

〈論 文〉

境界要素法을 利用한 波力の 數値解析

NUMERICAL ANALYSIS OF WAVE FORCES USING BOUNDARY
ELEMENT METHOD

金 聲 得* 李 相 培*
Kim, Seong Deuk Lee, Sang Bae

Abstract

Wave forces on fixed two-dimensional objects submerged in water of finite depth were analysed by Boundary Element Method using linear elements.

It is assumed that the wave forces may be described by linear theory and that incident wave direction is normal to the objects of infinite length.

In this paper, wave forces on a bottom-seated half cross section pipeline, a circular pipeline, a submerged pipeline and submerged breakwater of arbitrary shape were studied.

The accuracy of the computational scheme is investigated by comparing the numerical results with the existing laboratory results and analytical solutions of other researchers.

要 旨

유한수심의 해역중에 잠겨있는 고정된 2차원 구조물에 작용하는 파력을 경계요소법의 선형요소에 의해 해석하였다.

파력은 2차원 선형파 이론으로 부터 해석하였으며, 입사파 방향은 무한히 긴 구조물의 직각방향으로 진행된다고 가정하였다.

본 연구에서는 바닥위에 놓여있는 반원 및 원형 단면 송유관, 수중에 잠겨있는 단면 송유관 그리고 임의형상의 잠체에 작용하는 파력에 관해 해석하였다.

본 계산의 신뢰도를 검증하기 위하여 기존의 실험적, 이론적 결과 및 수치결과와 각각 비교하였다.

1. 序 論

근래 대형 해양구조물등이 해양자원개발과 해양 공간 이용등의 목적으로 많이 건설되고 있는 실정에 따라 이에 작용하는 파랑의 연구가 대단히 중요시 되고 있으며, 특히 최근의 태풍 셀마의 영향으로 우리나라 동남 해안 지방의 대형

해저 송유관이 파손되는 등 해양구조물에 작용하는 파력의 연구가 절실히 요구되고 있다.

종래 해양구조물등에 작용하는 파력에 대한 해석방법은 구조물에 의한 파의 회절 이론으로부터 점성이 없는 비회전류라 가정하여 경계치 문제로 파력을 구하는 방법⁽¹⁾과 파력의 성분을 항력과 관성력의 합으로 생각하여 파력을 구하는 방법⁽²⁾이 있다.

* 蔚山大學校 工科大學 教授

** 蔚山大學校 大學院

Sunder & Mathai⁽³⁾는 규칙파를 받는 타원케 이슨에 작용하는 파력에 관한 실험적인 연구를 하였는데, 여기서 파의 진행방향과 타원의 장축과의 각을 각각 0°, 30°, 60°, 90°로 변화시키면서 실험을 한 결과 모델의 방향각이 파력에 중요한 영향을 미친다는 것을 보였다.

Black⁽⁴⁾은 연진축 대칭 물체에 작용하는 파력을 계산하기 위해 유한수심을 가지는 유체영역에 선형파이론을 적용하여 적분방정식을 제안하였고 이를 수치해석 하였다.

Fenton⁽⁵⁾은 Black의 연구를 발전시켜 Fourier 급수를 이용함으로써 보다 쉽게 적분방정식을 처리할 수 있는 방법을 제시하였다.

Rahman & Chakravartty⁽⁶⁾는 단면이 직사각형인 케이슨에 작용하는 파력에 관해 해석적인 연구를 하였다. 이 연구에서 직사각형 단면 케이슨에 작용하는 관성력은 원형단면 실린더에 작용하는 관성력과 같다는 가정으로 등가직경을 얻는 변환급수를 사용하였다. 즉, 이 변환급수를 이용하여 직사각형 단면 구조물을 정사각형 단면 구조물로 변환시키고, 다시 이것을 실린더형 구조물로 변환시켜 경계조건을 간단히 하여 파력을 쉽게 구한다는 해석적인 방법을 제시하였다.

