 핀 두께가 매우 작은 경우에 1次元으로 가정할 수 있으므로 平板핀에서 過渡狀態에 대한 熱傳導方程式은 다음과 같다.

$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} = \frac{h}{k_f b} (T_f - T_\infty) + \frac{1}{\alpha_f} \frac{\partial T_f}{\partial t}$  ..... (5)

이때 初期條件 및 境界條件은

$t=0$  일때  $T_f = T_\infty$   
 $t > 0$  일때  $x=0$ 에서  $\frac{\partial T_f}{\partial x} = 0$  } ..... (6)  
 $x=L$ 에서  $T_f = T_o$  }

이다. 支配方程式과 初期條件 및 境界條件을 無次元化하기 위하여 다음과 같은 無次元 變數와 無次元 數들을 정의한다.

$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L} \text{Re}_L^{1/2}, U = \frac{u}{u_\infty}, V = \frac{v}{u_\infty} \text{Re}_L^{1/2}$   
 $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}, \theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_o - T_\infty}, H = \frac{hL}{k \text{Re}_L^{1/2}}$   
 $\tau = \frac{\alpha_f t}{L^2}, N_{cc} = \frac{kL}{k_f b} \text{Re}_L^{1/2}, \frac{u_\infty L}{\nu}, \text{Pr} \frac{\nu}{\alpha}$  } ..... (7)

위에서 정의한 無次元 變數와 無次元 數를 사용, 無次元 形態의 支配方程式과 初期條件 및 境界條件을 다음과 같이 표시할 수 있다.

(i) 流體에 대한 保存方程式과 境界條件

$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$  ..... (8)

$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$  ..... (9)

$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}$  ..... (10)

$Y=0$  일때  $U=V=0, \theta = \theta_f$  } ..... (11)  
 $Y \rightarrow \infty$  일때  $U \rightarrow 1, \theta \rightarrow 0$  }

(ii) 핀에 대한 過渡熱傳導方程式과 初期條件 및 境界條件

$\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} = N_{cc} H \theta_f + \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau}$  ..... (12)

$\tau=0$  일때  $\theta_f = 0$   
 $\tau > 0$  일때  $X=0$ 에서  $\frac{\partial \theta_f}{\partial X} = 0$  } ..... (13)  
 $X=1$ 에서  $\theta_f = 1$  }

2-2 핀의 局所熱傳達係數, 熱傳達率 및 效率

(i) 局所熱傳達率

平板핀에서 단위면적당 局所熱傳達率은<sup>10)</sup>

$q = h(T_f - T_\infty) = -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$  ..... (14)

로 표시되고, 앞에서 정의한 無次元 變數를 도입하여 無次元化하면

$\frac{qL}{k(T_o - T_\infty) \text{Re}_L^{1/2}} = H \theta_f = - \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{y=0}$  ..... (15)

이 된다.

(ii) 局所熱傳達係數

式(15)로부터 無次元 局所熱傳達係數를 구하면

$H = - \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) / \theta_f \right]_{y=0}$  ..... (16)

으로 표시된다.

(iii) 總括熱傳達率

平板핀에서의 總括熱傳達率은 局所熱傳達率의 합이므로

$Q = 2 \int_0^L q dx$  ..... (17)

로 표시되고, 여기서 우변의 상수 2는 平板핀에서 양면의 熱傳達率을 고려한 것이다. 式(17)에 式(14)로 표시되는  $q$ 를 대입, 이를 無次元化하면

$\frac{Q}{k(T_o - T_\infty) \text{Re}_L^{1/2}} = -2 \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{y=0} dX$  ..... (18)

로 표시된다.

(iii) 핀 效率

定常狀態에서 無限大의 熱傳導率을 갖는 핀, 즉 等溫핀에서의 總括熱傳達率은 流動 流體가

Pr=0.7인 공기일 경우, 그 값이 1.1708<sup>43)</sup>이므로 핀 효율은 등온핀에서의 총괄열전달률에 대한 실제핀의 총괄열전달률의 비로 정의되므로

$$\eta = - \frac{2}{1.1708} \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) dX \dots\dots\dots (19)$$

로 표시된다.