Au & Brebbia⁽⁸⁾ 및 Bird & Shepherd⁽¹⁰⁾는 경계요소법을 사용하여 선형회절이론을 근거로한 2차원 경계치 문제를 사용함으로써 임의단면의 무한히 긴 물체에 대한 파랑의 상호작용에 관해 연구하였으며, 그 결과 경계요소기법은 상대적으로 적은 요소로도 훌륭한 근사해를 얻을 수 있음을 보였다.

또한 Naftzger & Chakrabarti⁽⁷⁾는 Green 함수법에 선형파 이론을 적용시켜 구한 적분방정식을 수치적으로 풀어 해저 바닥에 놓여있는 반원단면의 해양구조물에 작용하는 파력을 수치적으로 구하였고 Shankar⁽¹¹⁾ 등은 포텐셜 이론과 Morison 방정식을 근거로하여 차원해석을 사용한 이론적인 연구와 실험적인 연구를 발표하였다. 본 연구에서는 선형요소를 이용한 경계요소법으로 파랑의 변형을 해석한 본 연구자의 프로그램⁽⁹⁾을 확장, 개발하여 여러가지 기하학적 형상의 구조물에 작용하는 파력을 계산하

여 기존의 연구결과와 비교하여 검증하였다.

2. 問題의 定式化

2-1. 境界値 問題

유체운동을 비압축성 완전유체의 미소진폭파 운동이라 가정하면, 선형조화함수의 속도 포텐셜 $\Phi(x, z, t)$ 는 Scalar 속도 포텐셜 ϕ 와 시간요소로 분리할 수 있으며 복소함수의 실수부분을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(x, z, t) = Re[\phi(x, z)EXP(-i\sigma t)] \dots \dots \dots (1)$$

여기서, $i = \sqrt{-1}$ 이며 σ 는 입사파의 각 진동수이다. 비점성, 비회전류의 경우 유속은 포텐셜 ϕ 의 기울기로 표현할 수 있으며, 여기에 질량 보존법칙을 적용하면 포텐셜은 다음과 같은 Laplace 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots \dots \dots (2)$$

상기 지배방정식은 다음의 경계조건을 통해서 만족된다.

i) 자유수면 경계조건

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi \dots \dots \dots (3)$$

ii) 해저 및 물체경계조건

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

여기서 \vec{n} 는 Fig. 1에서 물체경계의 바깥방향으로 향하는 법선벡터이며, h 는 자유수면에서 물체상의 절점까지 거리이다.

iii) 측방향 경계조건(방사조건)

$$\lim_{kx \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial}{\partial X} + ik \right) \begin{cases} \phi & : \text{하류측} \\ \phi - \phi_i & : \text{상류측} \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

여기서 ϕ_i 는 $+x$ 방향으로 진행하는 입사파 포텐셜이며 다음과 같다.

$$\phi_i = -\frac{igA}{\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \exp(ikx) \dots \dots \dots (6)$$

여기서 A 는 입사파의 진폭을 나타내며, 파수 k

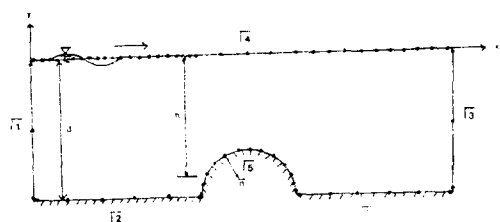


Fig. 1. Definition Sketch

는 다음과 같은 분산관계를 만족한다.

$$\sigma^2 = gk \tanh kd \dots\dots\dots(7)$$

2-2. 境界要素法

일반적으로 경계치 문제에 관한 근사해법은 그 요소내부의 지배방정식을 근사적으로 만족시키면서 경계조건을 만족시키는 함수를 취해왔다. 그러나 경계요소법은 이와 반대로 경계내부에서는 평형방정식을 엄밀히 만족하면서 경계조건은 근사적으로 만족하도록 하는 방법이라 할 수 있다.

지배방정식인 Laplace 방정식에 Green 정리와 그 기본해를 이용하여 경계상에서의 법선방향도함수에 의해 유체 내부점에서의 속도포텐셜을 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\phi^i + \int_r (\phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n}) d\Gamma = 0 \dots\dots\dots(8)$$

여기서 ϕ^* 는 기본해이고 경계점에서 내부점까지의 거리 r 의 함수이며 ϕ^i 는 요소 내부의 점 i 에서의 미지 속도포텐셜이다.

각각의 요소들을 직선으로 취한 경우에는, 그들 경계상에서 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{2} \phi^i + \int_r (\phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n}) d\Gamma = 0 \dots\dots\dots(9)$$

여기서 $\phi^* = \frac{1}{2\pi} \ln(1/r)$ 이다.

경계조건을 적용시킨 일반적인 경계요소 방정식은 다음과 같이 된다.

$$C^i \phi^i + \int_{r_1} \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - ik_1 \phi^* \right) d\Gamma + \int_{r_2, r_3} \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma + \int_{r_3} \phi \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial n} - ik_3 \phi^* \right) d\Gamma + \int_{r_4} \phi \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^* \right) d\Gamma = - \int_{r_1} (2 ik \phi_i \phi^*) d\Gamma \dots\dots\dots(10)$$

여기서, 경계가 직선인 경우 $C^i = 1/2$ 이나 일반적으로 점 i 가 위치하는 경계요소의 모양에 따른다.

2-3. 動壓力과 波力

파장에 비해 구조물이 큰 경우 wake 효과는 중요하지 않다. 즉, 관성력이 지배하기 때문에 근사적인 수치계산을 할 수 있다. 비압축성, 비점성 유체로 생각하면 구조물의 각 절점에 작용하는 동압력 $P(x, z, t)$ 는 선형화된 베르누이 방

정식을 사용함으로써 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$P(x, z, t) = -\rho R_e \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t}(x, z, t) \right\} = \rho \sigma R_e \left\{ i \phi(x, z) e^{-i\sigma t} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

여기서 ρ 는 유체의 밀도를 나타내며, 구조물 단위폭당 작용하는 파력은 구조물 전체 경계상에 작용하는 동압력을 적분함으로써 다음과 같은 식으로 나타 낼 수 있다.

$$\vec{F} = \int_{r_s} P \vec{n} d\Gamma \dots\dots\dots(12)$$

여기서 \vec{n} 는 Fig.2에서 정의된 경계 바깥 방향으로 향하는 단위법선벡터이다.

경계와 x 축이 만나는 각을 Fig.2와 같이 θ 로 취하면 단위법선벡터 $\vec{n} = i \sin \theta - j \cos \theta$ 이 된다.

이를 식(12)에 대입하면

$$F = \int_{r_s} P (i \sin \theta - j \cos \theta) d\Gamma = \left\{ i \int_{r_s} P dy \right\} - j \left\{ \int_{r_s} P dx \right\} \dots\dots\dots(13)$$

이므로 이를 수평과 연직파력 성분으로 나타내면 다음과 같다.

$$F_x = + \int_{r_s} P dy = + \sum_{j=1}^{N_s} P_j \Delta y$$

$$F_y = - \int_{r_s} P dx = - \sum_{j=1}^{N_s} P_j \Delta x \dots\dots\dots(14)$$

여기서 N_s 는 Γ_s 경계상에서의 요소수를 나타내고 P_j 는 j 번째 요소 양단 절점에 작용하는 동압력의 평균값을 의미한다.

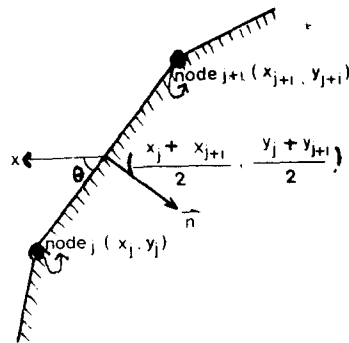


Fig. 2. Definition of normal

〈표 1〉분 해석의 요소수

CASE	BOUNDARY	자유수면	측방향	바닥	물체표면
3-1		34	4	15	12
3-2		34	4	17	16
3-3		29	6	15	20
3-4		34	4	15	11
3-5		34	4	15	11
3-6		30	4	12	12

3. 結果 및 分析

입사파의 조건은 각각의 계산예를 기왕의 연구와 비교하기 위하여 같은 조건으로 취하였고, 경계요소의 수는 Fig. 1에 나타낸 바와 같은 원칙으로 아래 표 1과 같이 택하였다.