2-3 數值 解析

(i) 流體에 대한 境界層 問題

핀의 先端 (X=0) 으로부터 핀의 베이스 (X=1) 까지 數值解析은 marching procedure 에 의해 해석하며 실제 계산은 patankar-Spalding 방법을 사용하였다.<sup>7,8)</sup> 이 방법은 implicit finite-difference scheme 으로서 흐르는 流體의 流線에 수직인 좌표는 無次元 流量函數  $\omega = (\Psi - \Psi_0) / (\Psi_1 - \Psi_0)$  를 사용하였다. 差分法에 사용된 無次元 流量函數  $\omega$  에 대한 grid point 는 계산상의 모든점 X에서  $0 \leq \omega \leq 1$  의 범위에 存在하고 정확도를 높이기 위하여 流線방향의 X grid point 의 分布는 핀 先端에서는 그 간격을 조밀하게 설정하였다. X grid 의 간격은 境界層의 外部限界面 으로부터 流入되는 流體의 流入率에 따라 결정되며 流線에 수직인 방향의  $\omega$  grid point 는  $\omega_i = [(i-2)/(N-2)]^{2.75}$  에 의하여 결정하였다. 여기서 N은  $\omega$  grid point 의 갯수를 나타낸다.

(ii) 핀에 대한 過渡熱傳導 問題

過渡熱傳導 問題는 制御體積 방식에 의하여 差分化하고 無次元 時間의 變化는 Crank-Nicolson scheme 을 이용하였다. 핀 先端과 베이스에서의 境界에서는 半制御體積을 사용하여 差分化하였으며 TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) 를 이용하여 해를 구하였다.<sup>9)</sup>

(ii) 計算 順序

流體에 대한 速度와 溫度分布는 保存方程式 (8)~(10)을 이용하여 구하였다. 이때 平板핀에서 初期溫度를  $\theta_f = 1.0 \times 10^{-30} \approx 0$  으로 가정하였는데 이는 식(16)에서  $\theta_f = 0$  인 경우에 熱傳達係數를 구할 수 없기 때문이다. 식(16)에 의하여 熱傳達係數를 구하고, 이어 핀의 溫度  $\theta_f$  는 過渡熱傳導 方程式(12)를 이용하여 구한다.

이때 얻어진  $\theta_f$  의 값을 流體에 대한 境界層에서 境界條件으로 사용하여 임의의 시간에서 설정된 境界層과 熱傳導 사이에서  $\theta_f$  가 수렴될 때까지 반복계산하고, 이때 수렴이 이루어지면 다음시간에 대한 위의 過程을 되풀이한다. 그리고 시간의 경과에 따른  $\theta_f$  의 수렴이 이루어졌을 때를 定常狀態로 간주한다. 이때의 수렴조건은 핀의 溫度  $\theta_f$  가 有效數字 5 자리까지 변화하지 않을 때의 값으로 하였으며 임의의 시간에서 해의 수렴은 반복횟수 2~3회 이내에서 이루어졌다.

본 연구에서는 해의 정확도를 높이고 계산 시간을 줄이기 위하여 사전에 적정 격자수를 조사하였고, 이로부터 얻어진 격자수는  $\omega$  방향으로 52개, X방향으로 749개였다. marching procedure 가 安定성이 있는  $X = 1.0 \times 10^{-6}$  보다 큰 값에서 해를 구하였고 또한  $\Delta X = 2.0 \times 10^{-3}$  을 넘지 않도록 하였으며, 無次元 時間 구간의 범위는  $1.0 \times 10^{-5} \leq \Delta \tau \leq 0.05$  로 하였다. 이때 작은 시간에서 해의 安定을 기하기 위하여 시간간격은 조밀하게 나누었고 각각의  $N_{cc}$  값에 대하여 定常狀態에 이르기까지의 소요되는 계산시간은 10~15분 정도 이었다.