3-1 반원 해저 송유관에 적용한 경우

입사파의 조건으로 파고 $H=2m$, 송유관의 반경 $a=2m$ 로 일정하게 두고 수심 d 를 변화시키고 주기 T 를 3초에서 25초까지 변화시키면서 계산하였다.

해저바닥위에 놓인 반원단면인 송유관에 작용하는 파력을 반경에 대한 수심의 비 $d/a=4.0, 2.0, 1.5$ 에 따라 무차원 파수 ka 에 대한 최대 무차원 파력 $(\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho gaH/2$, $(\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/\rho gaH/2$ 으로 Fig. 3와 4에 Naftzger & Chakrabarti의 결과⁽⁷⁾와 비교하여 도시하였으며, 또한 Fig. 5에 무차원 파수 ka 에 대한 반사계수를 비교, 도시하였는데 이 결과들은 서로 잘 일치하고 있다.

Fig. 3, 4에서 보는 바와 같이 구조물의 반경에 대한 수심의 비 d/a 가 작은 값일수록 구조물에 큰 파력이 작용함을 알 수 있다. 또 최대 무차원 연직 파력은 파장이 감소함에 따라 감소함을 보이고 있으나 최대 무차원 수평파력인 경우는 파장의 감소에 따라 그 값이 증가하며, $d/a=1.5$ 인 경우 파장이 반경 a 의 대략 12배까지는 증가하다가 이보다 작은 파장에 대해서는 그 값이 감소함을 보이고 있다.

그리고 이 경우에 대한 압력분포를 무차원 형태 $\bar{p}(x, y, t)=P(x, y, t)/\rho gA$ 로 계산하여 Fig. 6에 도시하였다. 수심 $d=4m$, 주기 $T=10$ 초로

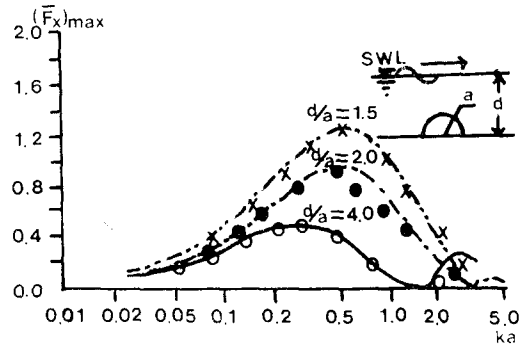


Fig. 3 Horizontal wave forces

●, ○, × : present result

---, -.-, - : Naftzger & Chakrabarti's result

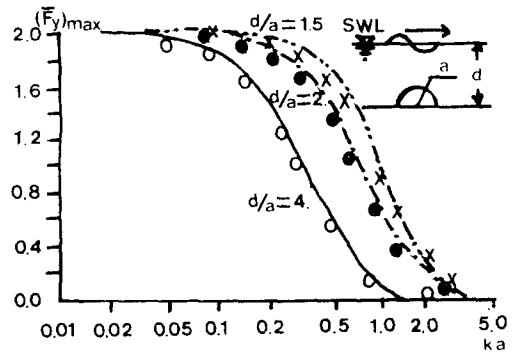


Fig. 4 Vertical wave forces

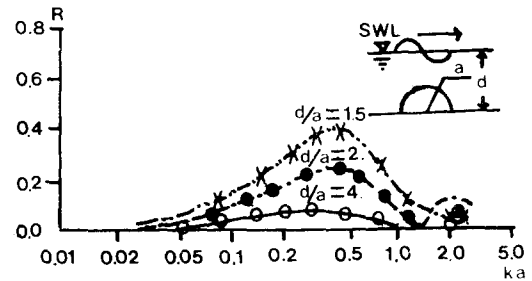


Fig. 5 Reflection coefficient

●, ○, × : present result

---, -.-, - : Naftzger & Chakrabarti's result

하여 무차원 파수 $ka=0.2$ 에 대해 한파장내 3개의 각기 다른 시간에 대해 나타내었다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 구조물이 $d/a=2.0$ 인 경우에 위치했을 때, 산란 효과로 인해 구조물의 후면보다는 전면에서 더 높은 압력이 미침을 알 수 있다.