3. 結果 및 考察

Prandtl 數가 0.7, 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}$  가 0 으로부터 10 의 범위에 대하여 無次元 時間  $\tau$  의 變化에 따른 局所熱傳達係數, 局所熱傳達率, 總括熱傳達率, 핀 효율 및 溫度分布를 數值解析하였고, 본 연구의 결과를 定常狀態의 熱傳導에 관한 E. M. Sparrow<sup>4)</sup> 의 결과와 비교한 결과, 상대오차가 1% 이내로 그 타당성을 확인하였다.

Fig.2는 平板핀에서 時間  $\tau$  의 變化에 따른 總括熱傳達率과 핀 효율을 나타낸 것이다. 이때 總括熱傳達率과 핀 효율은 하나의 동일곡선으로 표시된다.<sup>4)</sup> 그림에서와 같이 總括熱傳達率(또는 핀 효율)은 時間  $\tau$  가 경과됨에 따라 증가하고, 또한 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}$  가 커질수록 감소하며, 이러한 감소경향은 경과 시간이 클수록 더욱 급격하다.

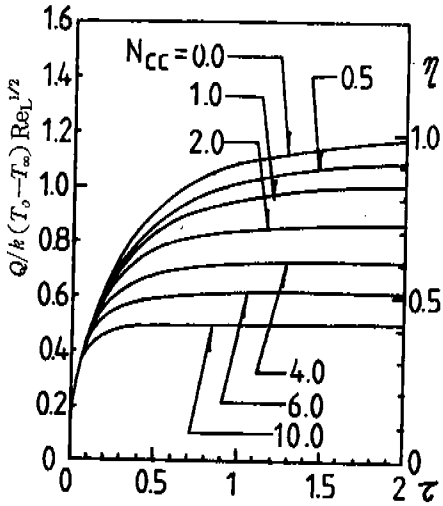


Fig.2 Overall heat transfer rate and fin efficiency with variation of time

Fig.3(a),(b),(c)는 각각 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}=0.5, 2, 6$ 인 경우에 대하여 局所熱傳達係數의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서 時間  $\tau=0.001$  이하일때 핀의 溫度가 0인 구간이 存在하고 이때의 局所熱傳達係數는 式(16)에 의하여 구할 수 없다. 그러나 이러한 경우에 있어서 式(16)은 0/0의 부정형이 되므로 局所熱傳

達係數의 값이 임의값을 가지더라도 平板핀의 熱傳達特性에는 영향을 미치지 않는다. 또한 局所熱傳達係數는 핀先端으로부터 베이스에 가까와 질수록 감소한다. 이는 핀에서의 溫度가 流體의 流動方向에 따라 커지기 때문이다. 핀先端에서 局所熱傳達係數는 境界層이 얇고 流線에 수직인 방향의 온도구배가 커서 無限대로 된다. 또한 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}$ 가 커질수록, 즉 핀의 熱傳導率이 작을수록 핀에서의 熱擴散이 작으므로 핀의 溫度가 강하되어 局所熱傳達係數는 증가한다.

Fig.4 (a), (b), (c)는 각각 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}=0.5, 2, 6$ 인 경우에 대하여 局所熱傳達率의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 局所熱傳達率은 時間  $\tau$ 가 0.01 이하인 경우에는 핀 베이스에 가까와 질수록 증가한다. 이는 핀에서의 熱擴散이 완전히 이루어 지지 못하였기 때문에 핀 베이스에서의 熱傳達이 지배적이고, 핀 表面 溫度의 영향이라 생각된다. 그러나 時間  $\tau$ 가 커지게 되면 熱擴散이 핀先端까지 미치게되고 局所熱傳達係數의 영향이 증대되어 핀先端에서의 局所熱傳達率은 급격히 증가한다. 또한 局所熱傳達率은 핀先端에서 급격한 감소를 하여 최소값에 이르고 핀