3-2 수중에 잠겨있는 원형 송유관에 적용한 경우
입사파의 조건으로 파고 $H=2m$, 송유관의 반경 $a=5m$ 로 일정하게 두고, 수심 d 를 20m,

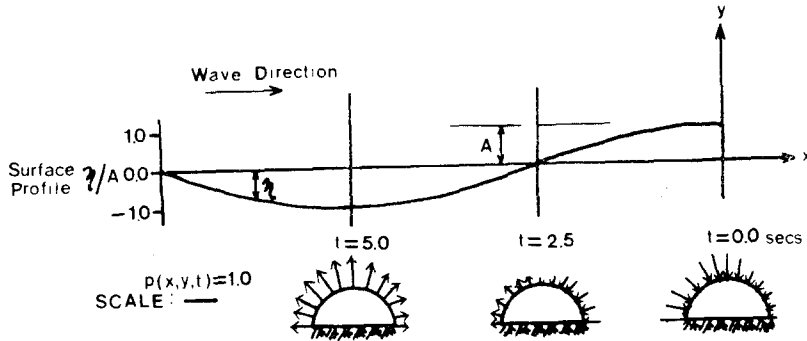


Fig. 6 Pressure distribution ($d/a=2.0$, $T=10$ secs)

12.5m, 주기 T 를 3초에서 25초까지 변화시켜 송유관의 반경 a 에 대한 송유관의 중심에서 정수면까지의 높이의 비 $h/a=1.25$ 로 하여 송유관의 천단과 정수면사이의 거리를 파의 진폭보다 크게 하였다.

수중에 잠겨있는 원형 송유관에 작용하는 파력을 반경에 대한 수심의 비 $d/a=4.0$, 2.5에 따라 무차원 파수 ka 에 대한 최대 무차원 파력 $((\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho gaH/2)$, $((\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/$

$\rho gaH/2)$ 으로 Fig. 7와 8에 적분방정식법으로 해석한 Naftzger & Chakrabarti의 결과⁽⁷⁾와 비교하여 도시하였는데, 이 결과들은 서로 잘 일치하고 있다.

Ogilvie⁽¹⁵⁾는 송유관의 반경에 대한 수심의 비 $d/a \rightarrow \infty$, 즉 무한수심으로 가정하여 이론적으로 해석하였으나, 본 연구에서는 유한수심으로 생각하여 계산하였는데 이의 결과는 무한수심에 의한 결과와 약간의 차이를 보이고 있다.

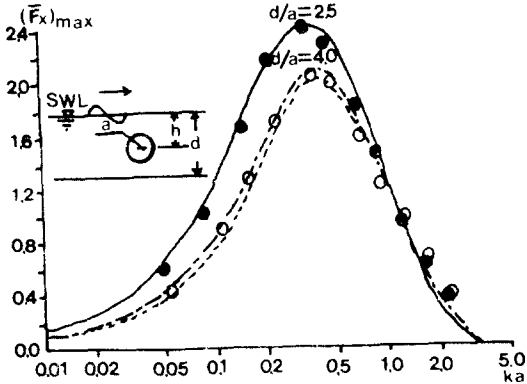


Fig. 7 Horizontal wave forces

●, ○ : present result
 ---, — : Naftzger & Chakrabarti' result
 - - - - : Ogilvie's result

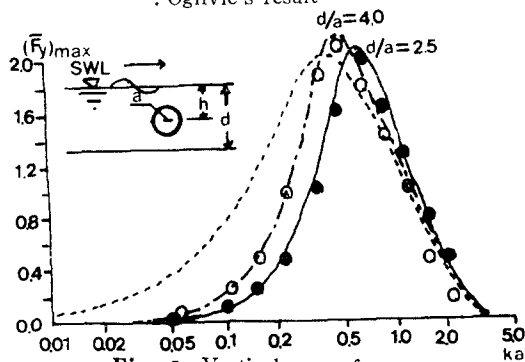


Fig. 8 Vertical wave forces

3-3 원형 해저 송유관에 적용한 경우

입사파의 조건으로 주기 T 를 각각 7.08초와 11.39초, 수심 d 와 송유관의 반경 a 를 각각 30m와 3m로 일정하게 두고 파고를 1.2m에서 6m까지 변화시켰다.

해저 바닥위에 놓여 있는 원형 단면인 송유관에 작용하는 파력을 차원해석에서 나온 무차원 파라미터 $gT^2/2a$ 를 각각 81.8과 212.0으로 하여 무차원 파라미터 $H/2a$ 에 대한 최대 무차원 파력 $((\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho gald)$, $((\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/\rho gald)$; 여기서 l : 송유관의 길이)을 Fig. 9와 10에 Shankar 등의 결과⁽¹¹⁾와 비교하여 도시하였는데 이 결과들은 서로 잘 일치하고 있다.

Fig. 9과 10에서 보는 바와 같이 무차원 파라미터 $H/2a$ 가 증가함에 따라 최대 수평파력은 무차원 연직파력에 비해 급격히 증가함을 알 수 있다.

3-4 삼각형 잠재에 적용한 경우

입사파의 조건으로 파고 $H=2$ m, 구조물의 높이 $h=2$ m로 일정하게 두고 수심 d 를 변화시키고 주기 T 를 3초에서 25초까지 변화시키면서 계산하였다.

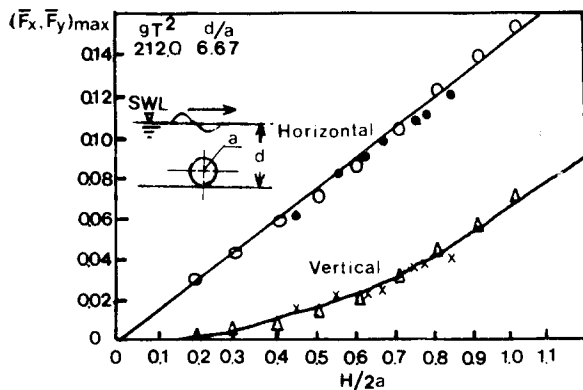
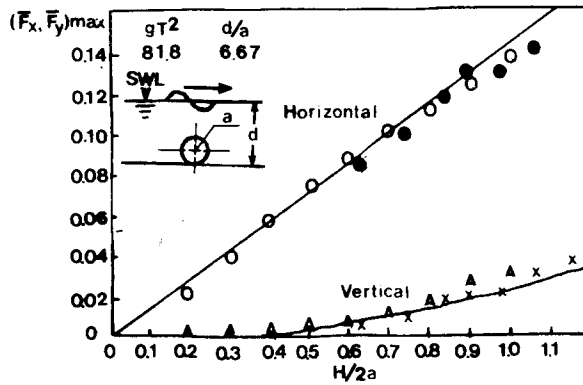


Fig. 9-10 Horizontal and vertical wave forces
 ○, △ : present result
 — : Shankar's result (theory)
 ●, × : Shankar's result (exp.)

해저 바닥위에 놓인 삼각형 단면 잠체에 작용하는 파력을 구조물 높이에 대한 수심의 비 $d/h=4.0, 2.0, 1.5$ 에 따라 무차원 파수 kh 에 대한 최대 무차원 파력 ($(\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho ghH/2$), ($(\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/\rho ghH/2$)으로 Fig. 11와 12에 도시 하였다.

3-5 구형 잠체에 적용한 경우

3-4와 같은 입사파 조건으로 해저 바닥위에 놓인 구형 단면 ($b/h=2.0$)인 잠체에 작용하는 파력을 구조물의 높이에 대한 수심의 비 $d/h=4.0, 2.0, 1.5$ 에 따라 무차원 파수 kh 에 대한 최대 무차원 파력 ($(\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho ghH/2$), ($(\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/\rho ghH/2$)으로 Fig. 13와 14에 도시 하였다.