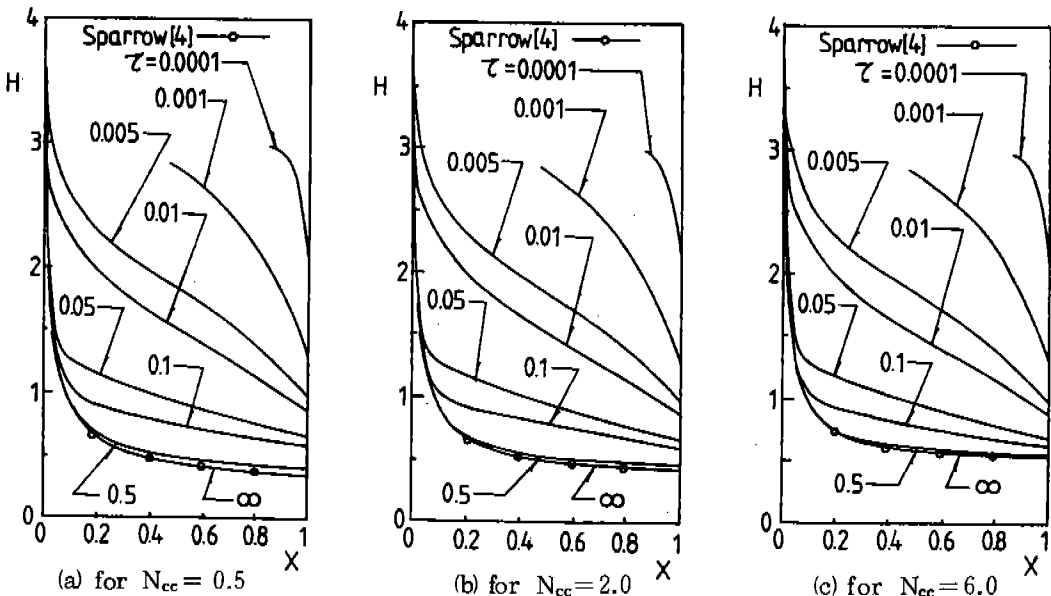


Fig.3 The distribution of local heat transfer coefficient

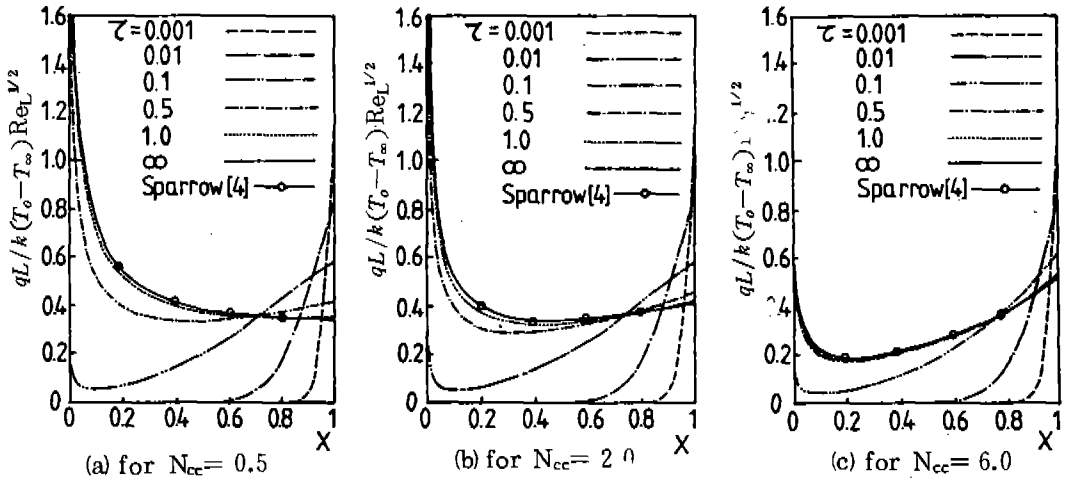


Fig.4 The distribution of local heat flux

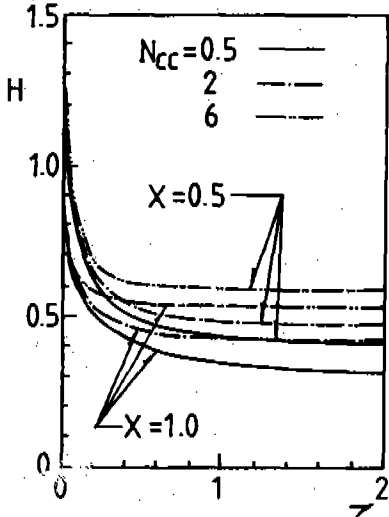


Fig.5 (a) The effect of variation in time on local heat transfer coefficient at  $X=0.5$  and  $1.0$

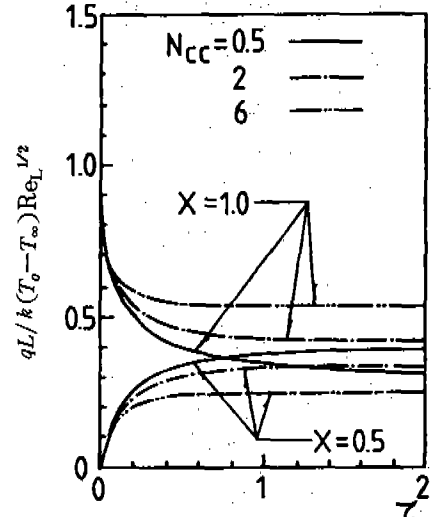


Fig.5 (b) The effect of variation in time on local heat flux at  $X=0.5$  and  $1.0$

베이스로 감에 따라 점차 증가한다. 이는 핀 표면 온도의 영향으로 생각된다. 한편 定常狀態에 도달하면 傳導-對流 媒介變數  $N_{cc}$  값이 작을 수록 즉 핀의 熱傳導率이 커질 수록 핀 베이스와 핀 先端의 온도구배가 작아져서 이와 같은 경향을 줄여준다.

Fig. 5 (a), (b)는 각각 平板핀 中心部 ( $X=0.5$ )와 베이스 ( $X=1.0$ )에서 時間  $\tau$ 의 변화에 따른 局所熱傳達係數와 局所熱傳達率의 변화를

나타낸 것이다. 그림에서와 같이 時間  $\tau$ 가 커짐에 따라 핀에서 周圍流體로의 熱傳達이 증가하므로 流線에 수직인 방향의 온도구배가 줄어들어 局所熱傳達係數는 감소한다. 또한 핀 베이스의 溫度는 일정하므로 局所熱傳達率은 局所熱傳達係數와 동일한 곡선으로 표시되나, 핀 中心部の 局所熱傳達率은 時間  $\tau$ 가 증가함에 따라 핀 表面의 溫度가 증가하므로 베이스에서의 경향과 반대가 된다. 그리고 傳導-

對流 媒介變數  $N_{cc}$ 가 작을 수록, 즉 핀의 熱 擴散이 잘 될수록 이러한 영향은 증대되어 이 값들의 변화 경향은 더욱 급격하다.

Fig.6은 平板핀에서 時間  $\tau$ 와 傳導 - 對流 媒介變數  $N_{cc}$ 값이 달라지는 경우에 대한 핀 先端으로부터 베이스까지의 溫度分布를 나타낸 것이다. 그림에서 時間  $\tau$ 가 0.01 이하에서는 傳導 - 對流 媒介變數  $N_{cc}$  값의 영향은 거의 없다. 이는 時間  $\tau$ 가 지나치게 짧아 핀 전체에 걸친 熱의 擴散이 이루어지지 못하고 또한 周圍流體의 對流도 크게 영향을 미치지 못한 때문인 것으로 생각된다. 그리고 傳導 - 對流 媒介變數  $N_{cc}$ 의 값이 작을 수록, 즉 핀의 熱傳導率이 증가할 수록 핀의 先端에서의 溫度는 상승되고 이는 핀에서의 熱低抗이 감소하기 때문이다.