3-6 반원 해저 송유관이 병렬로 설치된 경우

3-1과 같은 입사파 조건으로 해저 바닥위에

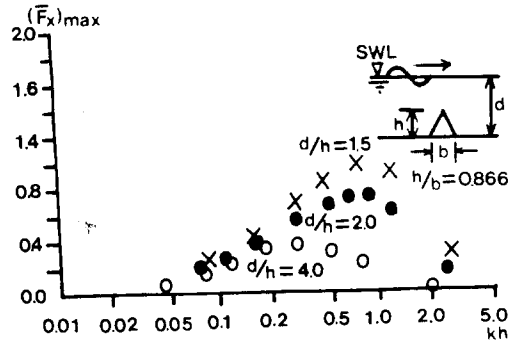


Fig. 11 horizontal wave forces
 ●, ○, × : present result

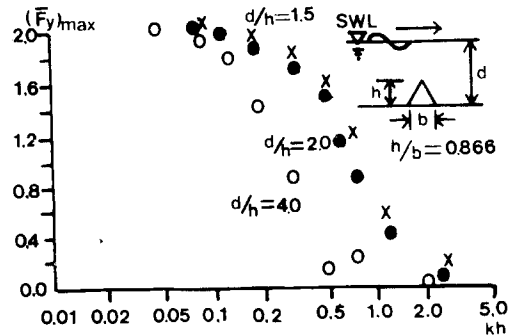


Fig. 12 Vertical wave forces

놓인 반원 단면인 2개의 송유관이 반경 a 만큼 떨어진 경우 이들에 작용하는 파력을 반경에 대한 수심의 비 $d/a=4.0$ 으로 하여 무차원 파수 ka 에 대한 최대 무차원 파력 ($(\bar{F}_y)_{max}=[F_y]_{max}/\rho gaH/2$), ($(\bar{F}_x)_{max}=[F_x]_{max}/\rho gaH/2$)으로 Fig. 15와 16에 도시하였다.

4. 結 論

본 연구에서는 선형요소로 인한 경계요소법을 사용하여 해저 바닥위에 놓인 반원형, 원형 송유관 그리공 수중에 잠겨있는 원형 송유관등에 작용하는 2차원 파력을 계산하였고 이 결과를 기존의 적분방정식법에 의한 수치해⁽⁷⁾와 Shankar⁽¹¹⁾ 등의 이론해 및 실험결과와 비교, 검토한 결과 적절한 요소수를 취함으로써 그 적합성이 잘 일치됨을 알 수 있었다.

본 연구 방법으로 임의의 형태를, 취하는 잠체구조물에 작용하는 파력을 계산하였고 이러한

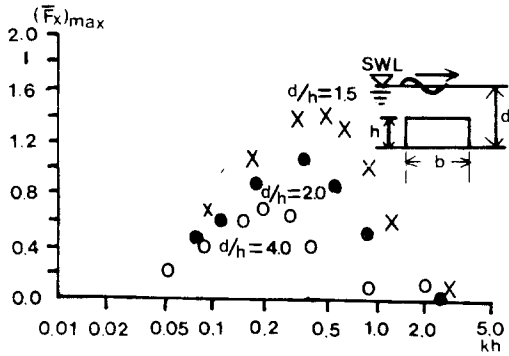


Fig. 13 Horizontal wave forces
●, ○, × : present result

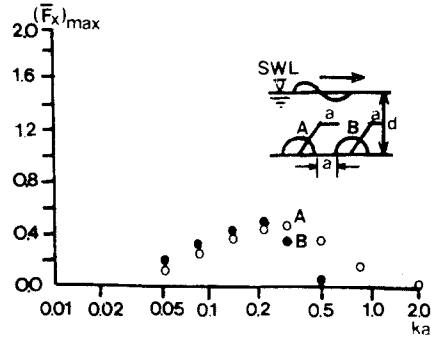


Fig. 15 Horizontal wave forces
●, ○ : present result

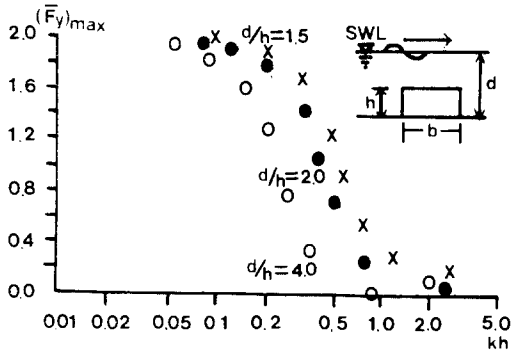


Fig. 14 Vertical wave forces

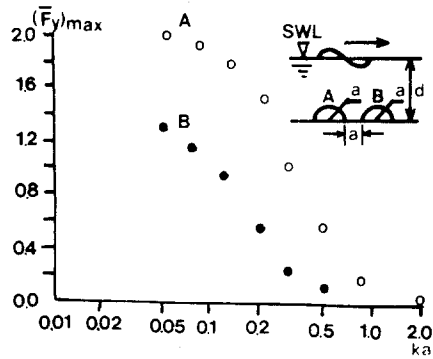


Fig. 16 Vertical wave forces

결과는 공학적 견지에서 앞으로 많은 실용성이 있을 것으로 생각된다.

본 연구에서는 2차원 구조물에 작용하는 파력을 다루었으나 3차원인 경우에도 본 방법을 확장하여 해석이 가능할 것으로 생각되는 바 이에 관해서 계속 연구를 수행할 계획이다.

參 考 文 獻

- 1) MacCamy, R.C. and Fuchs, R. A., "Wave Forces on a Pile: A Diffraction Theory". Technical Memo No. 69, U.S. Army Corps of Engineers, Reach Brosion Board, 1954.
- 2) Dean, R.G. and Dalrymple, R. A., "Wave Mechanics for Engineers and Scientists", Prentice Hall Inc, N.J., 1984.
- 3) Sunder, V. and Mathai, T., "Studies on the Effect of Wave Steepness on Wave Force Coefficient for Elliptical Caissons", Ocean Engng., Vol. 13, No. 4, pp.321~326, 1986.

- 4) Black, J. L., "Wave Forces on Vertical Axisymmetric Bodies", J. Fluid Mech, Vol. 67, part-2, pp.369~376, 1975.
- 5) Fenton, J.D., "Wave Forces on Vertical Bodies of Revolution", J. Fluid Mech, Vol. 85, part2, pp.241~255, 1978.
- 6) Rahman, M. & Chakravartty, C., "Design Method for Predicting Wave Forces on Rectangular Caissons", Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 112, No.6, pp.661~666, 1986.
- 7) Naftzger, R. A. and Chakrabarti, S. K., "Scattering of Waves by Two-Dimensional Circular Obstacles in Finite Water Depth", J. Fluid Res., Vol. 23(1), pp.32~42, 1979.
- 8) Au, M.C. and Brebbia, C. A., "Numerical Prediction of Wave Forces using the Boundary Element Method", Appl. Math. Modelling, Vol. 6, pp.218~228, 1982.
- 9) 金麟得, 李成大, "海底地形 變化에 의한 波浪의

- 數值解析(1)”, 韓國水文學會誌, 第19卷 3號, pp. 259~266, 1986.
- 10) Bird, H.W.K. and Shepherd, R., “*On the Interactions of Surface Waves with Immersed Structures*”, IJNM in Fluids, Vol. 4, pp.765~780, 1984.
- 11) Shankar, N.J., Rahman, H. and Sundar, V., “*Wave Forces on Large Offshore Pipelines*”, Ocean, Engng., Vol. 12, No. 2, pp.99~115, 1985.
- 12) Brebbia, C. A., “*The Boundary Element Method for Engineers*”, Pentech Press, 1978.
- 13) Brebbia, C. A. and Walker, S., “*The Boundary Element Techniques in Engineering*”, Newsnes-Butterworths, London, 1980.
- 14) Williams, A.N., “*Wave Forces on Elliptic Cylinder*”, Journal of Water way, Port, Costal and Ocean Engineering, Vol. 111, No. 2, pp.432~449, 1985.
- 15) Ogilvie, T. F., “*First-and Second-Order Forces on a Cylinder Submerged under a Free Surface*”, J. Fluid Mech, vol. 16, pp.451~472, 1963.