#### 4. 結 論

平板핀에 대한 過渡熱傳導問題와 強制對流을 하는 周圍流體의 層流 境界層問題를 동시에 數值解析하여 無次元 時間과 傳導 - 對流 媒介變數가 달라지는 데 따른 局所熱傳達係數, 局所熱傳達率, 總括熱傳達率, 溫度分布 및 핀 效率를 구하고, 이때 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

(1) 總括熱傳達率과 핀 效率는 時間이 증가함에 따라 커지고, 또한 傳導 - 對流 媒介變數의 값이 커질 수록 이들 값은 작아진다. 그리고 이러한 감소경향은 時間이 커질 수록 급격하다.

(2) 핀 베이스에서의 局所熱傳達係數와 局所熱傳達率은 時間이 경과함에 따라 감소하고, 감소경향은 傳導 - 對流 媒介變數의 값이 작을 수록 커진다.

(3) 핀 中心部에서 時間의 증가와 더불어 局所熱傳達率은 時間이 증가함에 따라 감소하고, 감소경향은 傳導 - 對流 媒介變數의 값이 작을 수록 커진다.

(4) 時間이 0.01 이하로서 극히 짧은 경우는 傳導 - 對流 媒介變數의 熱傳達 특성에 미치는 영향은 거의 없다. 또한 傳導 - 對流 媒介變數의 값이 커질 수록 定常狀態에 도달하

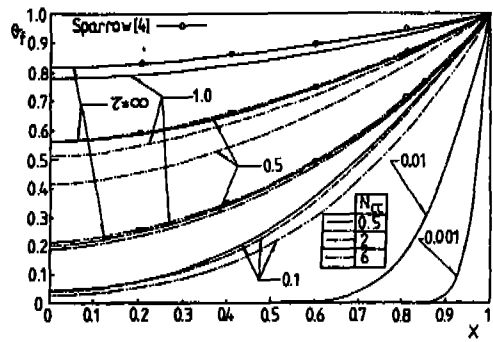


Fig.6 The temperature distribution of fin for  $N_{cc} = 0.5, 2.0$  and  $6.0$

는 時間은 짧아진다.

(5) 初期 핀의 溫度를 핀 베이스의 溫度와 동일한 것으로 가정한 定常狀態에 대한 解析 結果<sup>4)</sup>와 過渡狀態로 解析한 本研究의 結果는 잘 일치하였다.

#### References

1. Kern, D.Q., and Kraus, A.D., Extended Surface Heat Transfer, McGraw-Hill, New York, 1972.
2. Sparrow, E.M., Baliga, B.R., and Patankar, S.V., "Forced Convection Heat Transfer from a Shrouded Fin Array with and without Tip Clearance," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.100, 1978, pp.572-579.
3. Sparrow, E.M., and Acharya, S., "A Natural Convection Fin with a Solution-Determined Nonmonotonically Varying Heat Transfer Coefficient," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.103, 1981, pp.218-225.
4. Sparrow, E.M., and Chyu, M.K., "Conjugate Forced Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Plate Fin," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.104, 1982, pp.204-206.
5. Garg, V.K., and Velusamy, K., "Heat Transfer Characteristics for a Plate Fin." ASME Journal of Heat Transfer, Vol.108, 1986, pp.224-226.

6. Chen, C.K., and Lien, F.S., "Effect of Microstructure on the Conjugated Mixed Forced and Free Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Vertical Plate Fin," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.108, 1986, pp.580-584.
7. Patankar, S.V., and Spalding, D.B., Heat and Mass Transfer in Boundary Layers, Intertext Books, London, 1970.
8. Spalding, D.B., GENMIX : A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena, Pergamon Press, Oxford, 1977.
9. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
10. Eckert, E.R.G., and Drake, R.M., Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill, Tokyo, 1979.